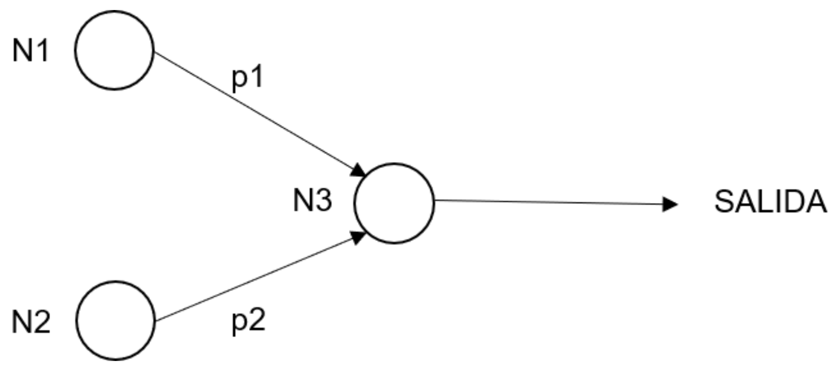
# EJERCICIOS - MÓDULO 3

*Sección Biofísica y Biología de Sistemas*
*Facultad de Ciencias, Universidad de la República*

## REDES NEURONALES

**Ejercicio 1:** Considere el siguiente circuito neuronal:




donde N1, N2 y N3 son neuronas McCulloch-Pitts y están conectadas como muestra el diagrama. El valor de actividad de cada una de ellas es 0 (inactiva) o 1 (activa).

a) Encuentre un conjunto de valores reales para $p_1$, $p_2$ y $\theta$ (umbral de N3), que hagan posible que N3 sólo se encuentre activa en caso de que ambas, N1 y N2, se encuentren inactivas.

b) Realice la tabla de verdad correspondiente a la función que acaba de representar.

**Ejercicio 2:** Diseñe circuitos de neuronas McCulloch-Pitts capaces de representar los siguientes predicados lógicos: (especifique en cada caso los valores reales de pesos sinápticos y umbrales correspondientes)

a) $[(p\ AND\ q)]\ OR\ [q]$

b) $\neg\ [p\ XOR\ q]$

c) $[p\ OR\ q]\ AND\ [\neg(p\ OR\ q)]$

**Ejercicio 3:** La memoria matricial $A_1$ representa la asociación del vector de entrada $f_1 = [1/2, 1/2, 1/2, 1/2]^T$ con el vector de salida $g_1 = [-4, 7, 2, 0]^T$, y está definida como:

$$g_1.f_1^T = \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} [1/2 \quad 1/2 \quad 1/2 \quad 1/2] = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 & -2 \\ 7/2 & 7/2 & 7/2 & 7/2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

NOTA: Todos los vectores utilizados son vectores columna (en el texto se escriben como vectores fila por comodidad.

Por otra parte, la memoria matricial $A_2$, que representa la asociación del vector de entrada $f_2 = [1/2, -1/2, 1/2, -1/2]^T$ con el vector de salida $g_2 = [5, 1/2, 0, 3]^T$, está definida como:

$$g_2.f_2^T = \begin{bmatrix} 5 \\ 1/2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} [1/2 \quad -1/2 \quad 1/2 \quad -1/2] = \begin{pmatrix} 5/2 & -5/2 & 5/2 & -2 \\ 1/4 & -1/4 & 1/4 & -1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3/2 & -3/2 & 3/2 & -3/2 \end{pmatrix}$$

Si por otra parte los pares de vectores: $f_3 = [1/2, 1/2, -1/2, -1/2]^T$ y $g_3 = [\ 1/3, 2, 2\ , 2\ ]^T$ ; $f_4 = [\ -1/2, 1/2, 1/2, -1/2]^T$ y $g_4 = [\ 0, 0, -1\ , -1\ ]^T$ se asocian de forma análoga, dando lugar a las memorias matriciales $A_3$ y $A_4$, entonces:

a) Obtenga la matriz asociativa 'A' que representa las cuatro asociaciones en una red neuronal, donde la capa asociativa está formada por 4 neuronas.

b) Describa las principales diferencias cualitativas entre este tipo de memoria, y la memoria generada mediante un circuito de neuronas McCulloch-Pitts.

