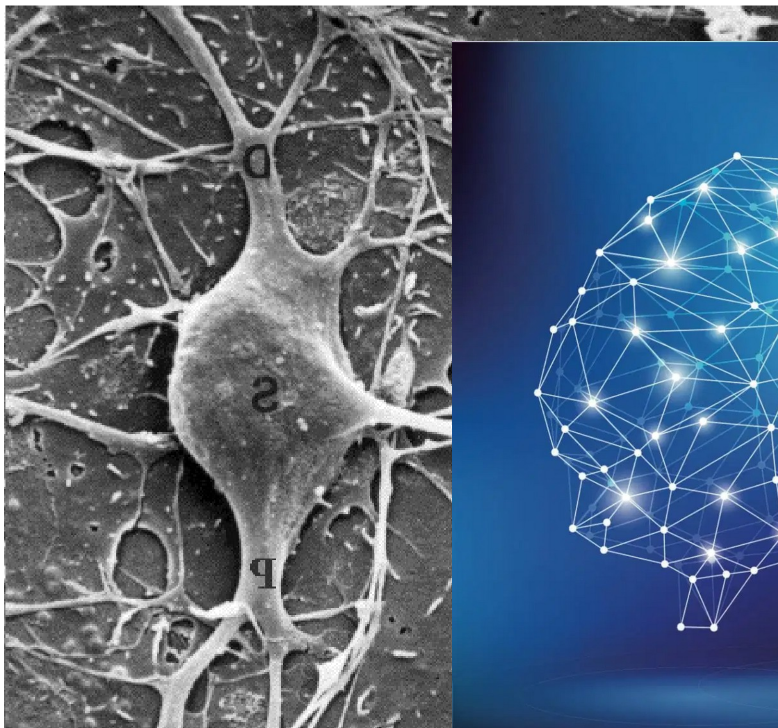
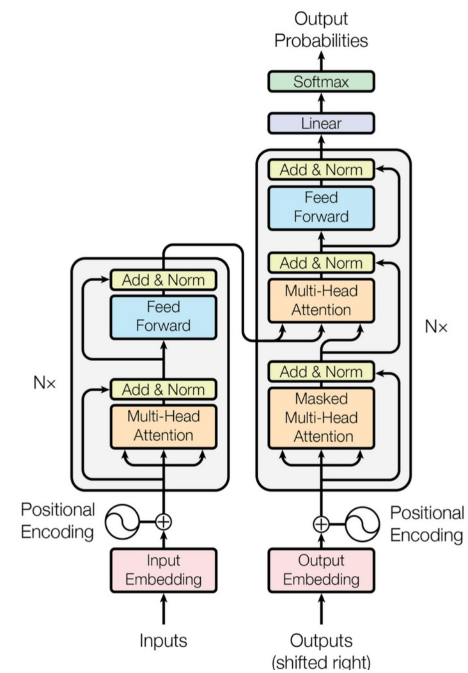
Una breve introducción a las Teorías de Redes Neuronales: 2

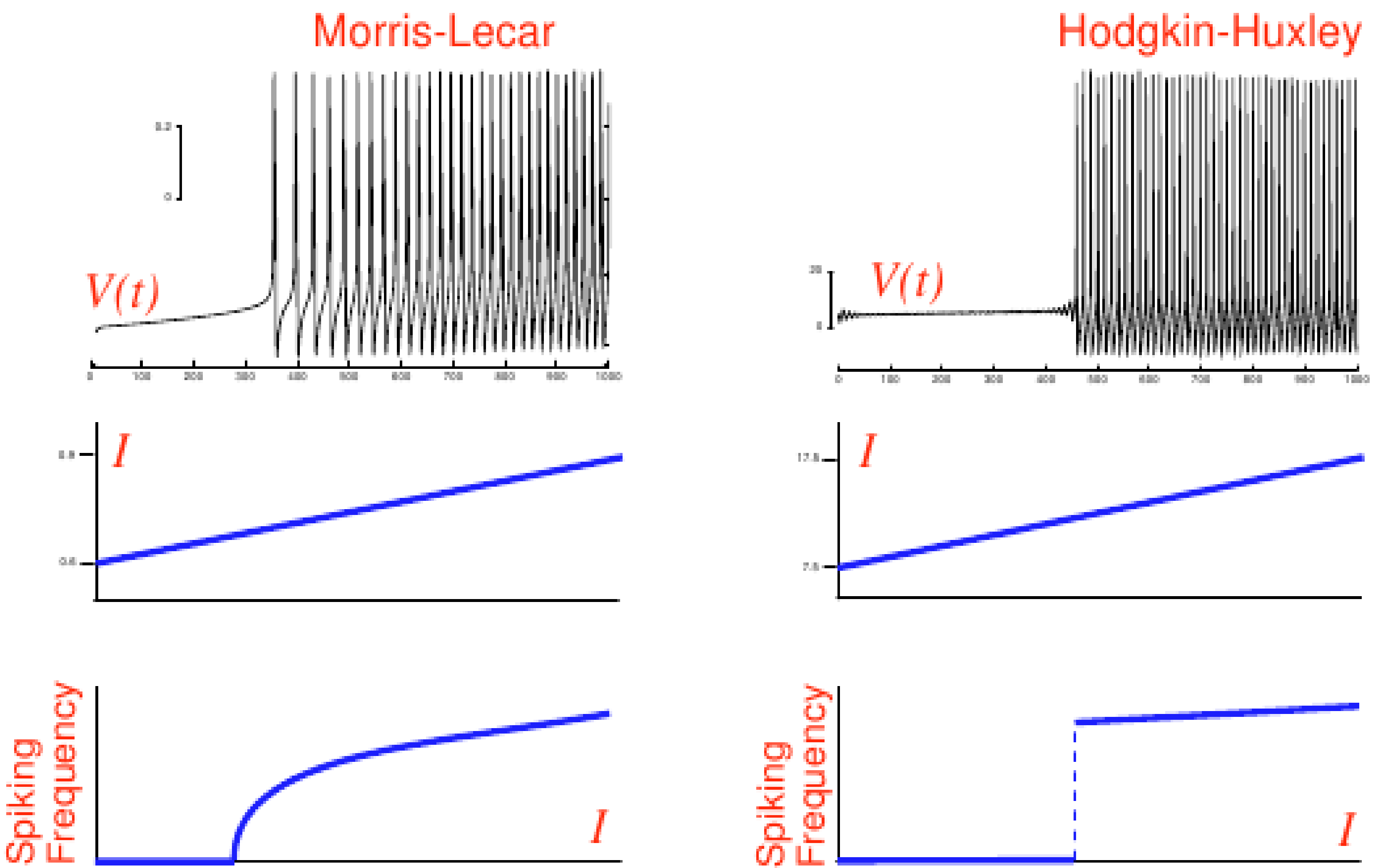




Juan Valle Lisboa,
Sección Biofísica, 2022.

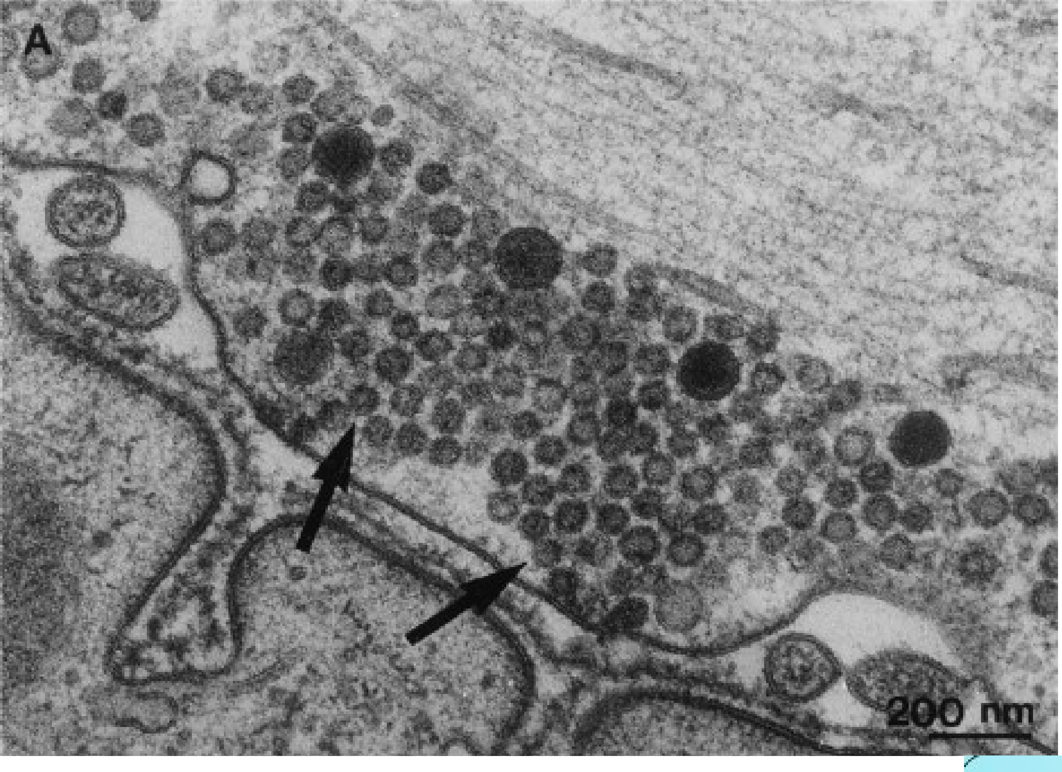
Las memorias asociativas

Tipos de excitabilidad (Hodgkin, 1948)

