Teoría Electromagnética
Curso 2023

Segundo Parcial

1. Un cilindro largo (de altura h, radio R y momento de inercia principal I) está hecho de un material aislante de constante dieléctrica similar al vacío. El cilindro puede girar libremente sobre su eje. La pared exterior está recubierta por una carga superficial Q y el cilindro está rodeado de un solenoide largo, concéntrico, de radio $a > R$ con n vueltas por unidad de longitud y que conduce conduce una corriente I_0.

a) Determine el vector de Poynting, la densidad de momento angular y el momento angular total de los campos.

b) El cilindro se descarga a la vez que se apaga la corriente en el solenoide. ¿Cuál será la velocidad angular final del cilindro si el proceso de descarga se da sin introducción de momento angular externo?

2. Una onda monocromática plana de longitud de onda λ incide normalmente sobre un material conductor de conductividad g.

a) Escriba las ecuaciones que describen las condiciones de borde y muestre que dentro del conductor se propaga una onda evanescente.

b) ¿Cuál es la fase relativa entre la onda incidente y la reflejada? ¿Y entre la incidente y la transmitida?

c) Obtenga la relación entre en número de onda y la frecuencia en el interior del conductor.

d) Obtega una expresión para la profundidad de penetración (distancia a la cual el campo cae en un factor e).

3. Dos bolitas de masa m y cargas opuestas q y $-q$ están unidas por un resorte de constante K y longitud natural d_0. El resorte se estira una distancia Δd, se deja oscilar libremente y se observa el campo lejano al inicio de la oscilación.

a) Obtenga una expresión para el momento dipolar de este sistema como función del tiempo y deduzca una expresión para la **parte oscilante del momento dipolar** de la forma (compleja) $\mathbf{p}(t) = \vec{p}e^{-i\omega t}$.

b) Partiendo de la expresión para el potencial vector en la zona de radiación:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{-i\mu_0\omega\vec{p}}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r},$$

obtenga una expresión para los campos de radiación.

c) Determine la distribución angular de la potencia y la potencia total radiada de esta distribución. Indique las direcciones de máxima y mínima emisión.

Algunas fórmulas útiles:

1) Para ondas planas y radiación:

$$\left\langle \vec{S} \right\rangle = \frac{1}{2} Re \left(\tilde{\mathbf{E}} \times \tilde{\mathbf{H}}^* \right).$$

2) En la zona de radiación:

$$\nabla \times \left(\vec{F}(\vec{r}) \frac{e^{ikr}}{r} \right) \sim ik\hat{e}_r \times \vec{F}(\vec{r}) \frac{e^{ikr}}{r} + \frac{e^{ikr}}{r} \nabla \times \vec{F}$$

para un campo vectorial $\vec{F}(\vec{r})$ relacionado con los potenciales y campos.

3) Para un material Ohmico:

$$\vec{J} = g\vec{E}$$