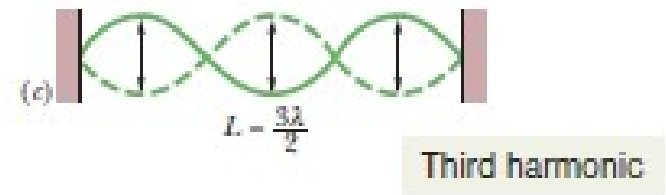
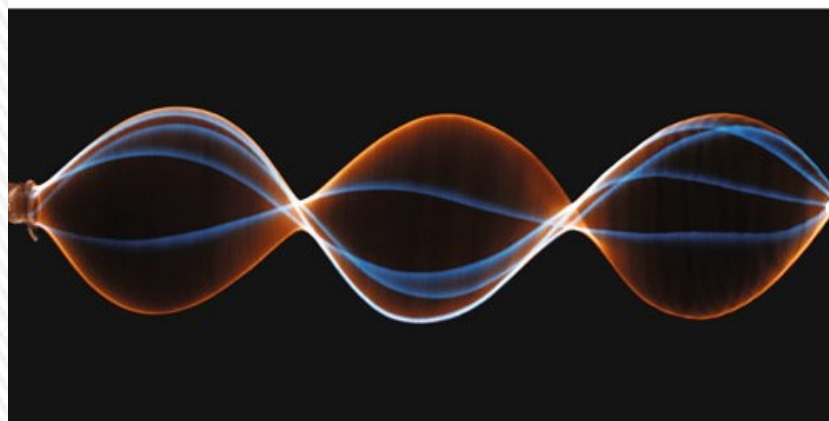
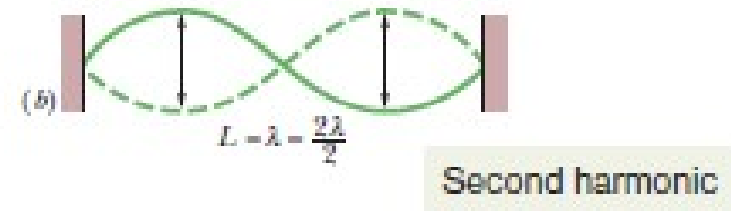
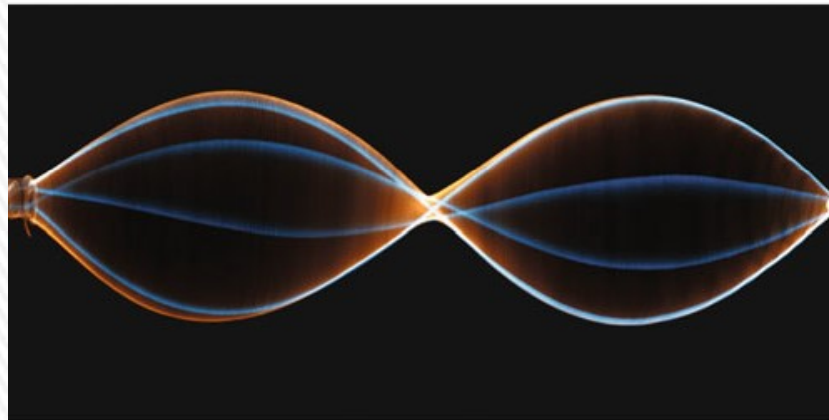
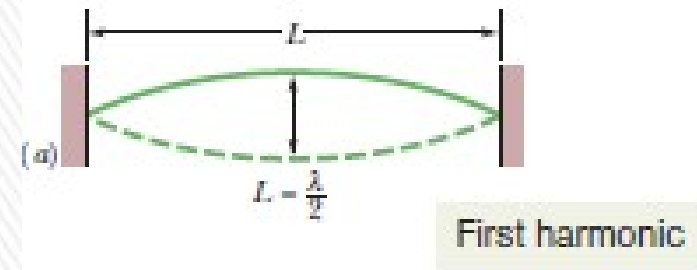
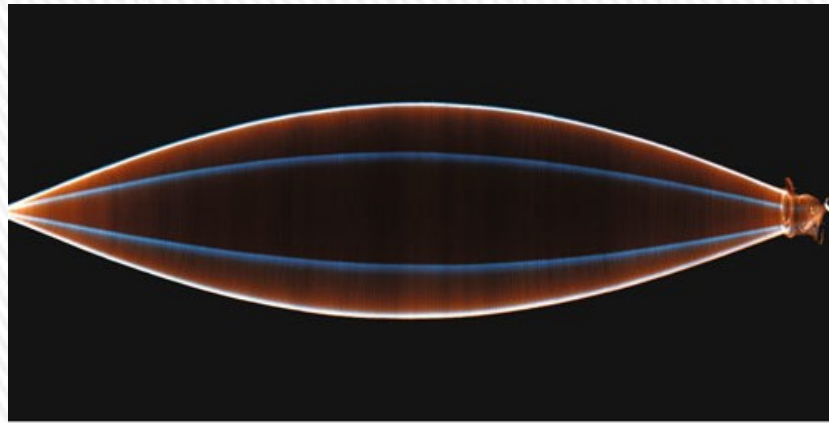


