Parcial 3 de Física de Rad. II, 2023

① Con la información aportada por el problema no es posible distinguir el tipo de distribución que se tiene, de modo que por simplicidad se toma una distribución normal.

a) $\left.\begin{array}{l}\mu = 813 \\ \sigma = 28{,}5\end{array}\right\} \Rightarrow Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$, donde X es el número de cuentas observadas en 1 min.

Para $X = 800 \Rightarrow Z = -0{,}456$

$P(X \leq 800) = P(Z \leq -0{,}456)$

De la tabla adjunta e interpolando $\Rightarrow \boxed{P(Z \leq -0{,}456) = 0{,}324}$

b) Para $X = 850 \Rightarrow Z = 1{,}30$

$P(Z \geq 1{,}30) = 1 - P(Z \leq 1{,}30) = 1 - 0{,}9032 \Rightarrow \boxed{P(Z \geq 1{,}30) = 0{,}097}$

Esta probabilidad también se puede obtener de la tabla 11.2 adjunta

$Z = k_\alpha \Rightarrow k_\alpha = 1{,}30 \Rightarrow P(X \geq 850) = 0{,}0975$

c) $800 < X < 850 \Rightarrow -0{,}456 < Z < 1{,}30$

$P(800 < X < 850) = P(-0{,}456 < Z < 1{,}30) = P(Z < 1{,}30) - P(Z < -0{,}456) =$

$= 0{,}903 - 0{,}324 = 0{,}579 \Rightarrow \boxed{P(-0{,}456 < Z < 1{,}30) = 0{,}579}$

d) 90% del área en $\pm Z$ centrado en $Z = 0 \Rightarrow P(Z \leq Z_0) = 0{,}95$

$\Rightarrow Z_0 = 1{,}645 \Rightarrow$ ~~...~~ X se encuentra a $1{,}645\,\sigma$ del valor promedio

$\Rightarrow$ 90% de los valores de X caen en el intervalo de $813 \pm \underbrace{46{,}9}_{1{,}645 \cdot 28{,}5}$

② $A = 197 \Rightarrow$ impar $\Rightarrow \delta = 0 \Rightarrow$ solo hay un núcleo estable con $Z_A = 79$

$Z = Z_A - 1 = 78 \Rightarrow$ puede decaer por β^-

$Z = Z_A + 1 = 80 \Rightarrow$ " " " β^+ ó CE

a) En términos de masa atómica:

$$M(197,Z) = Z m_p + (197-Z) m_n - B(197,Z) + Z m_e - \cancel{B_e}(Z)$$

$\simeq 0$ en comparación con los otros términos.

De la fórmula semiempírica de la masa:

$$B(197,Z) = \underbrace{a_v \cdot 197 - a_s 197^{2/3}}_{cte} - a_c \frac{\overbrace{Z(Z-1)}^{\simeq Z^2}}{197^{1/3}} - a_A \frac{(197-2Z)^2}{197} \simeq$$

$$\simeq cte - \frac{0,697}{5,82} Z^2 - \frac{23,3}{197}(197-2Z)^2$$

$$M(197,Z) = cte + Z(m_p - m_n + m_e) + \frac{0,697}{5,82} Z^2 - \frac{23,3}{197}(197-2Z)^2$$

Para β^-: ${}^{197}_{78}Pt \longrightarrow {}^{197}_{79}Au + \beta^- + \bar{\nu}$

$$M(197,78) - M(197,79) = -\underbrace{(m_p - m_n + m_e)}_{0,782} + \frac{0,697}{5,82}(78^2 - 79^2) + \frac{23,3}{197}(41^2 - 39^2)$$

$M(197,78) - M(197,79) \simeq 0,90$ MeV $> m_e \Rightarrow$ es posible el decaimiento

b) Para β^+: ${}^{197}_{80}Hg \rightarrow {}^{197}_{79}Au + \beta^+ + \nu$

$$M(197,80) - M(197,79) = m_p - m_n + m_e + \frac{0,697}{5,82}(80^2 - 79^2) + \frac{23,3}{197}(37^2 - 39^2)$$

$M(197,80) - M(197,79) \simeq 0,30$ MeV $< 2m_e \Rightarrow$ no es posible el decaimiento

Para CE: $e^- + {}^{197}_{80}Hg \longrightarrow {}^{197}_{79}Au + \nu$

Como $M(197,80) - M(197,79) > 0 \Rightarrow$ es posible

Decaimientos posibles $\begin{cases} \beta^- \\ CE \end{cases}$

③ Para β^+: ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^+ + \nu$

a) En términos de masas nucleares: $Q_{\beta^+} = m(A,Z) - m(A,Z-1) - m_e$

$m(A,Z) = Z m_p + (A-Z) m_n - B(A,Z)$

$m(A,Z-1) = (Z-1) m_p + (A-(Z-1)) m_n - B(A,Z-1)$

$Q_{\beta^+} = m_p - m_n - m_e - \Delta B$

$\Delta B = B(A,Z) - B(A,Z-1)$

De la fórmula semiempírica de la masa:

$$\Delta B = -\frac{a_C}{A^{1/3}}\left[Z^2-(Z-1)^2\right] - \frac{a_A}{A}\left[(A-2Z)^2 - (A-2(Z-1))^2\right] =$$

$$= -\frac{a_C}{A^{1/3}}(2Z-1) + \frac{4a_A}{A}(A-2Z+1)$$

Para ${}^{35}_{18}Ar$: $\Delta B = -\frac{a_C}{35^{1/3}}(2.18-1) + \frac{4a_A}{35}\cancelto{0}{(35-2.18+1)} = -a_C\, 35^{2/3}$

$$\Rightarrow \boxed{a_C = -\frac{\Delta B}{35^{2/3}}} \quad \text{o} \quad \boxed{a_C = -\frac{A^{1/3}\Delta B}{2Z-1}}$$

b)

$\Delta B = m_p - m_n - m_e - Q_{\beta^+} = -1{,}293 - 0{,}511 - 4{,}95 \simeq -6{,}75$ MeV

$a_C = 0{,}63$ MeV

Comparando con $a_C = 0{,}697$ MeV, se obtiene una dif. del 10%.

Escaneado con CamScanner