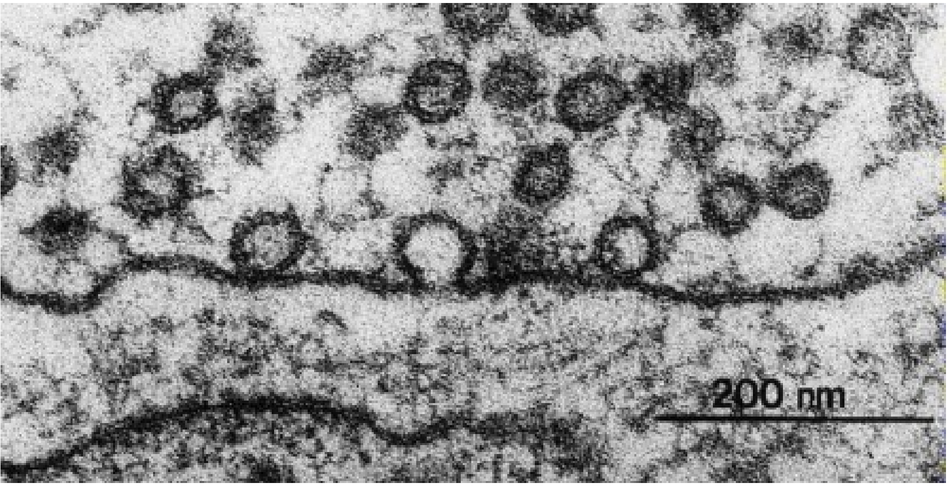


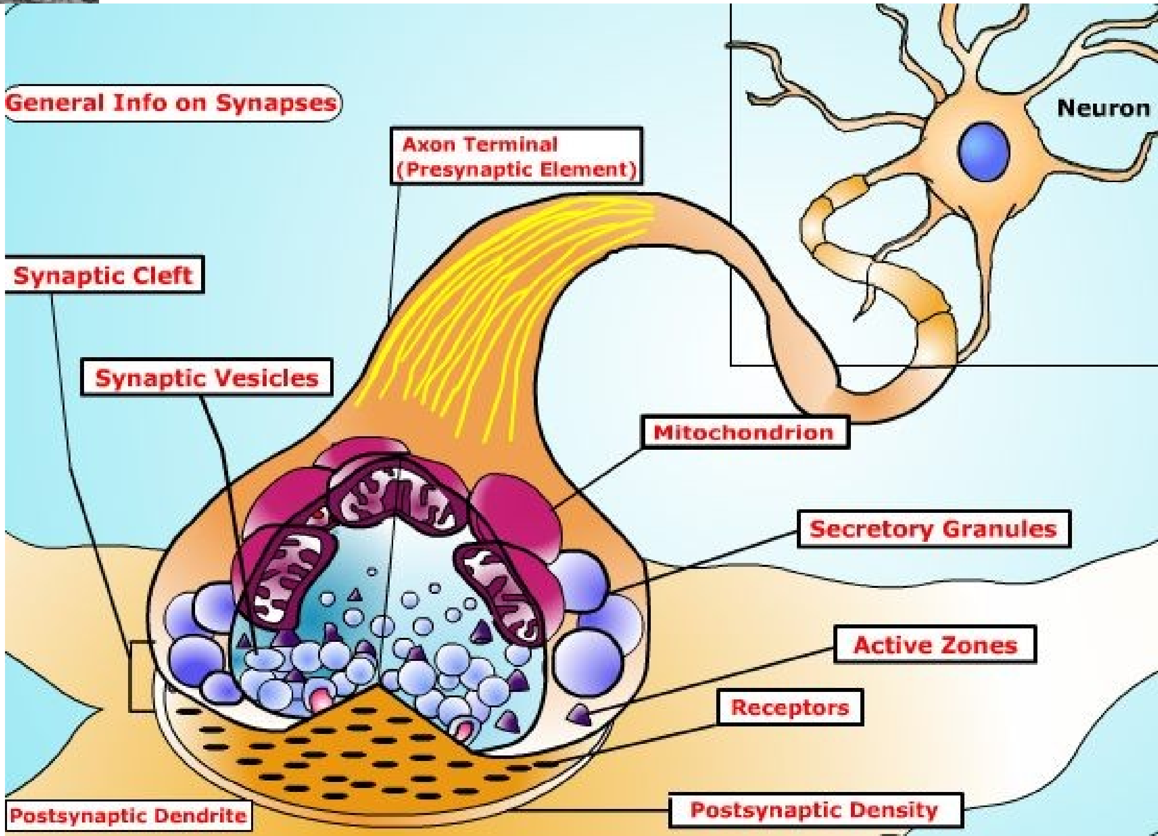
Class 1 Neural Excitability

Class 2 Neural Excitability



Sinapsis química

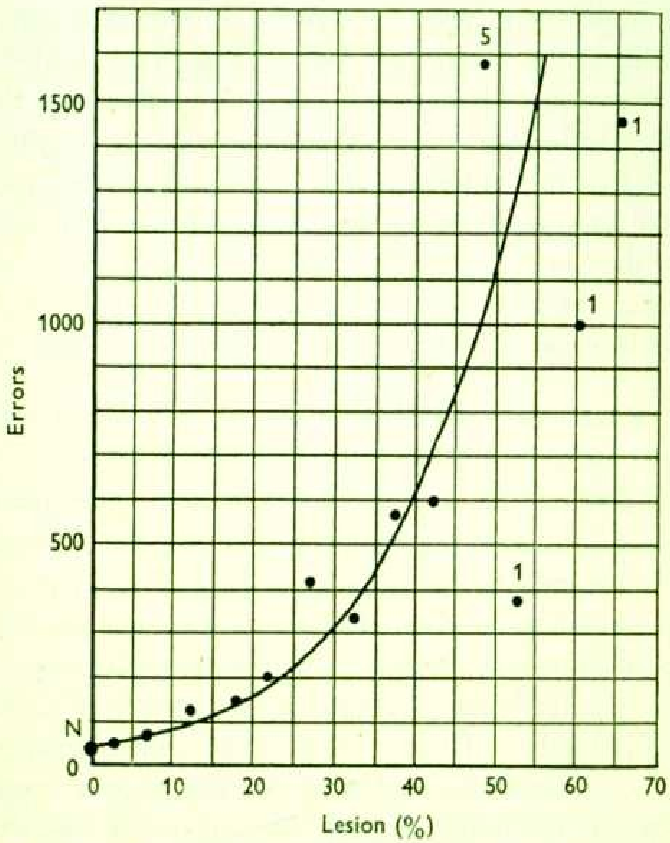




Resumen

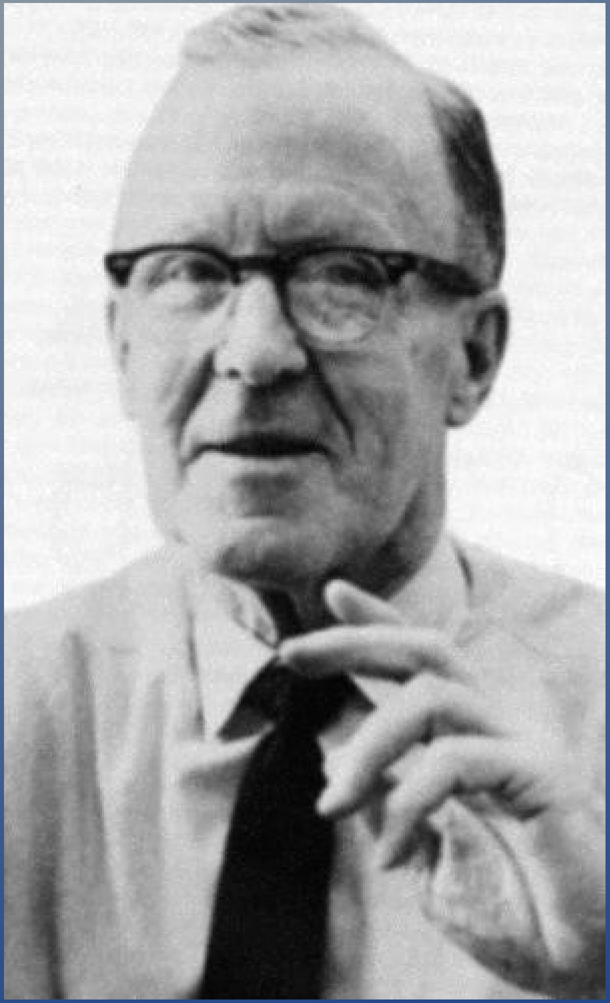
- Las neuronas son células excitables, que cuando reciben un estímulo suficiente su potencial cambia y “disparan un potencial de acción”.
- A mayor estímulo en un mismo tiempo mayor número de potenciales de acción.
- Los potenciales de acción viajan sin decremento hasta el botón sináptico.
- El estímulo que una neurona genera en otra depende de las propiedades sinápticas.
- De acuerdo a como se integren los estímulos la siguiente neurona va a disparar o no.

Karl Lashley buscando el engrama



Text-fig. 8. The relation of errors in maze learning to extent of cerebral damage in the rat. The extent of brain injury is expressed as the percentage of the surface area of the isocortex destroyed. Data from 60 normal and 127 brain-operated animals are averaged by class intervals of 5% destruction. The curve is the best fitting one of logarithmic form. For lesions above 45% the number of cases (indicated by numerals on the graph) is too small for reliability. (After Lashley & Wiley, 1933.)

Hebb y la revitalización de la hipótesis sináptica

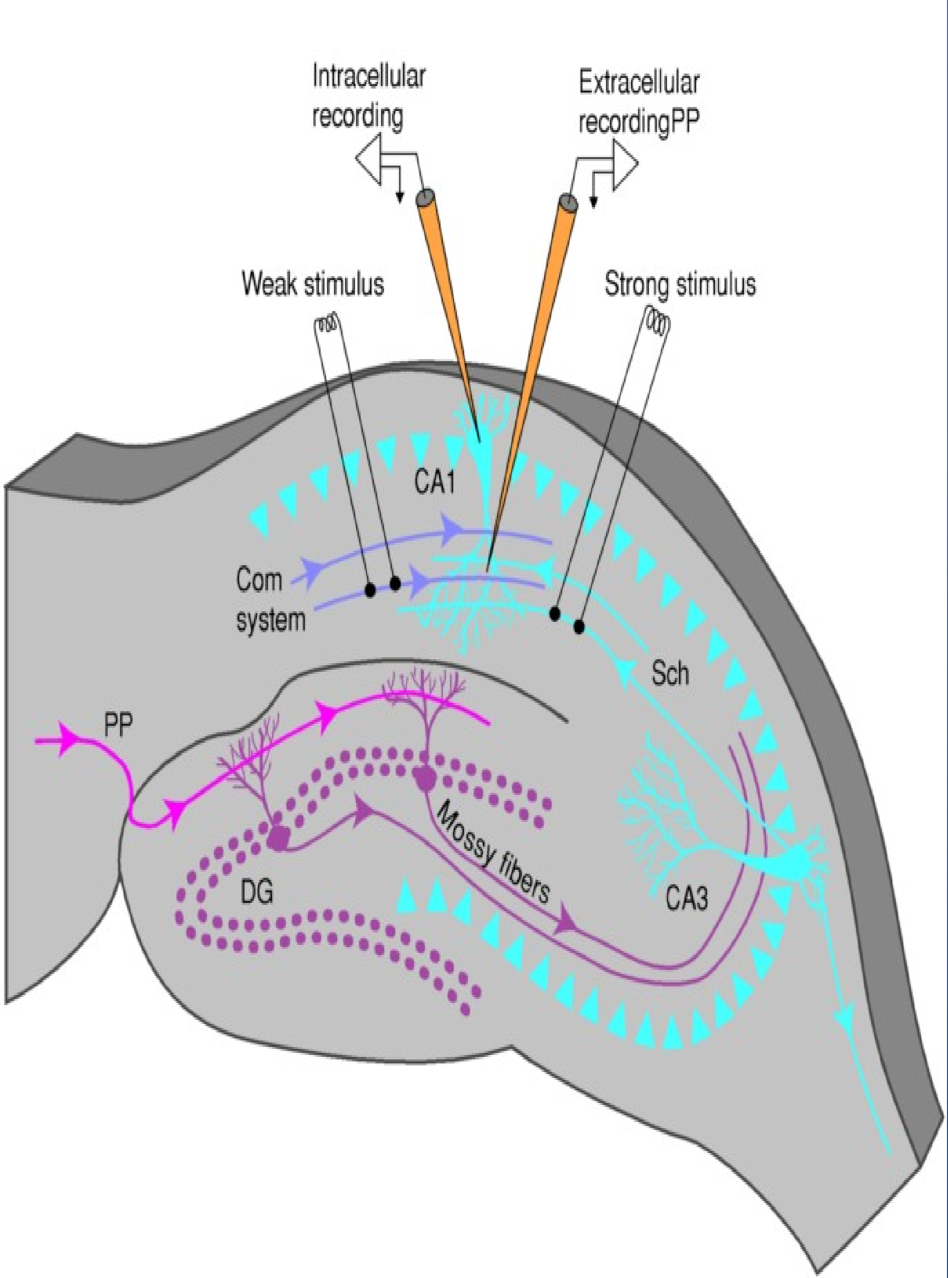


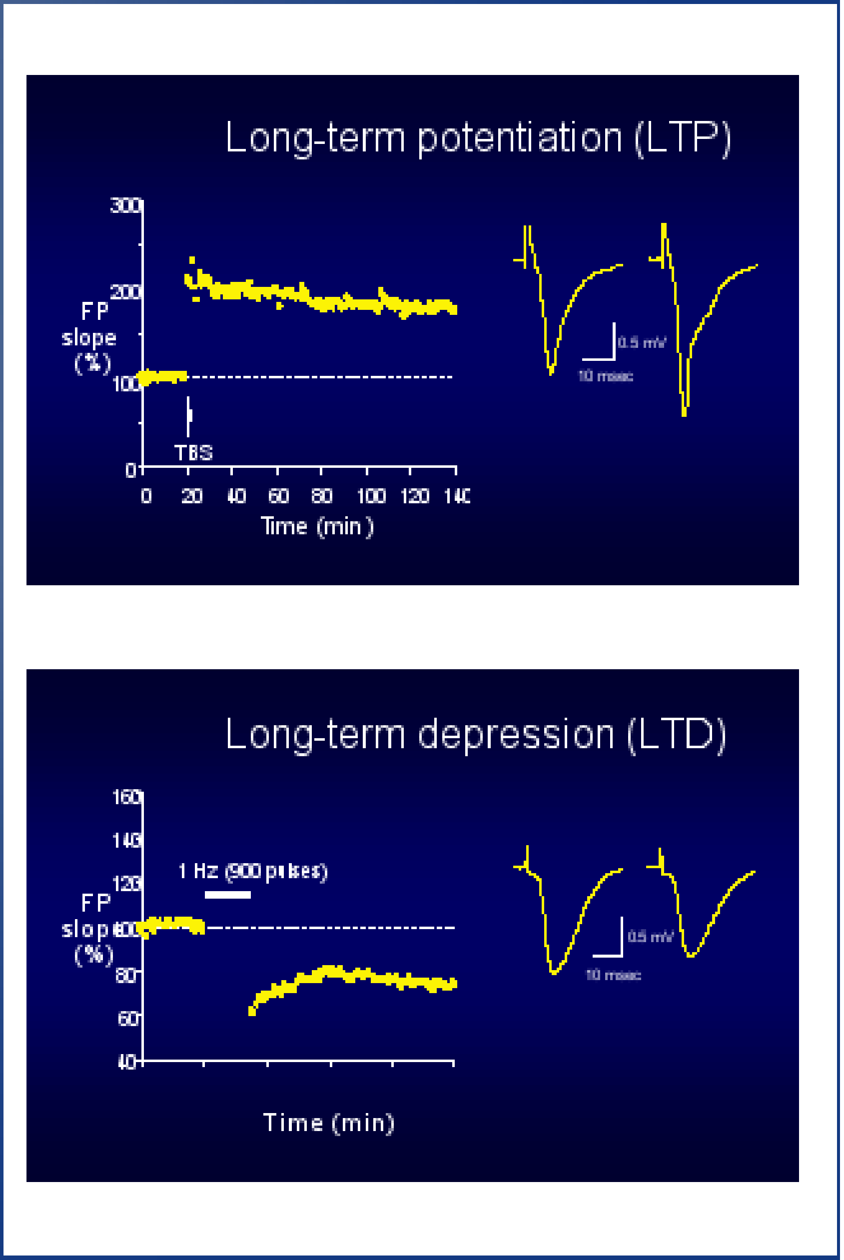
"Cuando un axón de una célula A está lo suficientemente cerca de una célula B, como para excitarla, y participa repetida o persistentemente en su disparo, ocurre algún proceso de crecimiento o cambio metabólico, en una o en ambas células, de modo tal que la eficacia de A, como una de las células que hacen disparar a B, aumenta".

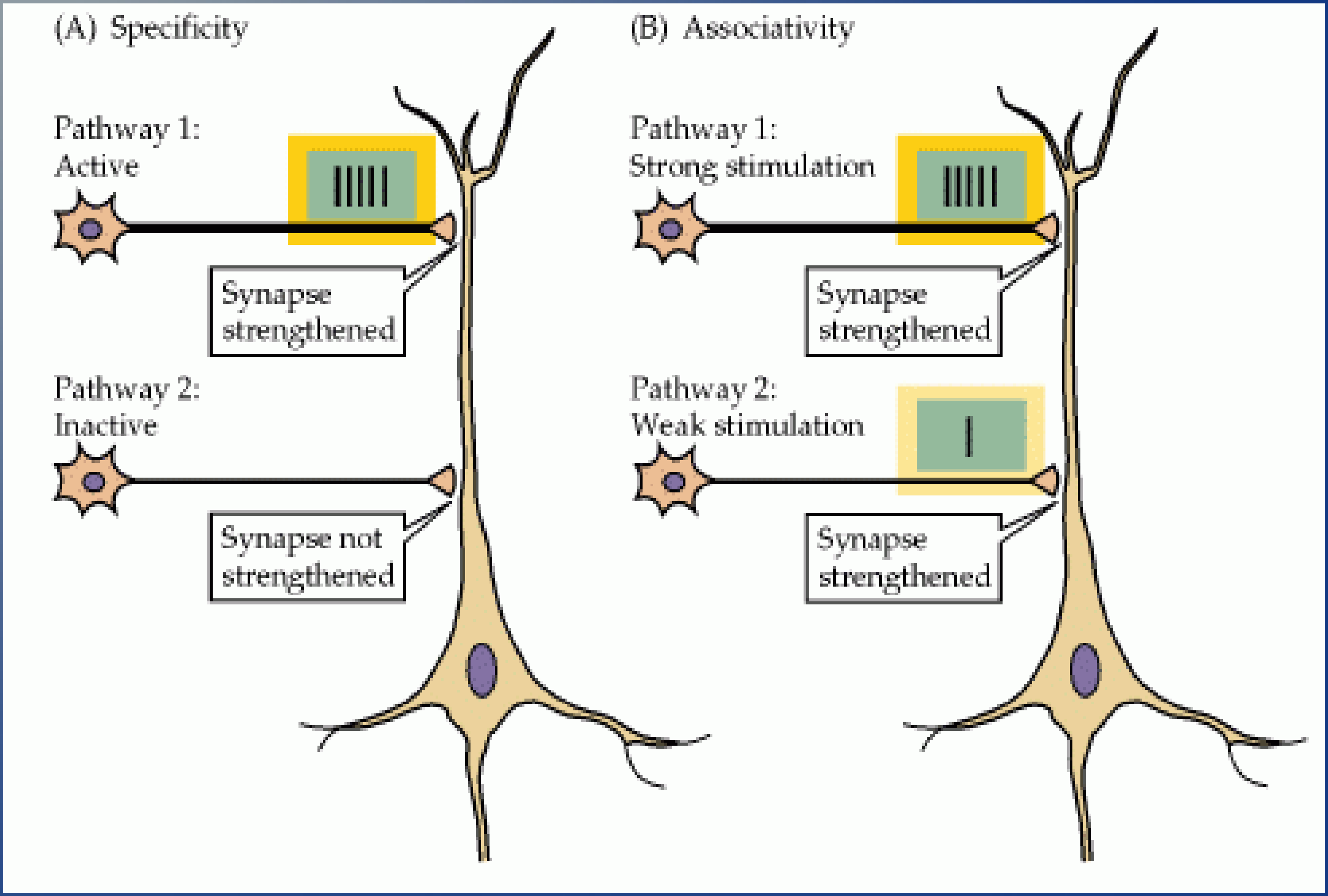
Eric Kandel (premio Nobel 2000)

- Many years later, Chip Quinn, one of the first scientists to conduct genetic studies of learning in the fruit fly, noted that the ideal experimental animal for biological studies of learning must have “no more than three genes, be able to play the cello or at least recite classical Greek, and learn these tasks with a nervous system containing only ten large, differently colored and therefore easily recognizable neurons.” Tomado de Kandel, 2006, in Search of Memory.)