04.3-MOVIMIENTO ONDULATORIO II



Simulaciones de ondas en la web

1) Superposición de ondas- Educaplus Org.:

<https://www.educaplus.org/game/superposicion-de-ondas>

2) Ondas en una cuerda- PHET Interactive Simulatiois (Universidad de Colorado):

https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_es.html

3) Ondas estacionarias en una cuerda – Apps. de Física Walter Fendt:

https://www.walter-fendt.de/html5/phes/standingwavereflection_es.htm

4) Ondas estacionarias en una cuerda- Educaplus Org.:

<https://www.educaplus.org/game/ondas-estacionarias>

5) Vibración de una cuerda de extremos fijos- Educaplus Org.:

<https://www.educaplus.org/game/vibracion-de-una-cuerda-de-extremos-fijos>

6) Pulsaciones - Apps. de Física Walter Fendt:

https://www.walter-fendt.de/html5/phes/beats_es.htm



Repaso de lo visto anteriormente

Ondas: perturbación del estado de equilibrio de un sistema, la cual se *propaga* de una región del sistema a otra, transportando energía.

Ondas mecánicas: las que viajan por un material (*medio*). No todas las ondas son mecánicas.

- La perturbación se *propaga por el medio con una rapidez definida llamada rapidez de propagación* o rapidez de la onda o de fase (v),
- El medio mismo no viaja en el espacio.
- *Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento, pero no materia, de una región a otra.*

Ondas transversales y longitudinales, pulsos y trenes de onda.

Ecuación de onda plana unidimensional

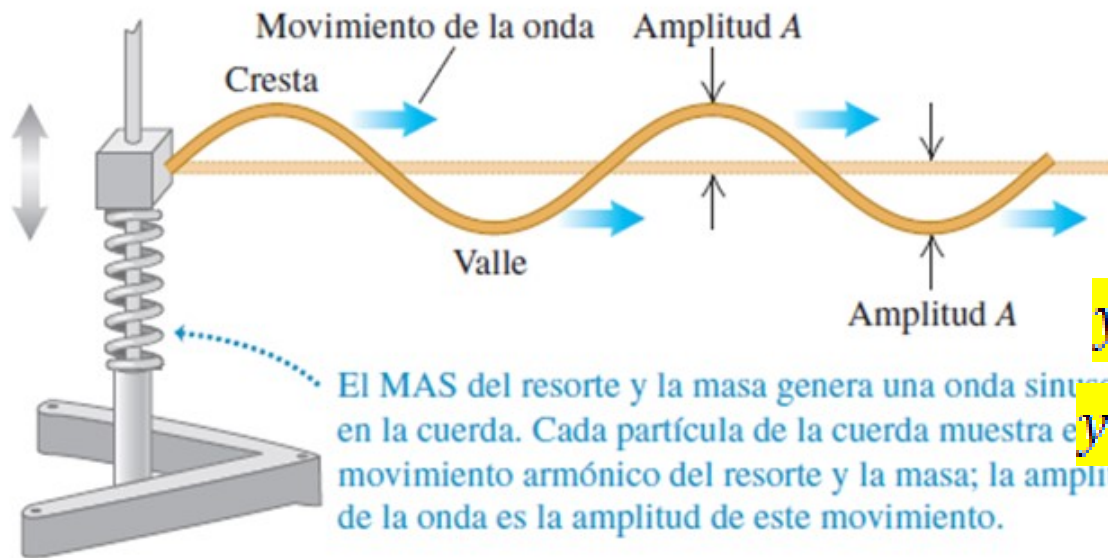
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Función de onda: $y(x, t) = f(x \pm vt)$

