Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Álgebra Lineal I
Primer semestre de 2020

Examen Diciembre 2020
Prueba Práctica

1. Sea $T : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}^4$ transformacion lineal tal que:

$$T(x) = (1,0,0,2)\ ;\ T(x^2 - x) = (2,1,0,1)\ ;\ T(x^2+1) = (-1,0,1,0).$$

   (a) Mostrar que T está determinada por las condiciones de arriba.
   (b) Sea $\mathcal{B} = \{1, x, x^2\}$ base de $\mathbb{R}_2[x]$ y $\mathcal{C}$ la base canónica de $\mathbb{R}^4$. Hallar ${}_{\mathcal{C}}[[T]]_{\mathcal{B}}$.
   (c) Hallar bases para $\mathrm{N}(T)$ e $\mathrm{Im}(T)$.
   a) Hallar un espacio vectorial que sea complemento directo de $\mathrm{Im}(T)$.

2. *a*) Hallar la ecuación de la recta r que pasa por el punto $P = (3,5,7)$ y es perpendicular al plano α de ecuación $x + y + z = 0$.
   b) Probar que r es paralela al plano β que pasa por los puntos $(3,-4,2)$, $(7,-18,0)$, $(2,-2,2)$.
   c) Calcular la distancia de r a β.

3. Para cada $x \in \mathbb{R}$ se considera la matriz $A_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & x & 3 \\ 4 & 1 & -x \end{pmatrix}$.

   a) Calcular $\det(A_x)$ en funcón de x.
   b) ¿Para qué valores de x la matriz A_x es invertible?
   c) Calcular el rango de A_x según el valor de x.