Experimentos clásicos sobre LTP/LTD






(A) Specificity
Pathway 1:
Active
Synapse strengthened
Pathway 2:
Inactive
Synapse not strengthened
(B) Associativity
Pathway 1:
Strong stimulation
Synapse strengthened
Pathway 2:
Weak stimulation
Synapse strengthened

Resumen

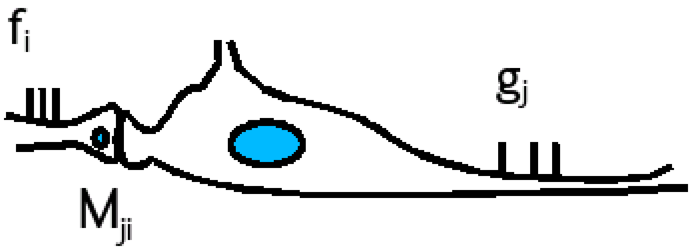
La memoria y el aprendizaje no parecen depender de un sitio específico en el cerebro.

Si bien eso se relativizó, la idea es que la memoria se almacena en forma distribuida.

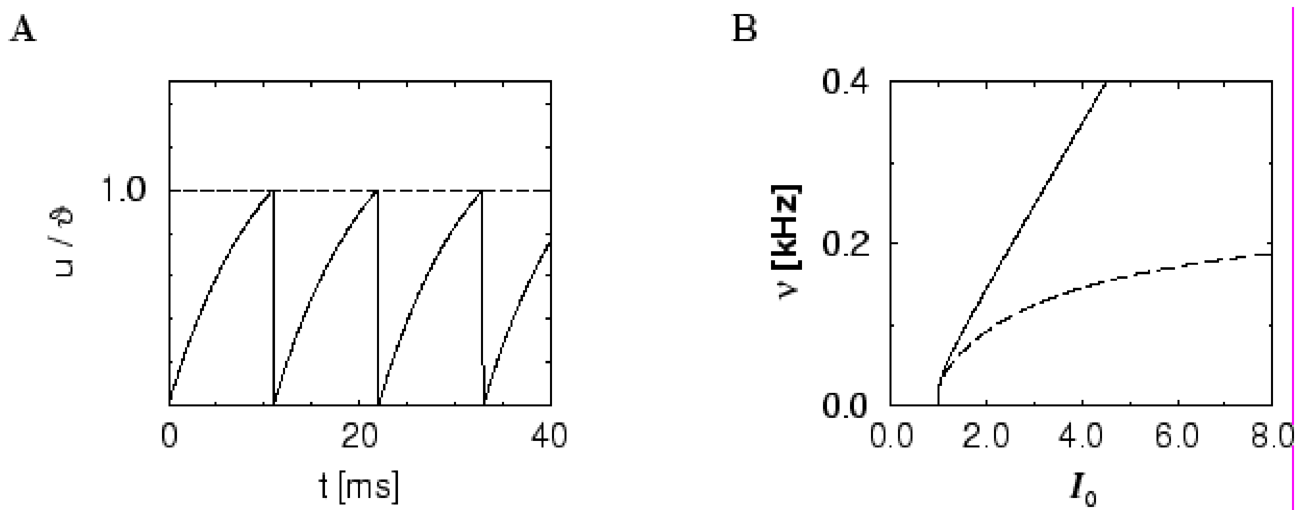
La forma en que se podría lograr ese aprendizaje es a través de las sinapsis “Hebbianas”.

En aplysia (Kandel) o en ratas (Bliss & Luomo) se observan cambios en la fuerza sináptica que se vinculan al aprendizaje.

Neuronas Analógicas: un modelo simple



$$g \equiv s_i - \bar{s}_i$$
$$f \equiv \vec{u} - \vec{u}_0$$

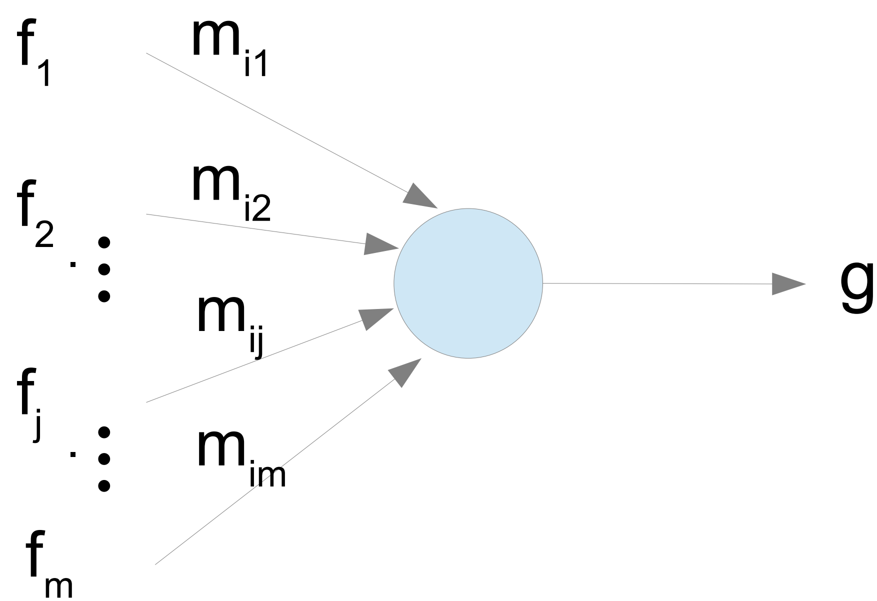


- La frecuencia de disparo es en cierto rango aproximable por una función lineal.
- Si asumimos que existe una frecuncia basal la actividad frente a un estímulo es la diferencia entre la frecuencia de disparo y la basal.

Un modelo de neurona simplificado

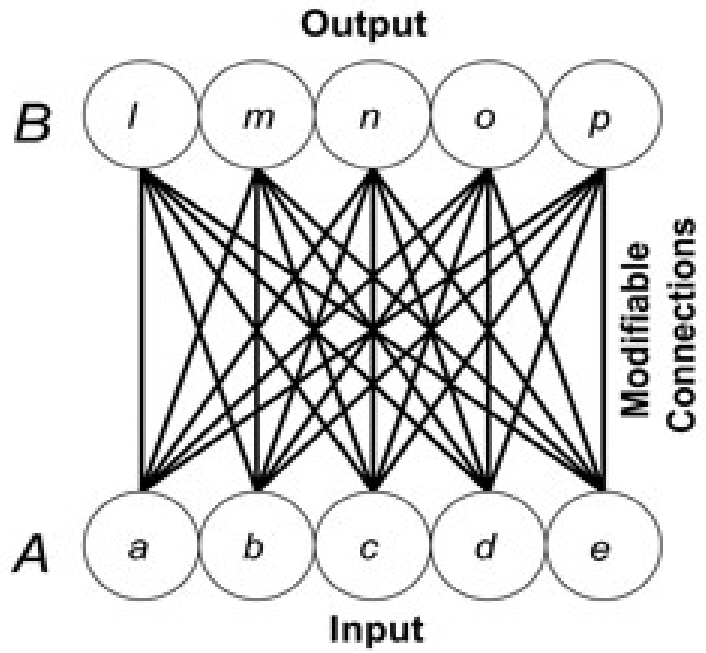
En ecuaciones:

$$g_i = \phi\left(\sum_i m_{ij} f_j\right)$$



Lo más simple es suponer que la función φ es la identidad.
Por motivos algebraicos es útil poner cada una de las señales en un vector.

Las redes



Esta red, puede aprender a asociar un conjunto de entradas con un conjunto de salidas utilizando la regla de cambiar los pesos el proporción a la entrada y la salida deseada (c.f. Donald Hebb)

Esto es lo mismo que hacer una matriz que sea la suma de los productos externos.
Si los vectores de entrada son todos perpendiculares entre si (son ortogonales decimos f(k) . f(l)=0) entonces esa memoria es perfecta.

Interludio matemático

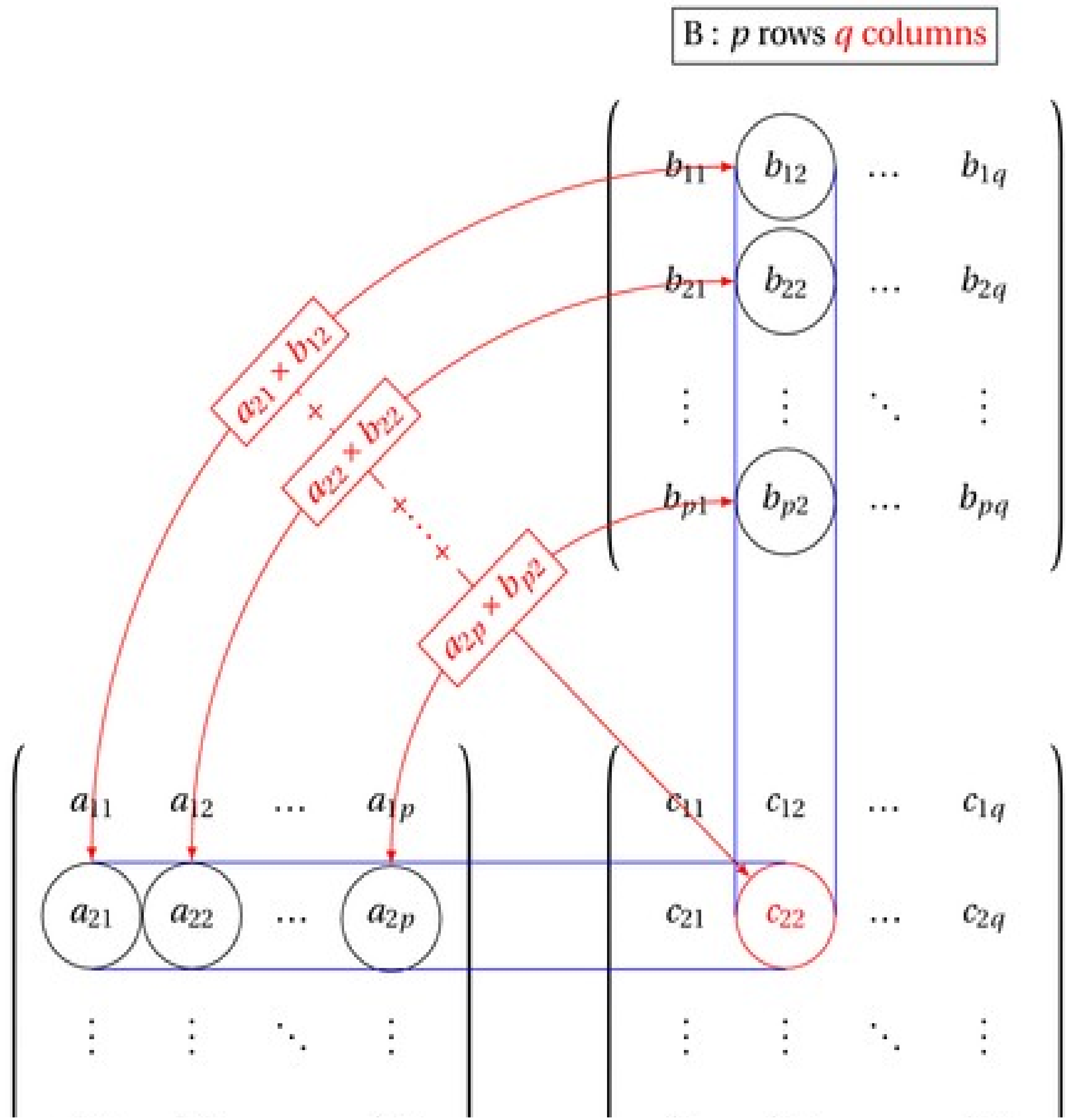
$$\boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_i \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_j \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1\mathrm{i}} & \cdots & m_{1\mathrm{n}} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2\mathrm{i}} & \cdots & m_{2\mathrm{n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{m1} & m_{m2} & \cdots & m_{mi} & \cdots & m_{mn} \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{g}=\boldsymbol{Mf}$

$\boldsymbol{g}$ = vector de salida

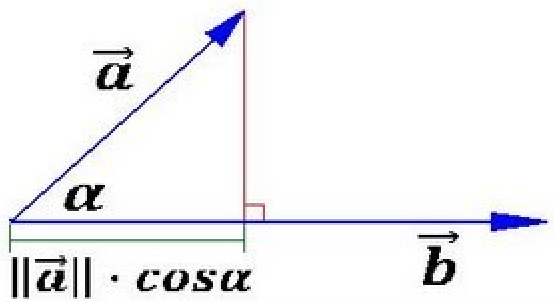
$\boldsymbol{M}$ = matriz de pesos sinápticos

$\boldsymbol{f}$ = vector de entradas



B : p rows q columns
$a_{21} \times b_{12}$
+
$a_{22} \times b_{22}$
+ ⋯ +
$a_{2p} \times b_{p2}$
b_{11} b_{12} … b_{1q}
b_{21} b_{22} … b_{2q}
b_{p1} b_{p2} … b_{pq}
a_{11} a_{12} … a_{1p}
a_{21} a_{22} … a_{2p}
c_{11} c_{12} … c_{1q}
c_{21} c_{22} … c_{2q}