Sentido de propagación: signo de “-” hacia las x positivas, signo de “+” hacia las x negativas.



Repaso de lo visto anteriormente



El MAS del resorte y la masa genera una onda sinusoidal en la cuerda. Cada partícula de la cuerda muestra el mismo movimiento armónico del resorte y la masa; la amplitud de la onda es la amplitud de este movimiento.

Onda transversal periódica:
en una cuerda tensa.
Expresiones correspondientes a una onda transversal periódica:

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \varphi')$$

Parámetros: frecuencia (f), periodo (T), velocidad (v), longitud de onda (λ), amplitud (A); número de onda (k), constante de fase (φ)

Velocidad de la onda es $v = \lambda / T = \lambda \cdot f$ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

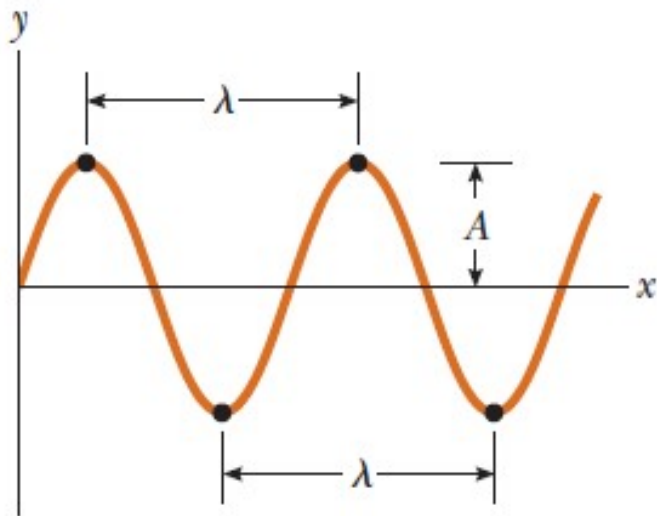
Cuando una **onda sinusoidal** pasa a través de un medio, todas las partículas del medio experimentan movimiento armónico simple con la misma frecuencia.

$$y(x, t) = A \cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right) = A \cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right) = A \cos(kx - \omega t)$$

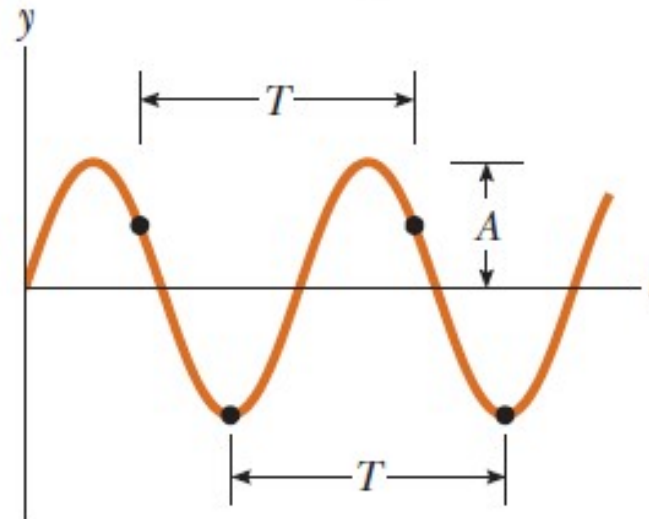


$$y(x, t) = A \cos\left[\omega\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A \cos\left[2\pi f\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right] = A \cos(kx + \omega t)$$