**Ejercicio 4**: Las Memorias Asociativas Distribuidas guardan asociaciones entre pares de patrones de actividad neuronal, representados por vectores.

a) Construya la matriz memoria $M$ que guarda las siguientes asociaciones entre los pares de vectores: $f_1 \rightarrow g_1$ y $f_2 \rightarrow g_2$, siendo $f_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $f_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; $g_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$; $g_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

b) Demuestre que dado el patrón de actividad neural $f_2$, la matriz memoria que usted construyó recupera exactamente el vector $g_2$ asociado.

# ESCALAS ANATÓMICAS

**1)** Considere un animal cuyo crecimiento sea del tipo isométrico, según el cual las áreas ($A$) aumentan proporcionalmente con el cuadrado de las dimensiones lineales ($L$) y los volúmenes ($V$) con el cubo de las mismas. Siendo $m$ la masa corporal del animal, deduzca las siguientes relaciones:

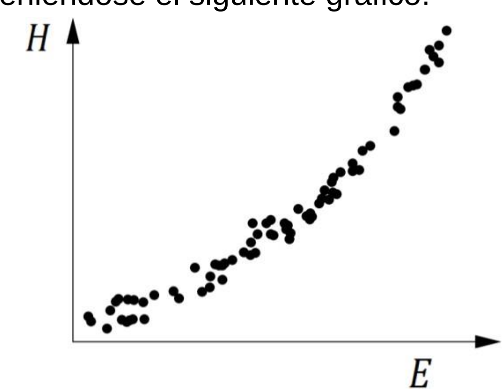
a) $m \, \alpha \, L^3$
b) $L \, \alpha \, m^{1/3}$
c) $A \, \alpha \, m^{2/3}$

**2)** En los clásicos experimentos de Rubner, realizados alrededor de 1880, se encontró que la velocidad de pérdida de calor $(dQ/dt)$ (determinada utilizando experimentos calorimétricos en perros de distintos tamaños) depende de la masa *M* del animal según una ley de la forma:

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right) = k. M^{\alpha}$$

En esta ecuación $k$ es una constante de proporcionalidad. El exponente $\alpha$ tiene un valor igual a 2/3. Explique cuantitativamente por qué este valor del exponente sugiere que la disipación de calor ocurre por la superficie corporal.

**3)** El crecimiento de una determinada especie arbórea en función de su edad $E$ está descrito por una ecuación del tipo $H = \alpha. E^{\beta}$, donde $H$ es la altura, α una constante y β el "coeficiente alométrico." Durante el transcurso de un año, se toman varias medidas de $H$ en función de $E$, obteniéndose el siguiente gráfico:




a) ¿Qué le sugiere el gráfico con respecto al valor de $\beta$? Justifique su respuesta.

b) Proponga un método matemático para determinar los parámetros α y β, a partir de los datos experimentales relevados.

**4)** La masa del esqueleto de los mamíferos ($M_e$, en kg) se relaciona con su masa corporal ($M_c$, en kg) según la relación empírica: $M_e = 0.061. M_c^{1.09}$ . ¿Cómo interpreta

el valor del exponente $1.09$? Estime el porcentaje de hueso que tiene un mamífero de 5000 kg y uno de 50 g.
Nota: $5000^{0.09} = 2.15$ y $0.05^{0.09} = 0.764$.

**5)** Basándose en la dosis efectiva mínima por kilogramo de peso corporal de LSD para un gato de 5 kg de masa (que corresponde a 0.1 mg/kg), un investigador administró 297 mg de LSD a un elefante de 2970 Kg. La muerte del elefante se debió según otros investigadores a que el proceso depende directamente de la tasa metabólica ($TM$). Recordando que esta última escala con la masa corporal (M) según $TM \sim M^{0.75}$:

a) Proponga una relación alométrica (incluidos los coeficientes) que vincule la masa corporal y la dosis mínima de LSD por kilogramo de masa corporal, suponiendo que el proceso es gobernado por la tasa metabólica.

b) Estime a partir de la dosis del gato, cuál debería ser la dosis para el elefante.