Producto interno y externo



Producto Escalar

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot cos\alpha$$

$$\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = a.x + b.y$$

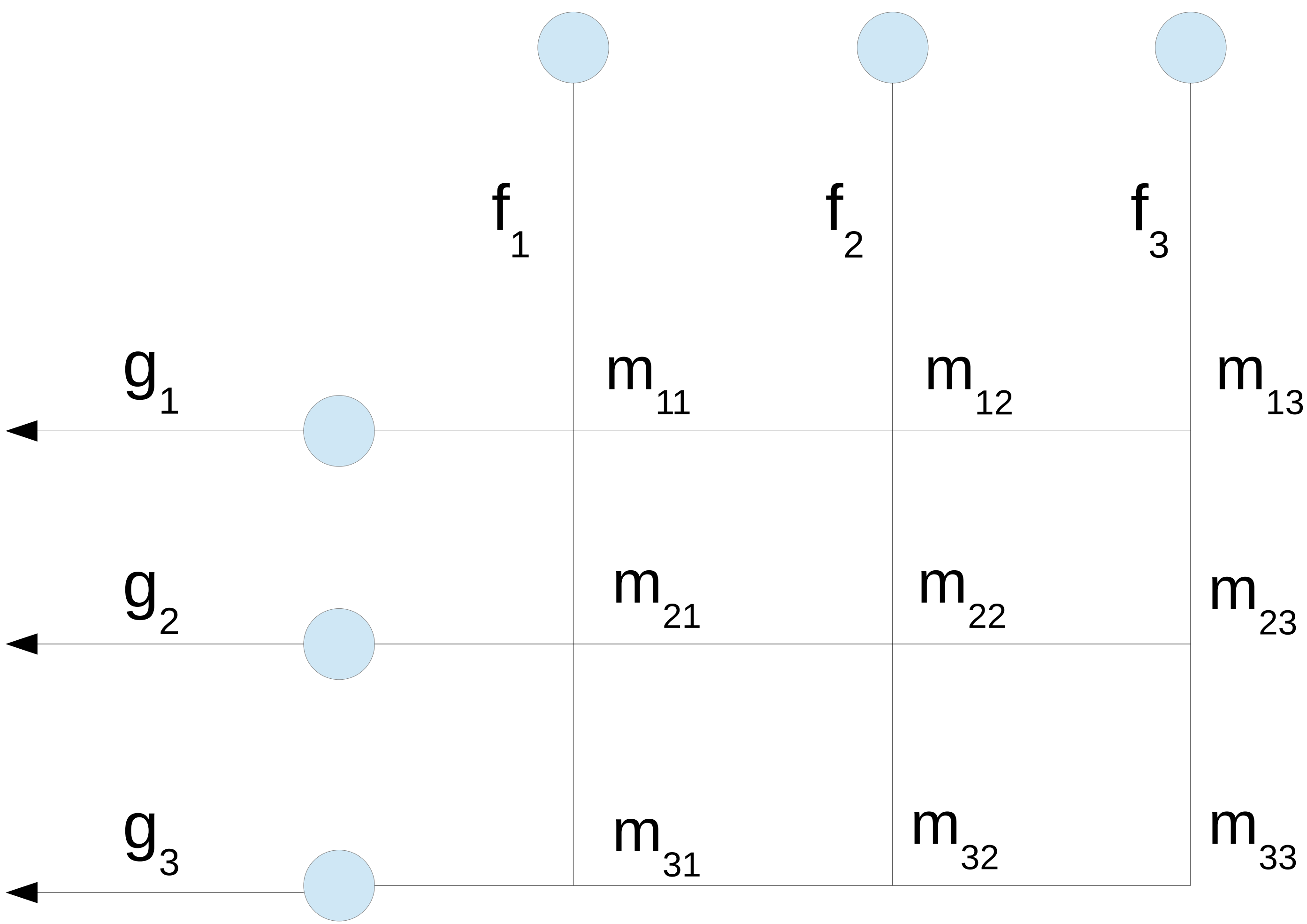
$$\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = a.x + b.y + c.z$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = a.x + b.y + c.z + d.t$$

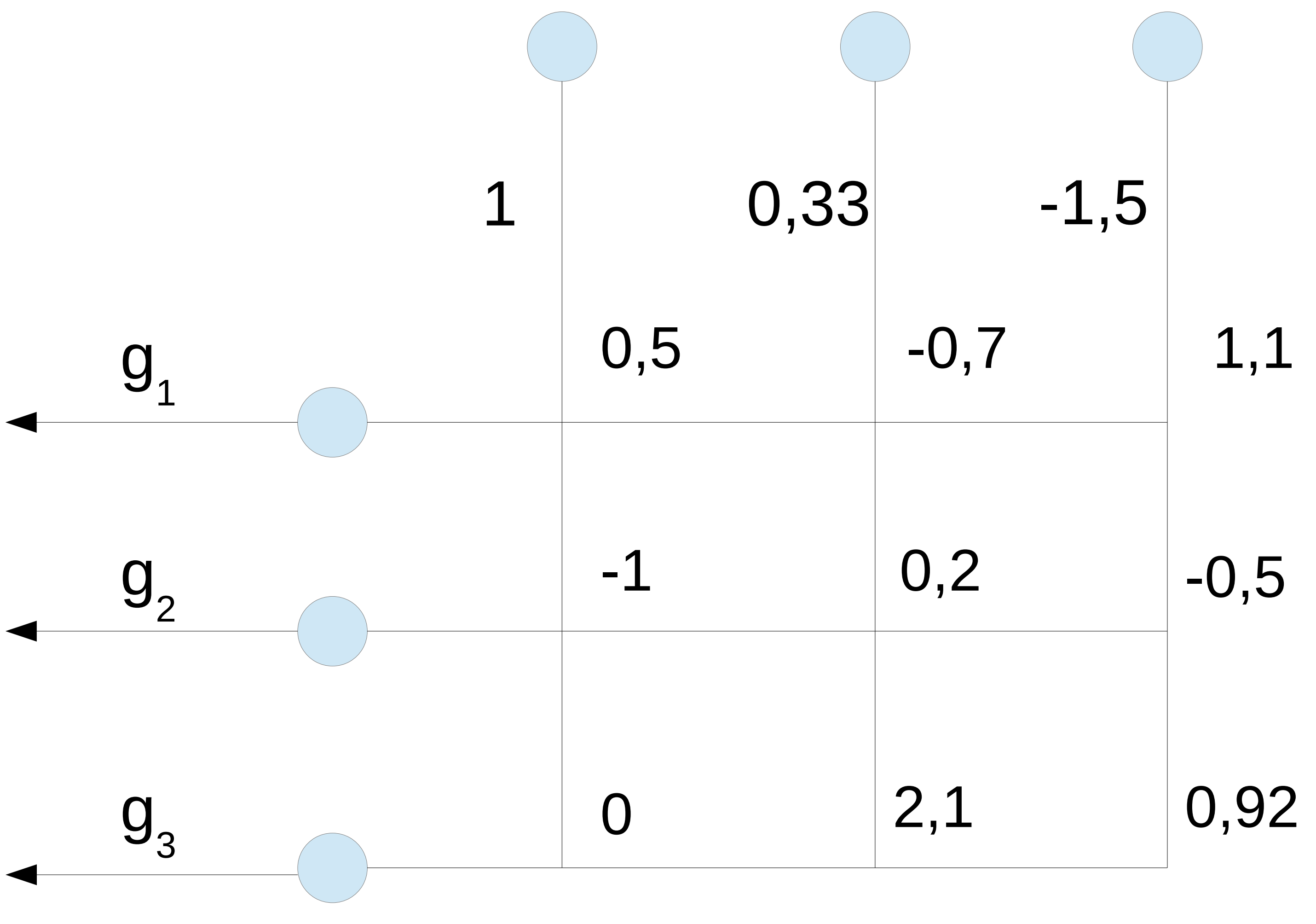
Producto externo

$$^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 \\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3 \\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3 \end{pmatrix}.$$