Repaso de lo visto anteriormente



a)



b)

Parámetros en la visualización espacial (x-y) y temporal (t - y)

Velocidad transversal y aceleración transversal: son las correspondientes a cada elemento de la cuerda en su movimiento vertical, según el eje y.

$$\text{Si: } y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi) \quad v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \pm \omega A \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$\text{Si: } y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \varphi) \quad v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \mp \omega A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Velocidad de propagación de una onda en una cuerda:

F es la tensión de la cuerda y μ la densidad de masa lineal (m/L)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Interferencia de ondas, condiciones de frontera y superposición

En general cuando una onda que se está propagando encuentra un límite (punto en el que el medio varía), parte de la onda es reflejada, y parte es absorbida o transmitida, lo cual depende de la naturaleza del límite.

Cuando la onda se **refleja parcial o totalmente**, entonces la onda inicial y la reflejada se superponen en la misma región del medio.

Esta superposición de ondas se denomina **interferencia**.

Interferencia: superposición de dos o más ondas que pasan por la misma región al mismo tiempo.

Como ejemplo sencillo veremos el caso de reflexión de ondas y el papel de la frontera del medio de la onda: **ondas transversales en una cuerda estirada**.

Veremos dos tipos para el caso de una cuerda: extremo totalmente fijo o libre para moverse transversalmente.

En ambos casos la onda se refleja casi totalmente, porque el sistema casi no pierde energía.

Las condiciones en el extremo de la cuerda, como un soporte rígido o la ausencia total de fuerza transversal, se denominan **condiciones de frontera**.

Interferencia de ondas, condiciones de frontera y superposición

Principio de superposición de ondas, o de **linealidad**: la onda resultante de la interacción entre dos ondas o más, que se desplazan en el mismo medio y a la vez, es la suma de c/u de las ondas por separado.

Interferencia: fenómeno en el que dos o más ondas se superponen para formar una onda resultante.

Como la suma es algebraica, la onda resultante puede ser mayor (**interferencia constructiva**) o menor (**interferencia destructiva**) que las ondas individuales.

La interferencia de dos ondas de la misma naturaleza de igual amplitud, frecuencia que avanzan en sentido opuesto a través de un medio generan una **onda estacionaria**.

La función de onda $y(x, t)$ que describe el movimiento resultante se obtiene *sumando las dos funciones de onda de las ondas individuales*: $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

Videos:

1) Interferencia y principio de superposición: [link](#) (Dur.:2:11)

<https://www.youtube.com/watch?v=6vACiTfOmWA>

2) Interferencia Destructiva y Constructiva- animación – [link](#) (Dur.: 2:28)

<https://www.youtube.com/watch?v=SUcPNXDVm6Y>

INTERFERENCIA DE ONDAS



Cuando los pulsos se superponen, como en b), c) y d), el desplazamiento neto de la cuerda es igual a la suma de desplazamientos producidos por cada pulso.



Cuando dos pulsos de onda que viajan en una cuerda estirada en direcciones opuestas se pasan uno al otro.

Dos pulsos de onda que viajan en direcciones opuestas, con desplazamientos que están invertidos uno con respecto al otro.



Cuando los dos se superponen, como en c), sus desplazamientos se restan entre sí.



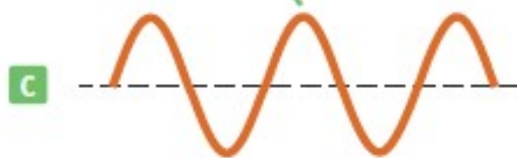
INTERFERENCIA DE ONDAS

Los **efectos de interferencia** producidos por las ondas **depende de sus fases**.