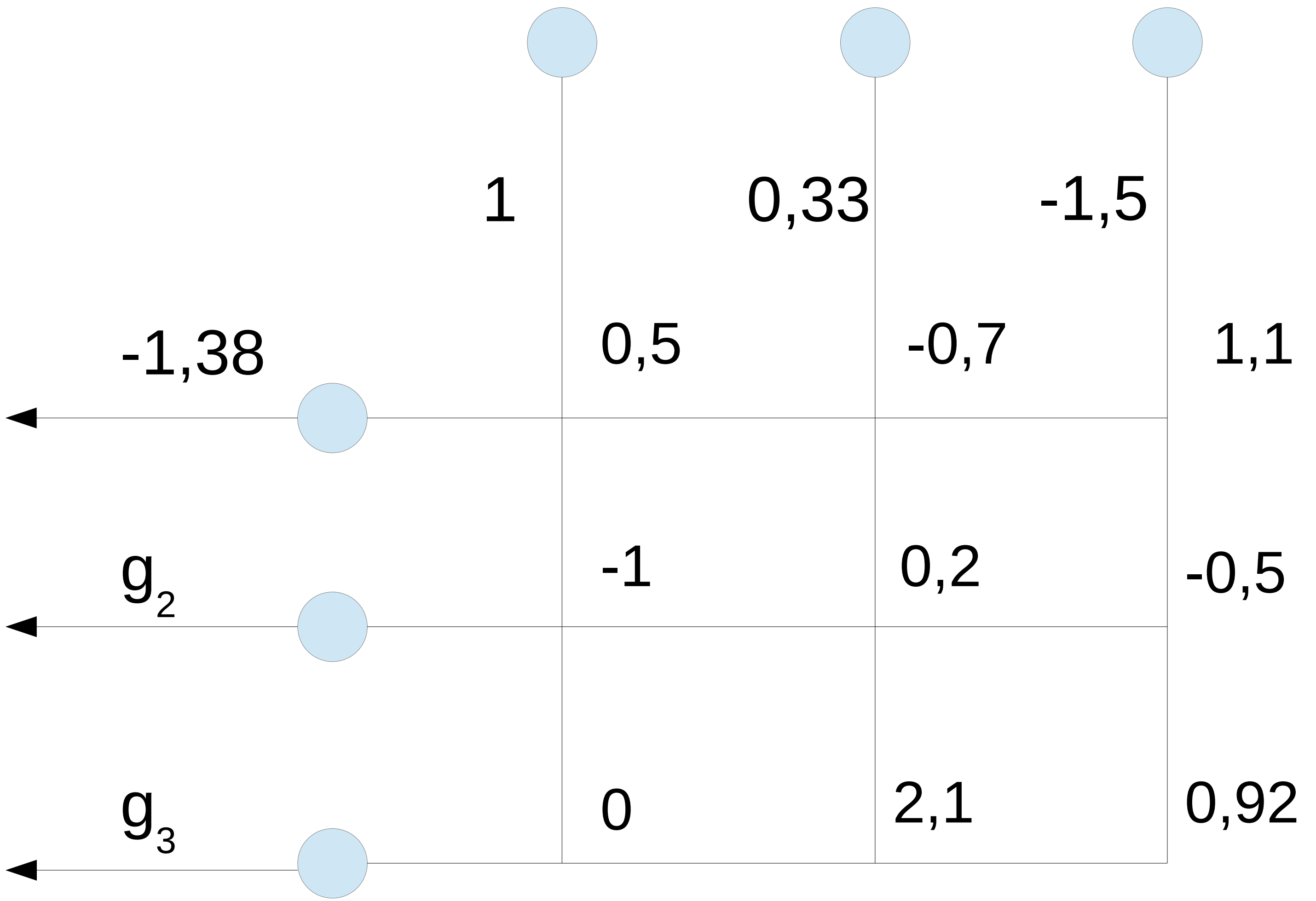
Veamos una red simple



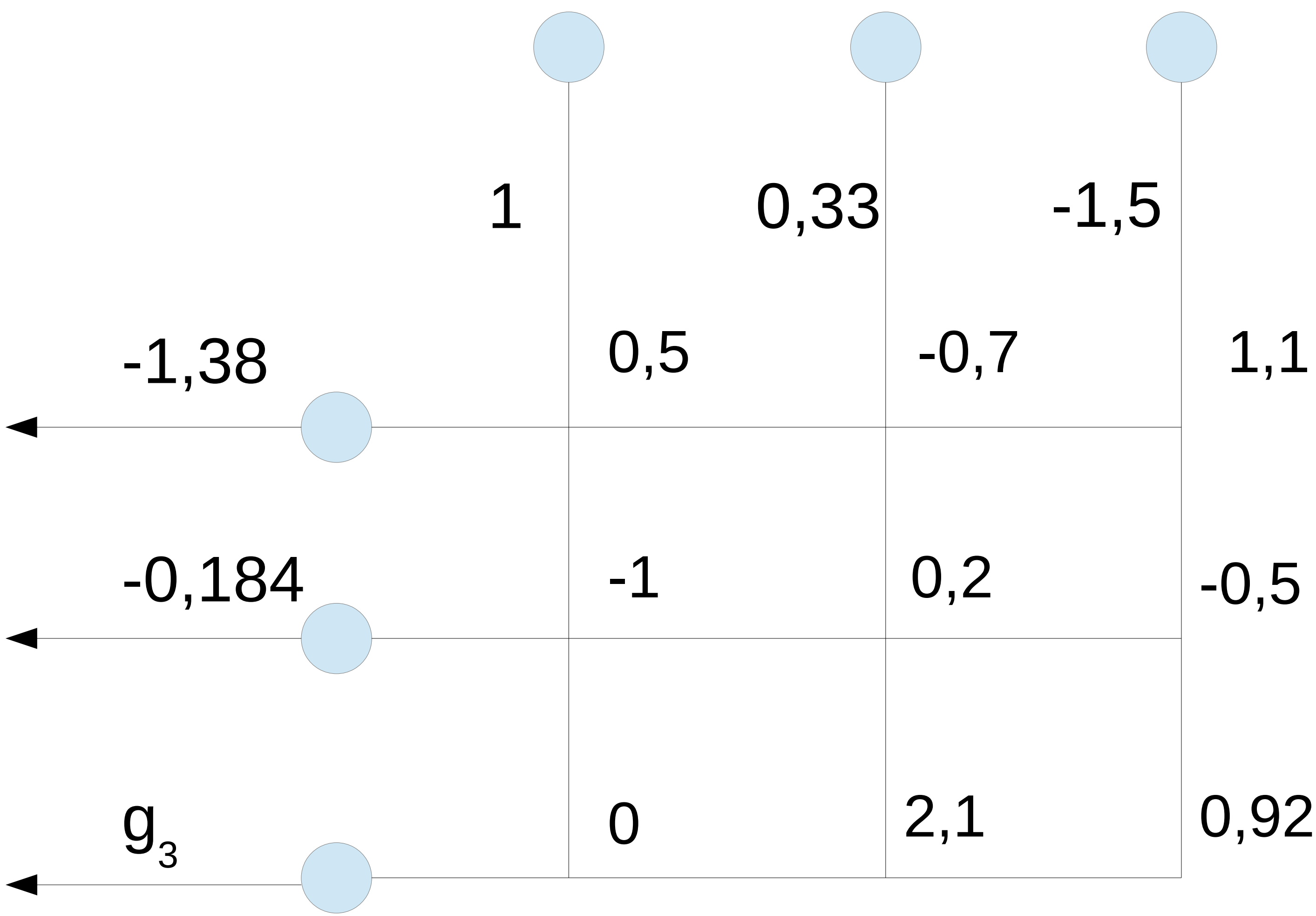
Veamos una red simple: números



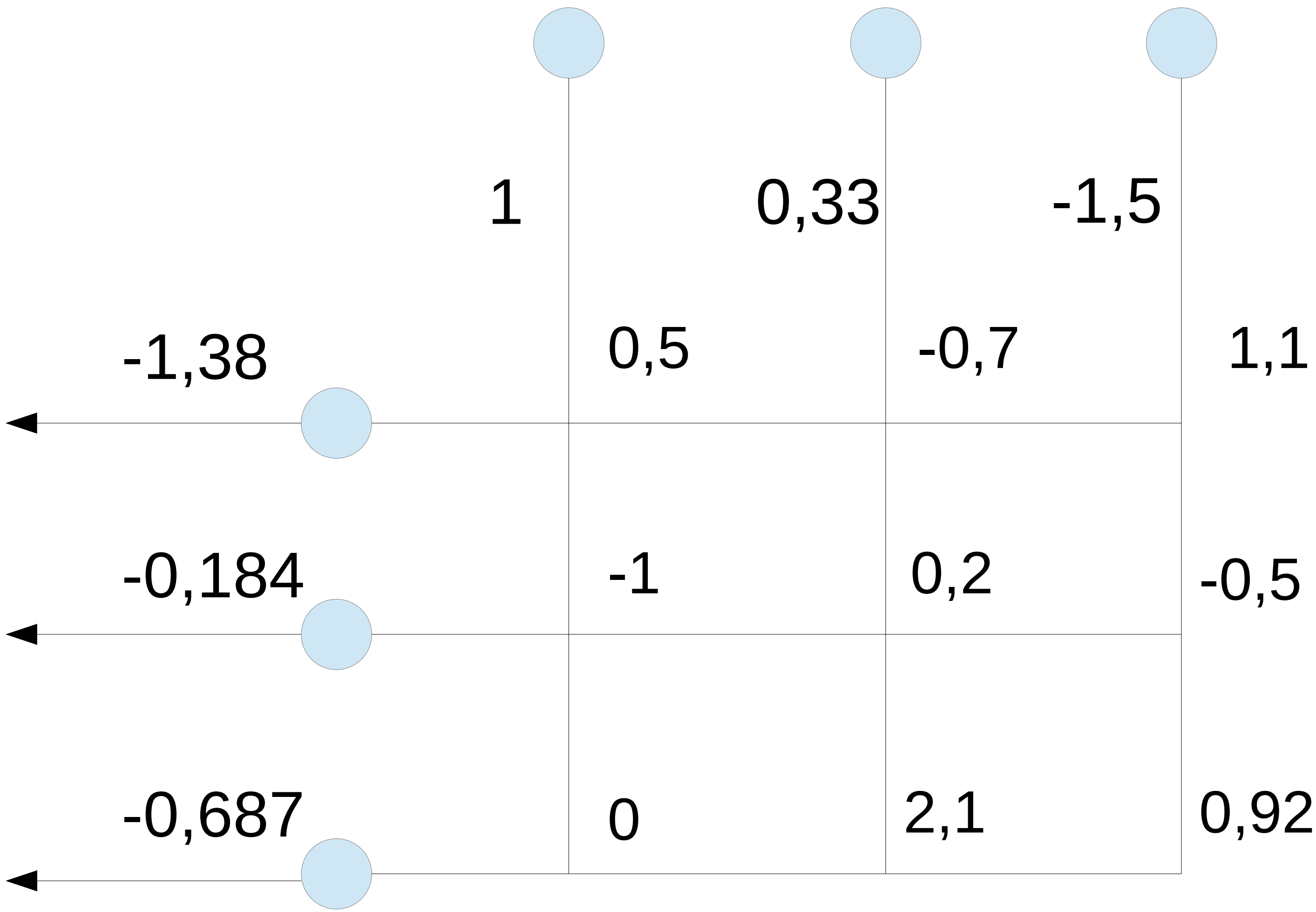
Veamos una red simple: números



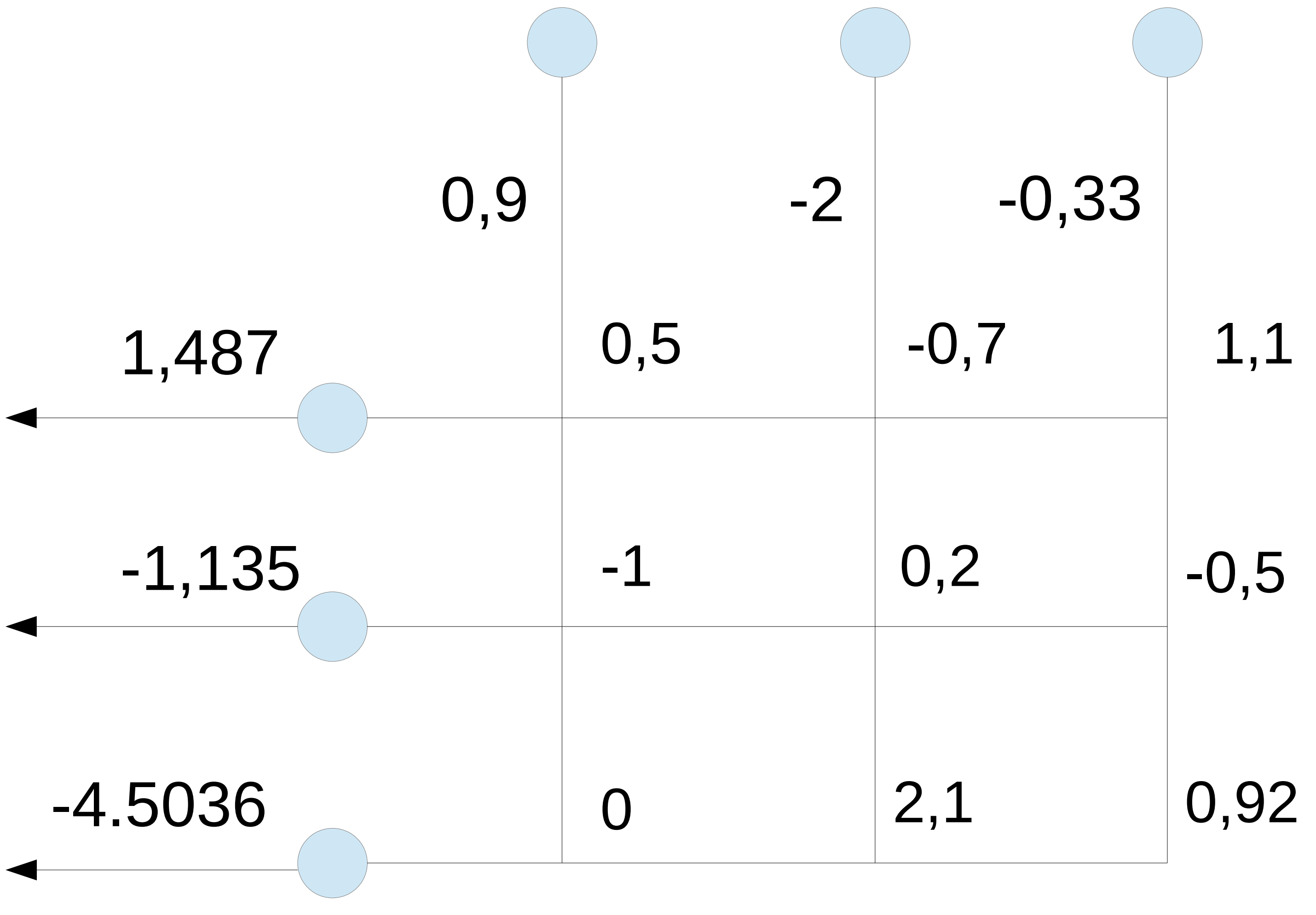
Veamos una red simple: números



Esta red produce infinitas respuestas

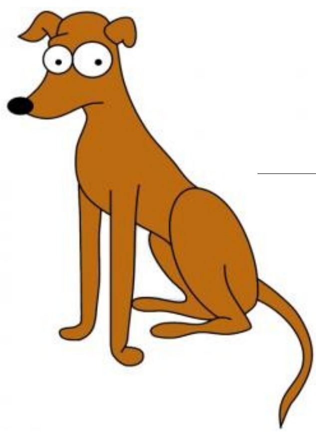


Veamos una red simple: números



Introducción al aprendizaje

Aprendizaje Hebbiano: Si queremos asociar un conjunto de entradas con uno de salidas, presentamos en la entrada cada ejemplo, y modificamos los pesos agregando a cada peso el producto de la entrada por la salida deseada.



$$\boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_r \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_i \\ \vdots \\ g_s \end{bmatrix}$$

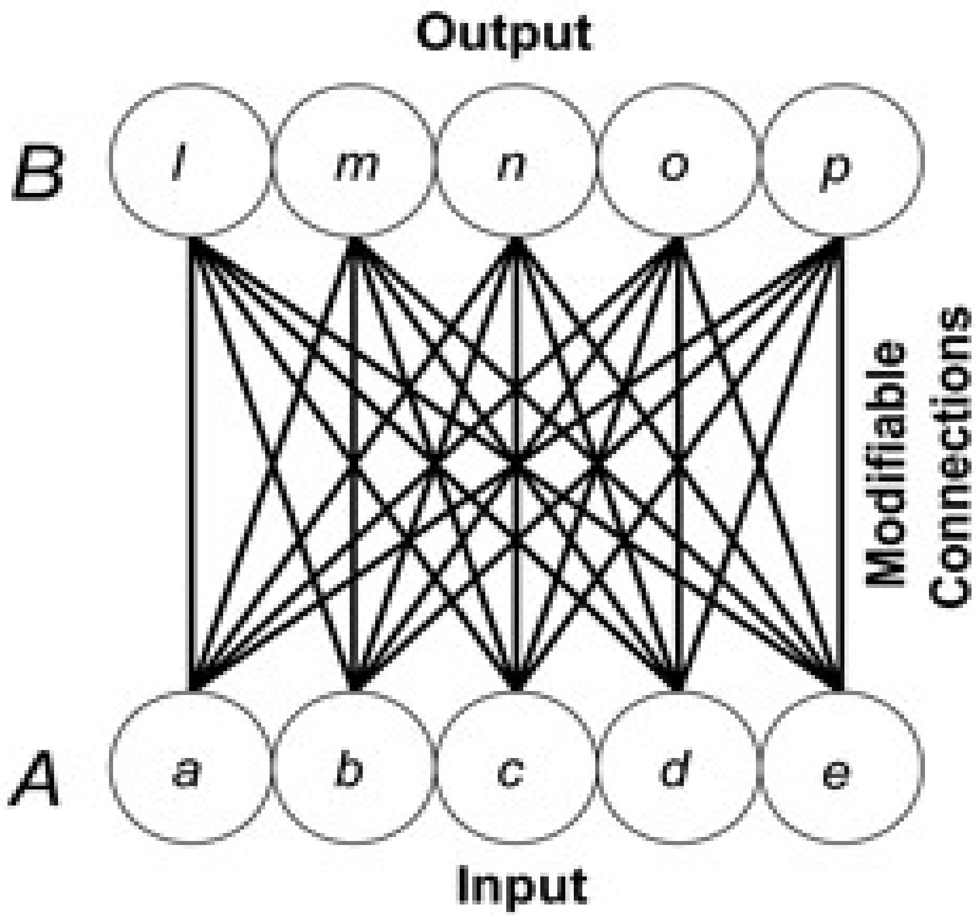
El ayudante de Santa (Santa's little helper).

Codificación

Asociación

Decodificación (articulación)

Las redes



Cada peso va a ser la suma de las asociaciones correspondientes a todos los pares entrada salida.
Si las entradas no están correlacionadas, en una red de N neuronas se pueden almacenar N asociaciones de forma perfecta.

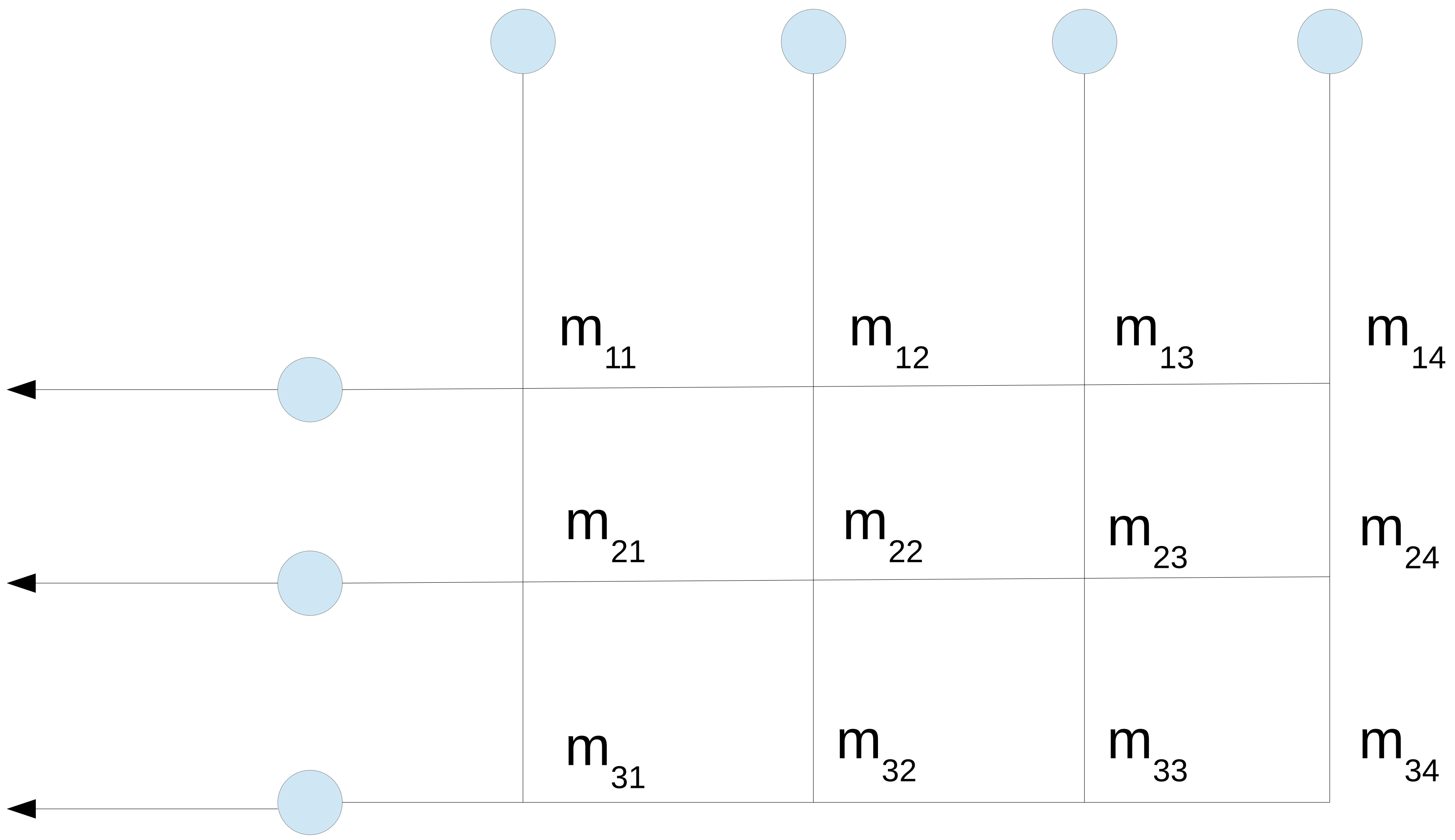
El problema de los pares asociados

$$\boldsymbol{f}(\mathbf{1}) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_r \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{g}(\mathbf{1}) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g\,i \\ \vdots \\ g_s \end{bmatrix}$$

f(1) y **g**(1) se denominan par asociado, patrón asociado (de pattern), vectores asociados.

El problema del aprendizaje asociativo:
Encontrar los pesos sinápticos que hagan que cada vez que un patrón está presente en la entrada, el asociado correspondiente esté en la salida, para una cierta cantidad de pares asociados {**f**(k), **g**(k)}

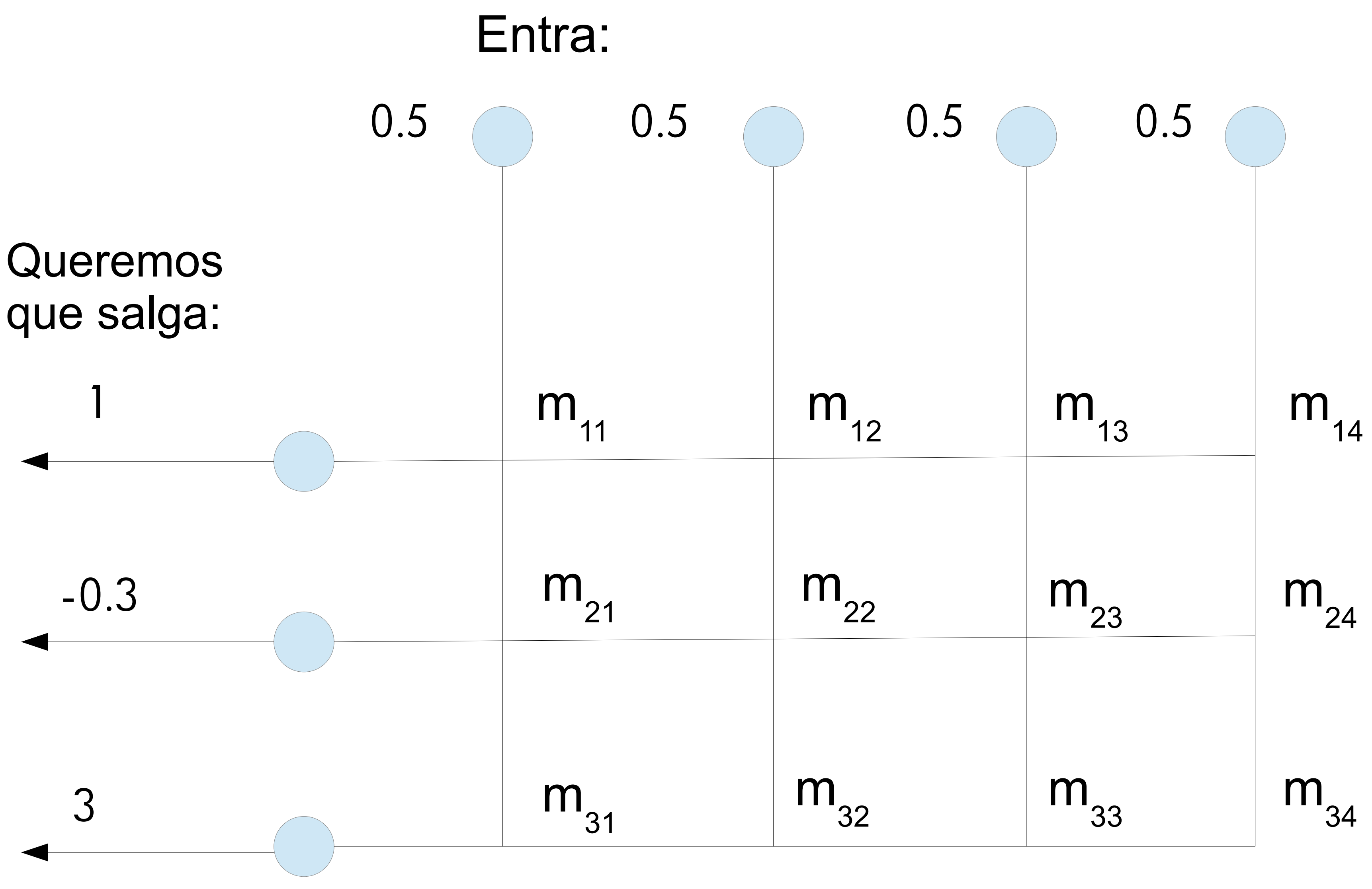
Ej: Usando esta red.....



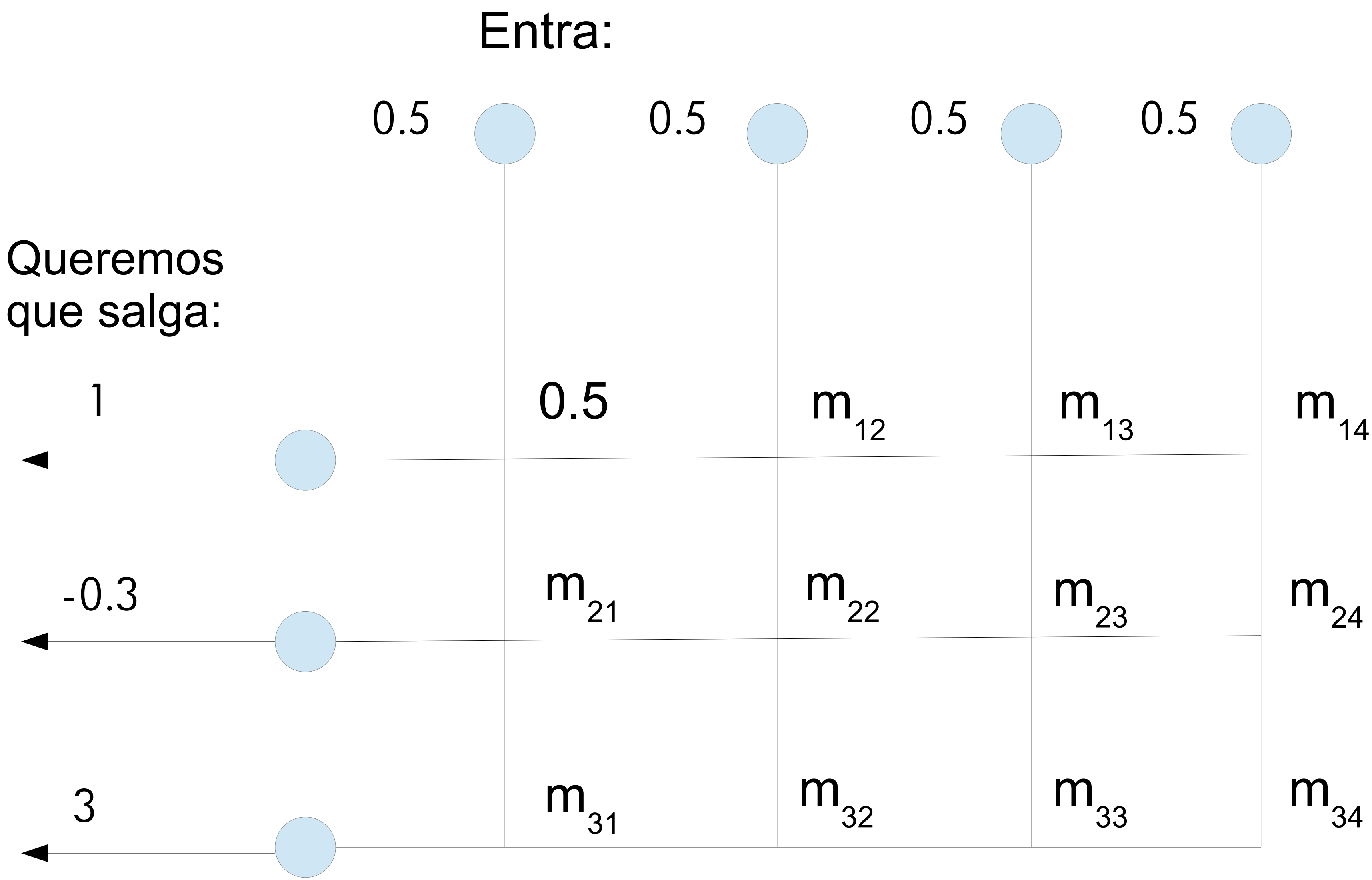
Almacenar...

<table>
<tr><th colspan="5">PRIMER PAR</th><th colspan="4">SEGUNDO PAR</th><th colspan="4">TERCER PAR</th></tr>
<tr><td rowspan="4">f(1)</td><td>$f_1(1)$</td><td>0.5</td><td rowspan="4">g(1)</td><td>1</td><td rowspan="4">f(2)</td><td>0.5</td><td rowspan="4">g(2)</td><td>-2</td><td rowspan="4">f(3)</td><td>0.5</td><td rowspan="4">g(3)</td><td>3,14</td></tr>
<tr><td>$f_2(1)$</td><td>0.5</td><td>-0.3</td><td>-0.5</td><td>0.5</td><td>0.5</td><td>2.73</td></tr>
<tr><td>$f_3(1)$</td><td>0.5</td><td>3</td><td>0.5</td><td>0.4</td><td>-0.5</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>$f_4(1)$</td><td>0.5</td><td></td><td>-0.5</td><td></td><td>-0.5</td><td></td></tr>
</table>