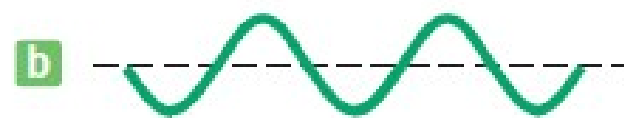
Si al alcanzar un punto las ondas tienen sus máximos en el mismo instante, están en fase y se suman constructivamente. Si el máximo de una onda coincide con el mínimo de otra, están desfasada en una semi-longitud de onda e interfieren destructivamente.



La combinación de las dos ondas en los incisos a) y b) resulta en una onda con el doble de amplitud.



Interferencia constructiva. Las dos ondas tienen la misma frecuencia y amplitud, están en fase, como en a) y b), la onda resultante cuando se combinan es c), que tiene la misma frecuencia que las ondas individuales pero el doble de su amplitud.



La combinación de las ondas a) y b) resulta en una cancelación total.



Las dos ondas están 180° fuera de fase y exhiben una **interferencia destructiva**.

SUPERPOSICIÓN DE ONDAS SINUSOIDALES

Dos ondas sinusoidales que viajan en la misma dirección en un medio lineal, con la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud pero difieren en fase:

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

La onda resultante es: $y = y_1 + y_2 = A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \phi)]$

Usando la identidad trigonométrica: $\sin a + \sin b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

Con: $a = kx - \omega t$ y $b = kx - \omega t + \phi$ resulta: $y = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$

La onda resultante y también es sinusoidal, tiene la misma frecuencia y longitud de onda que las ondas individuales porque la función seno tiene los mismos valores de k y ω que aparecen en las funciones de onda originales y su fase es $\phi/2$

La amplitud de la onda resultante es $2A \cos(\phi/2)$.

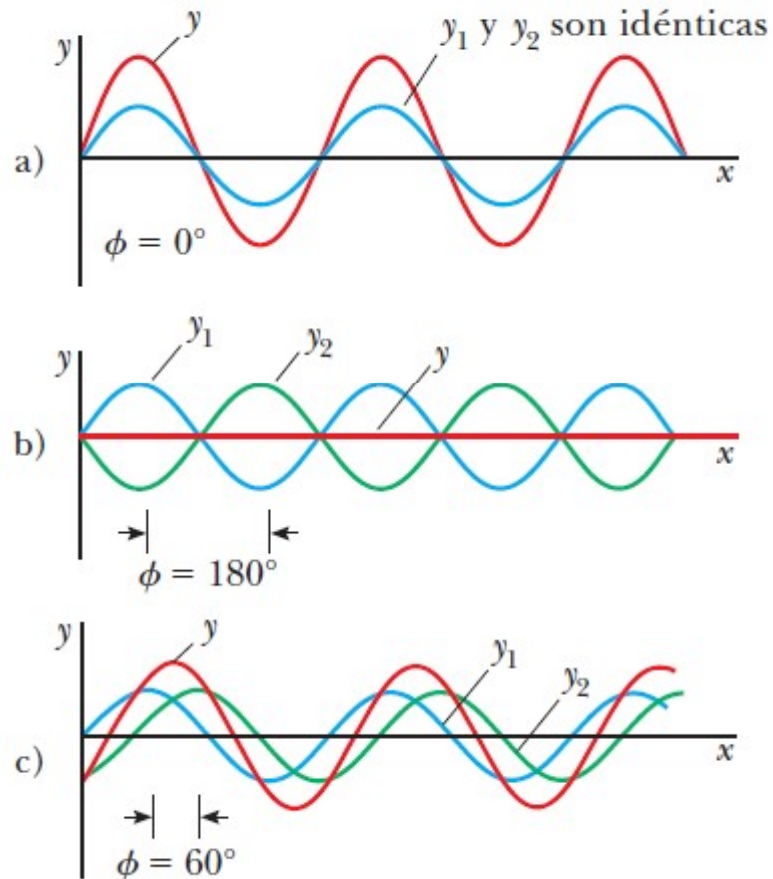
En función de la diferencia de fase se obtienen distintos resultados:

$$\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) = \pm 1 \text{ si } \Phi = 2n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) = 0 \text{ si } \Phi = (2n + 1)\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$