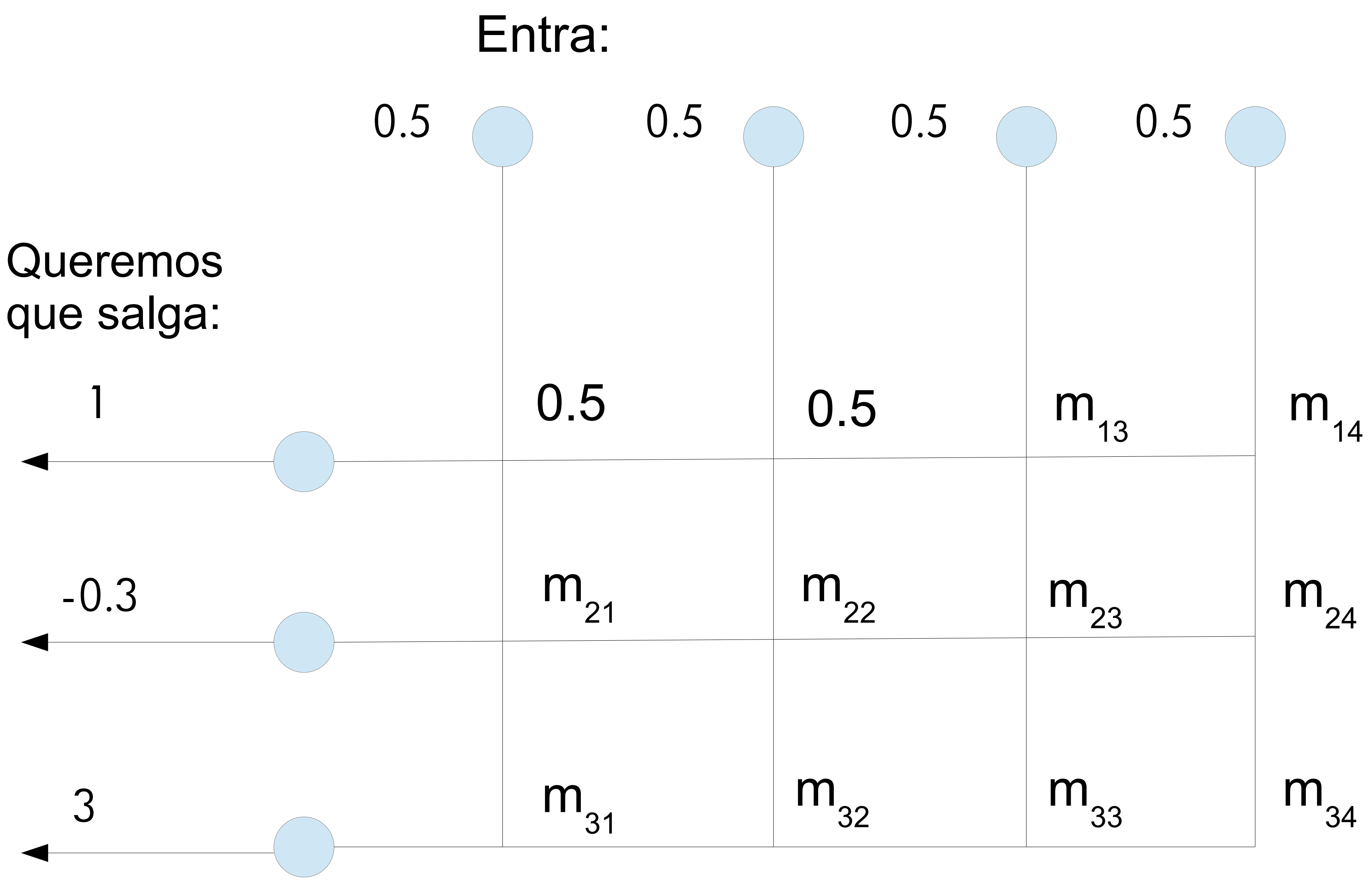
Primer par a asociar



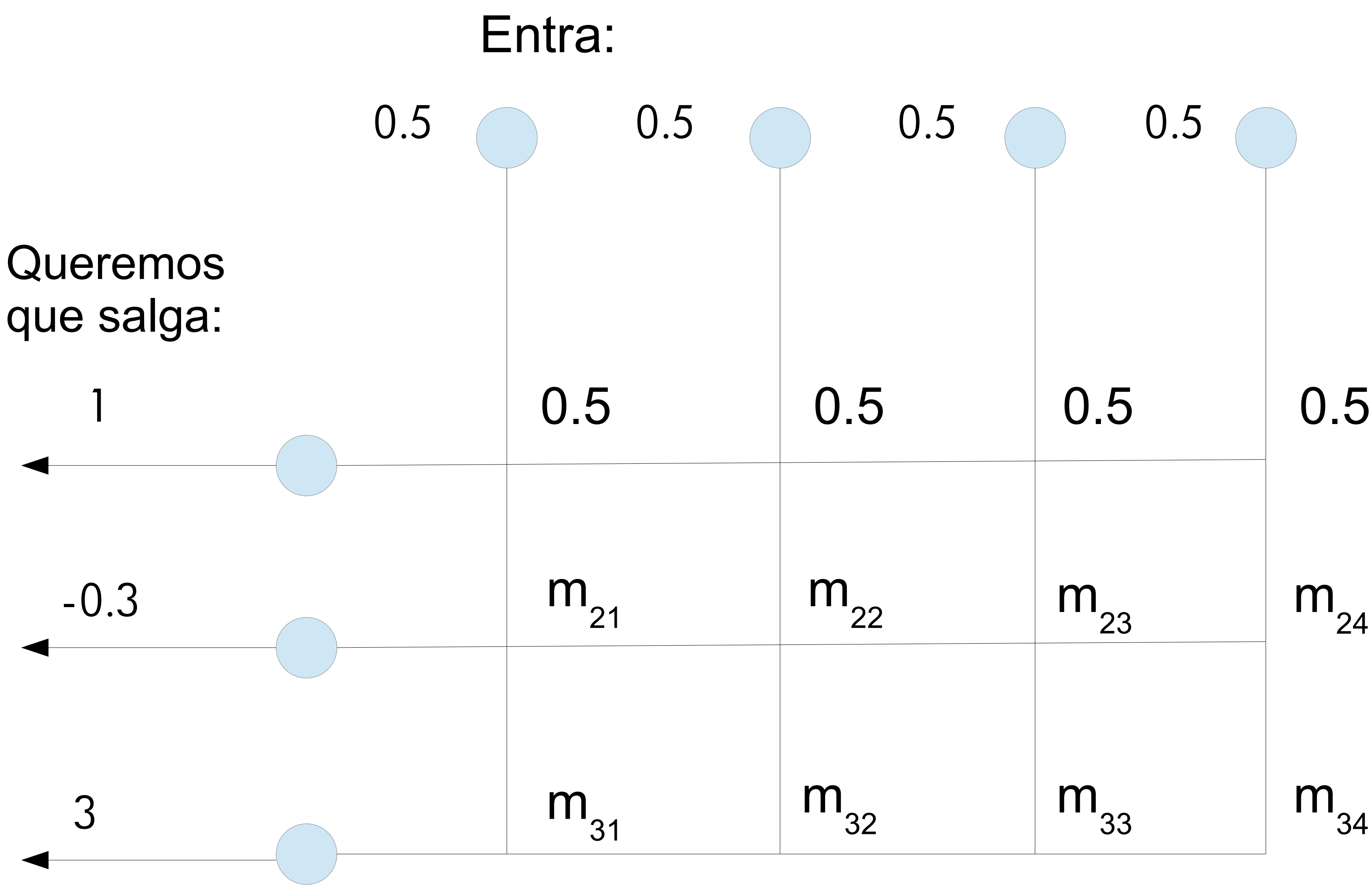
Primer par a asociar



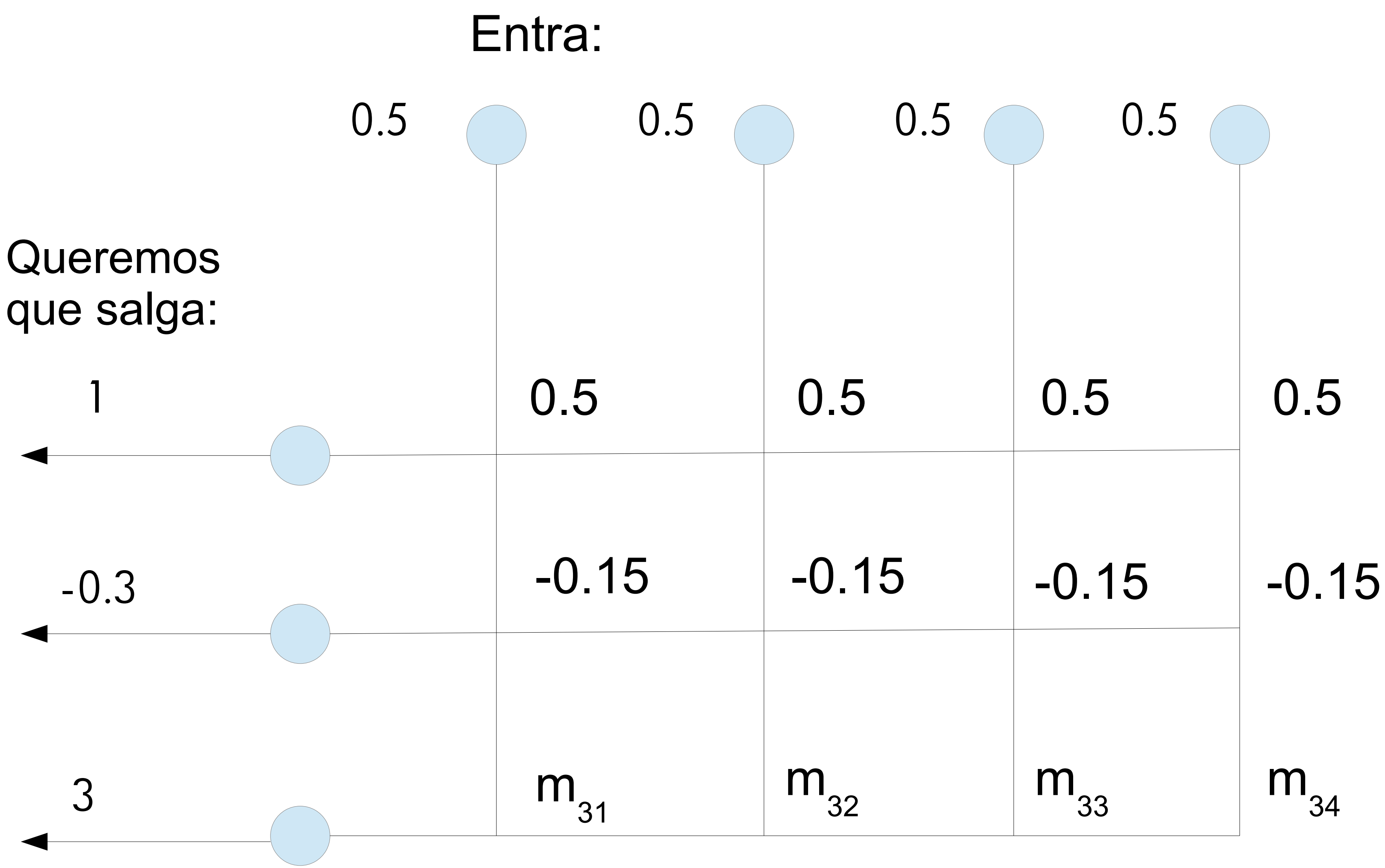
Primer par a asociar



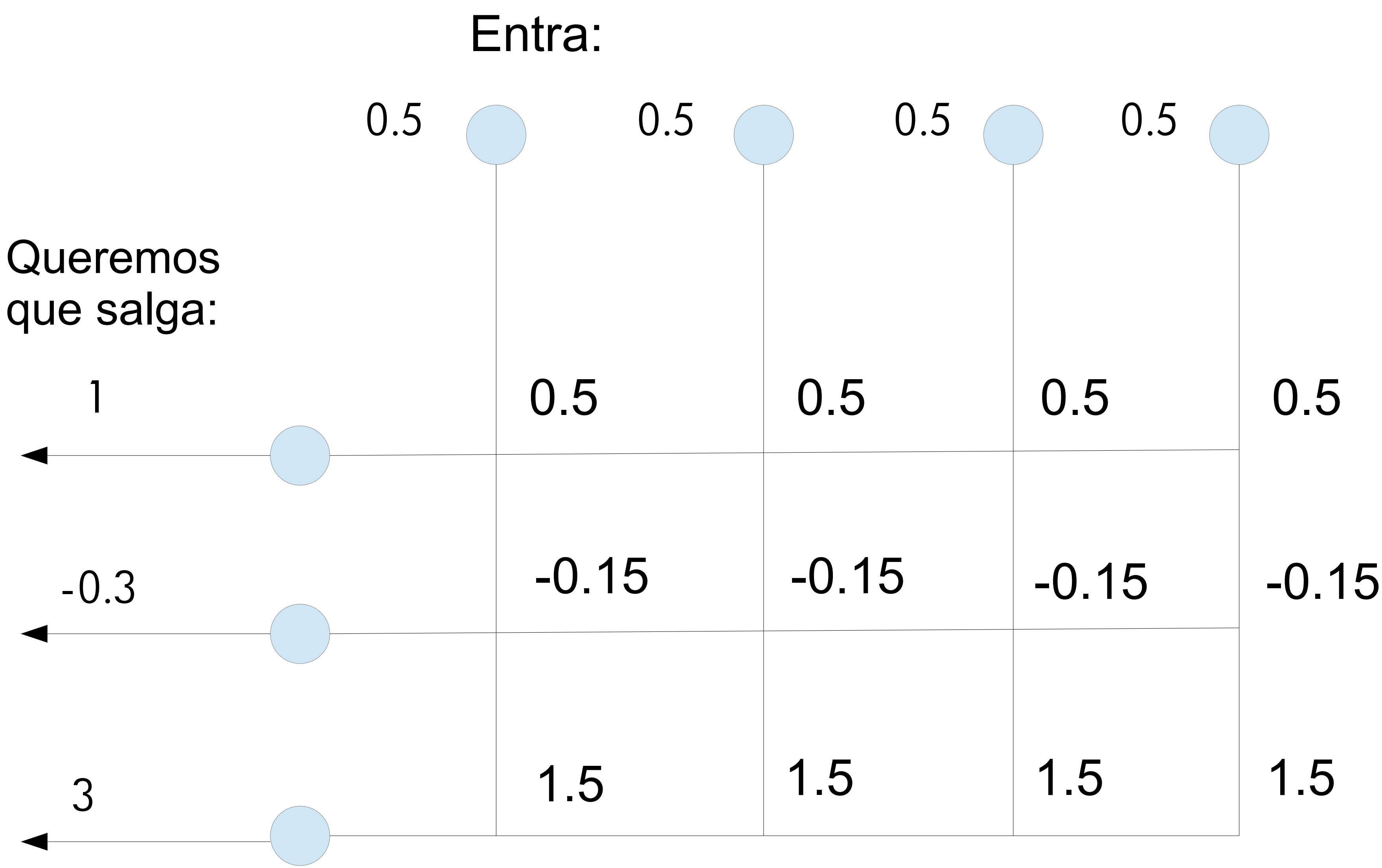
Primer par a asociar



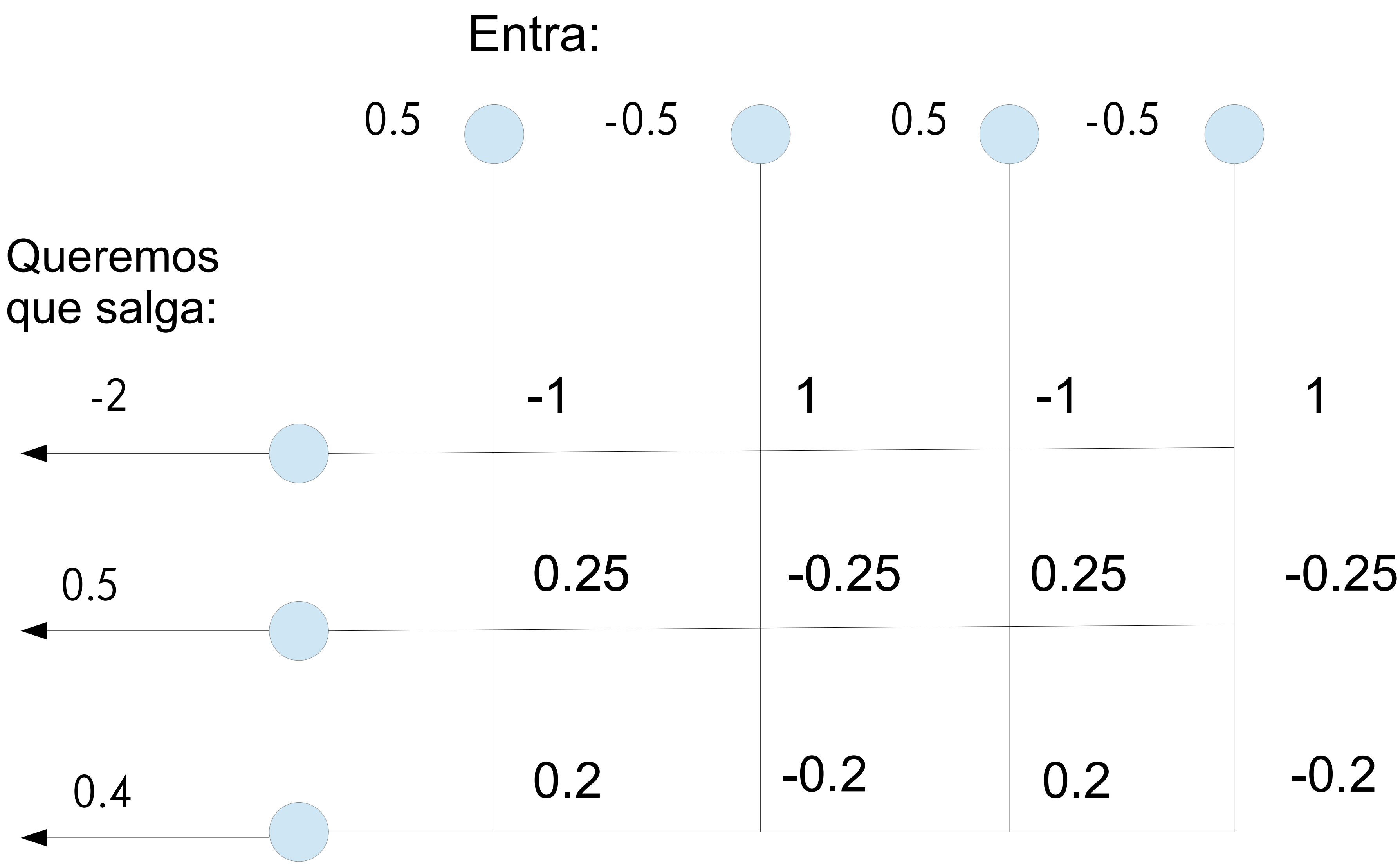
Primer par a asociar



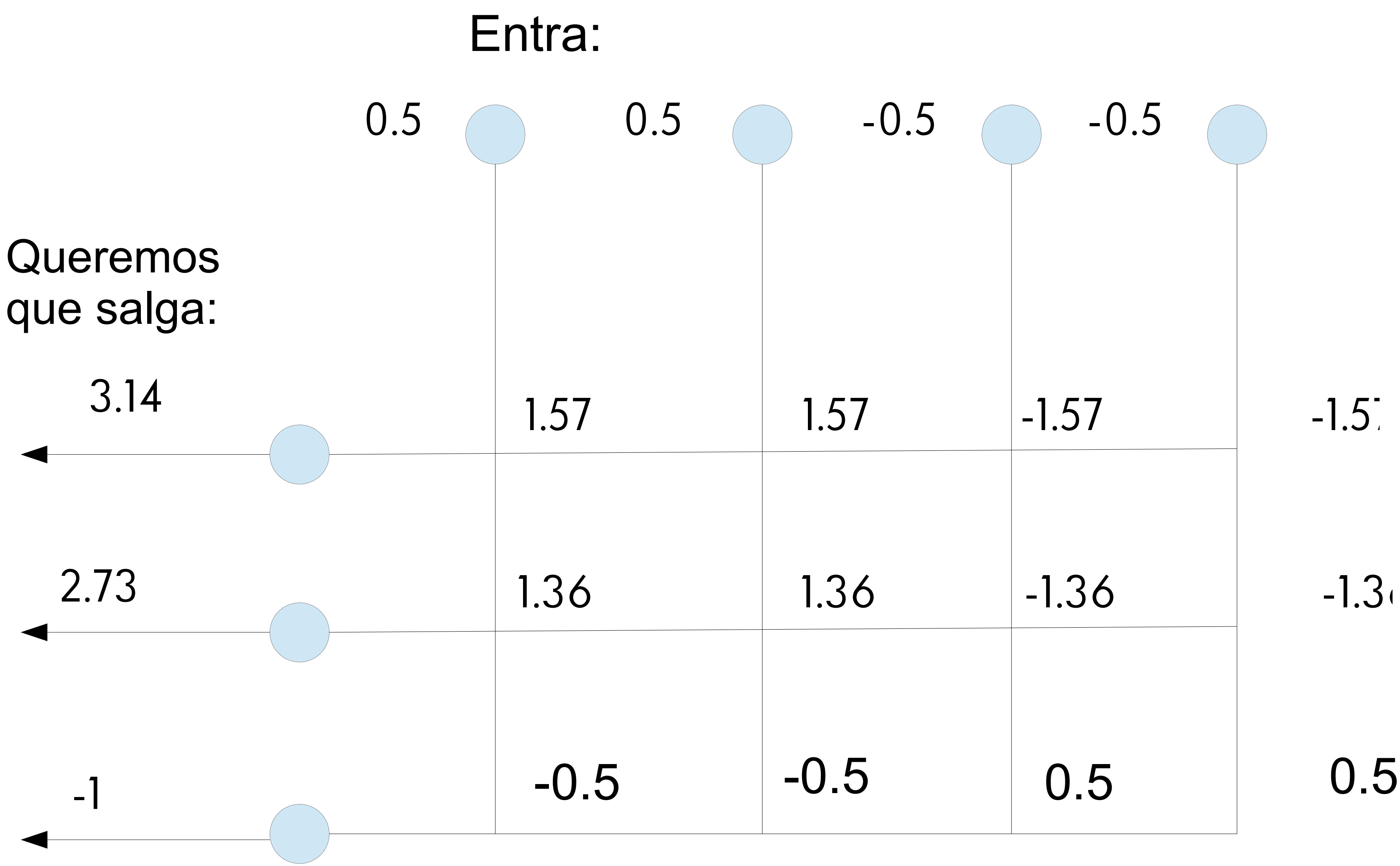
Primer par a asociar



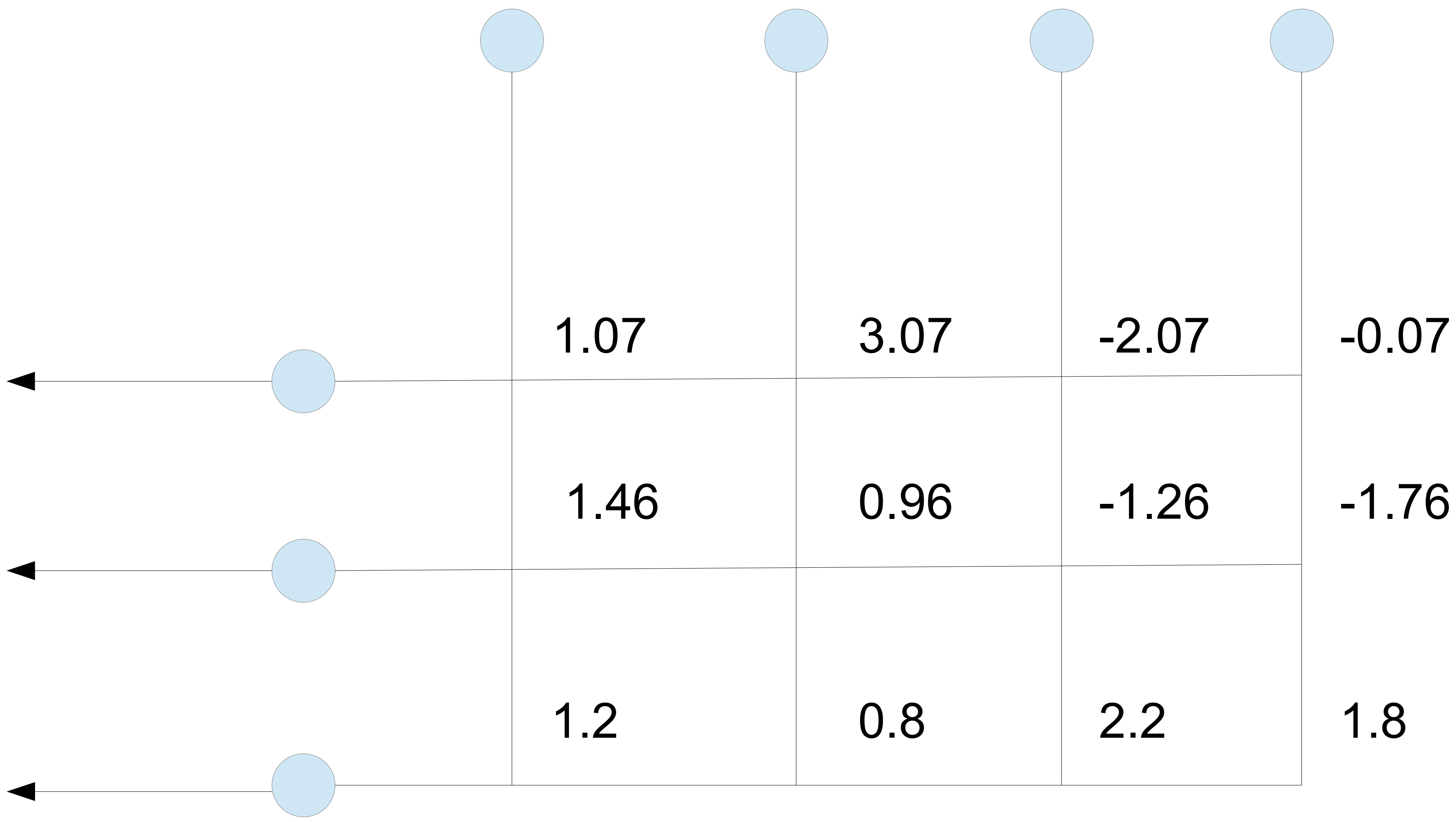
Segundo par a asociar



Tercer par a asociar



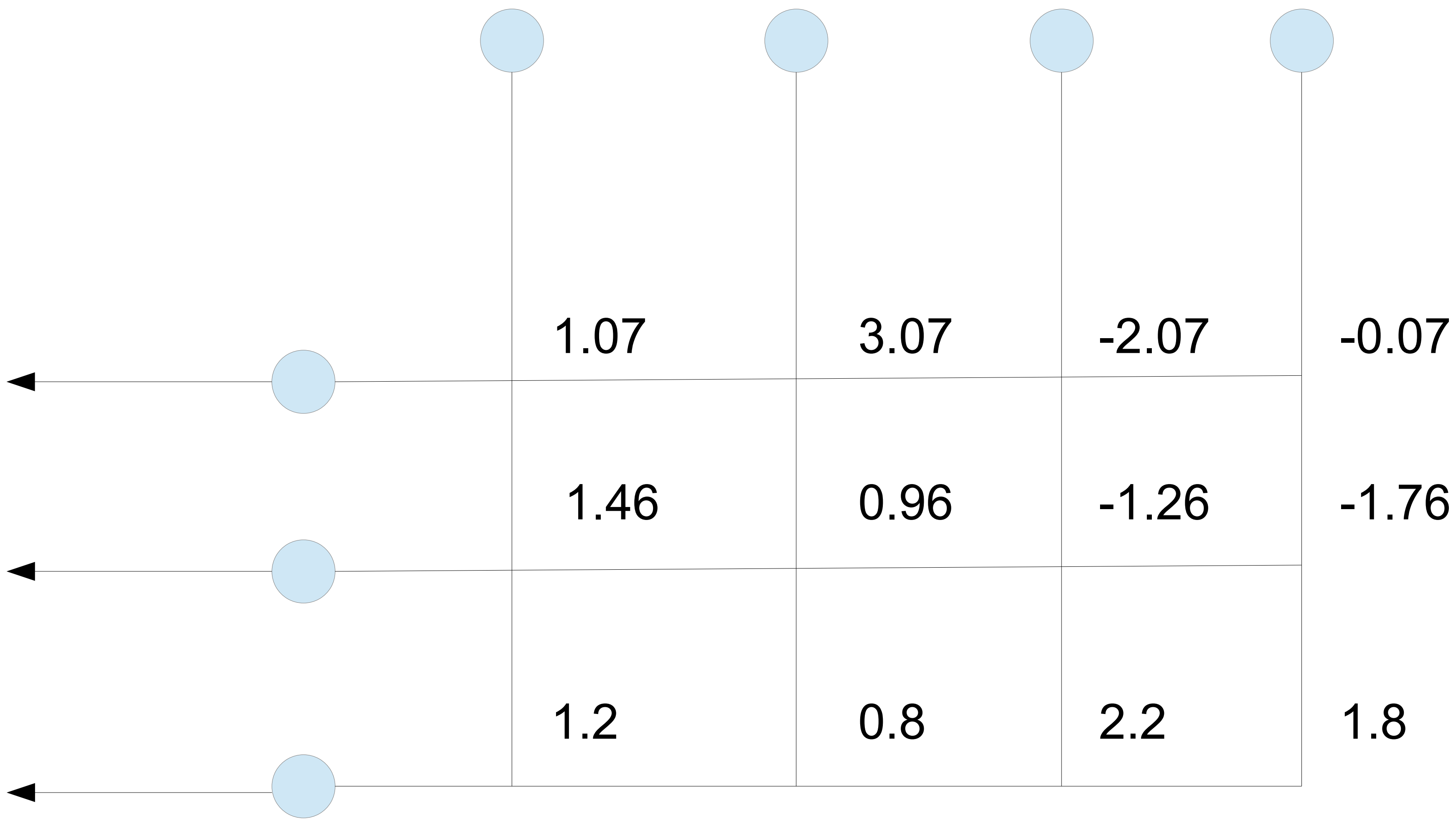
Sumando todo

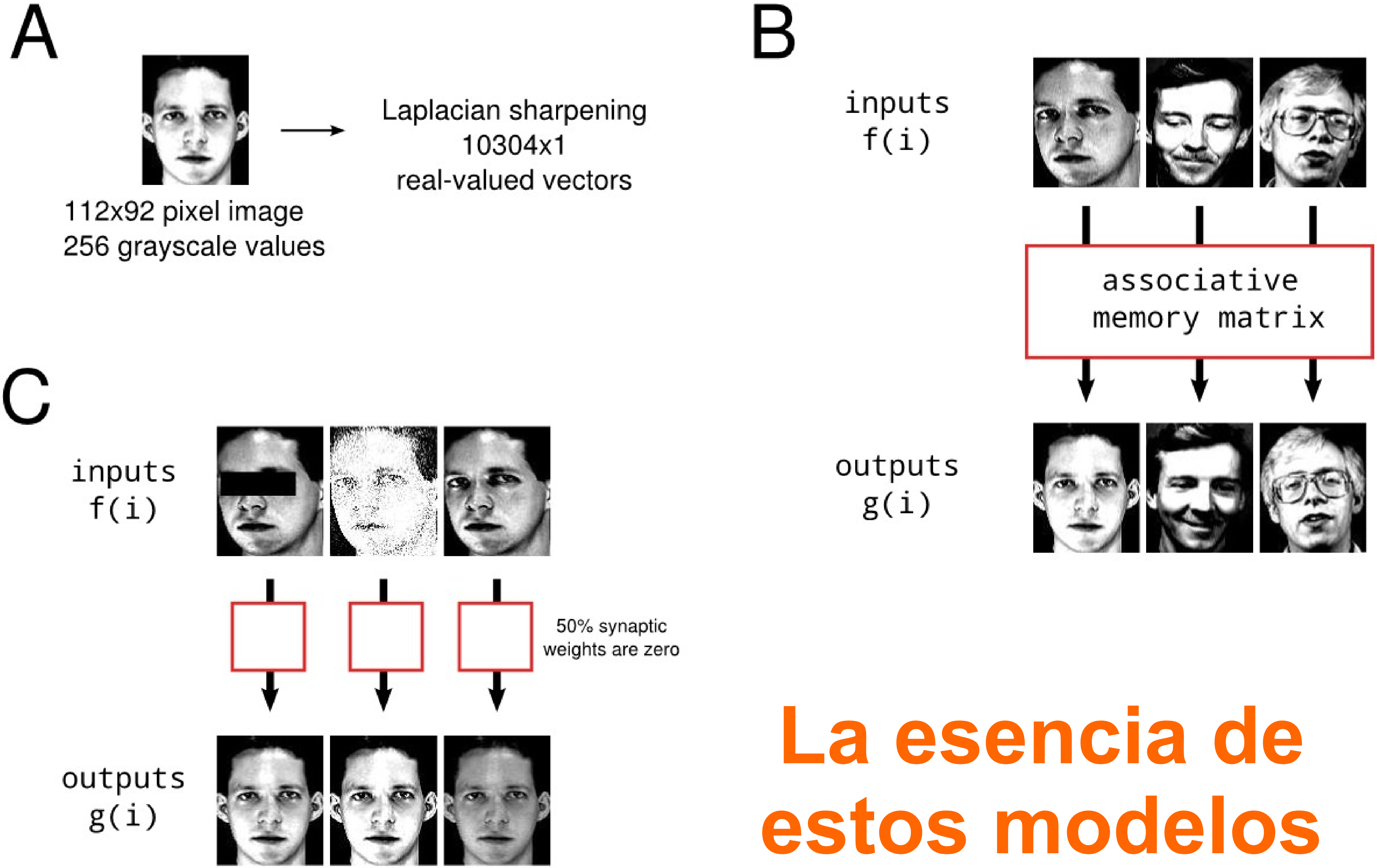


¿Qué pasa si presentamos la entrada original?

<table>
<tr><th colspan="5">PRIMER PAR</th><th colspan="4">SEGUNDO PAR</th><th colspan="4">TERCER PAR</th></tr>
<tr><td rowspan="4">f(1)</td><td>$f_1(1)$</td><td>0.5</td><td rowspan="4">g(1)</td><td>1</td><td rowspan="4">f(2)</td><td>0.5</td><td rowspan="4">g(2)</td><td>-2</td><td rowspan="4">f(3)</td><td>0.5</td><td rowspan="4">g(3)</td><td>3,14</td></tr>
<tr><td>$f_2(1)$</td><td>0.5</td><td>-0.3</td><td>-0.5</td><td>0.5</td><td>0.5</td><td>2.73</td></tr>
<tr><td>$f_3(1)$</td><td>0.5</td><td>3</td><td>0.5</td><td>0.4</td><td>-0.5</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>$f_4(1)$</td><td>0.5</td><td></td><td>-0.5</td><td></td><td>-0.5</td><td></td></tr>
</table>

Sumando todo





La esencia de estos modelos

Generalización en memorias asociativas

$$dog(dog_1)^T + dog(dog_2)^T + ... + dog(dog_n)^T = Ndog\,\overline{dog}^T$$

dog  + dog  + ... + dog  = dog 

En las redes neuronales la generalización disponible es de tipo interpolación entre rasgos de los diferentes elementos.

Fin clase 2