SUPERPOSICIÓN DE ONDAS SINUSOIDALES

$$y = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$



Superposición de dos ondas idénticas y_1 e y_2 (azul y verde, respectivamente) para producir una onda resultante (rojo).

a) Cuando y_1 e y_2 están en fase, el resultado es **interferencia constructiva**.

b) Cuando y_1 e y_2 está π radianes fuera de fase, el resultado es **interferencia destructiva**.

c) Cuando el ángulo de fase tiene un valor distinto de 0 o π radianes, la onda resultante y cae en alguna parte entre los extremos que se muestran en a) y b).

EFECTOS DE LOS LÍMITES

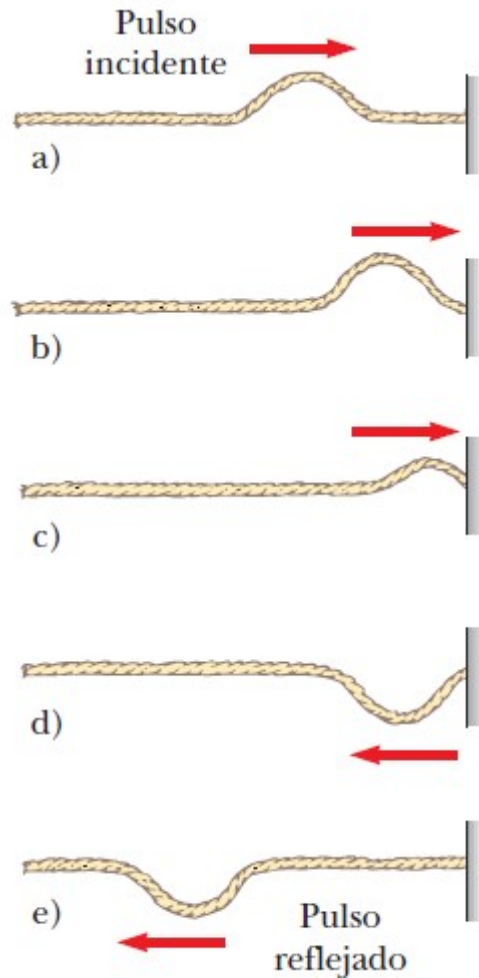
Cuando una onda encuentra un límite (punto en el que el medio varía), parte de la onda es reflejada, y parte es absorbida o es transmitida, lo cual depende de la naturaleza del límite.

Veremos dos tipos para el caso de una cuerda: **extremo totalmente fijo o libre** para moverse transversalmente.

En ambos casos **la onda se refleja casi totalmente**, porque el sistema casi no pierde energía.



EFECTOS DE LOS LÍMITES



EXTREMO FIJO: REFLEXIÓN INVERTIDA

Pulso viaja en cuerda rígidamente unida a soporte en un extremo, al alcanzar el soporte, hay un cambio severo en el medio: la cuerda termina.

El pulso experimenta **reflexión**; se mueve de regreso a lo largo de la cuerda en la dirección opuesta.

El pulso reflejado está *invertido*:

Al llegar el pulso al extremo fijo de la cuerda, ésta produce una fuerza hacia arriba sobre el soporte, pero por la 3era. ley de Newton, el soporte ejerce sobre la cuerda una fuerza de reacción de igual magnitud y con dirección opuesta (hacia abajo), que origina que el pulso se invierta en la reflexión.

Reflexión de un pulso viajero en el extremo fijo de una cuerda estirada. El pulso reflejado está invertido, pero su forma no cambia de otra manera.

El pulso reflejado es la imagen especular invertida: la forma y la longitud de onda permanecen invariables.
La velocidad de fase no cambia.

EFFECTOS DE LOS LÍMITES

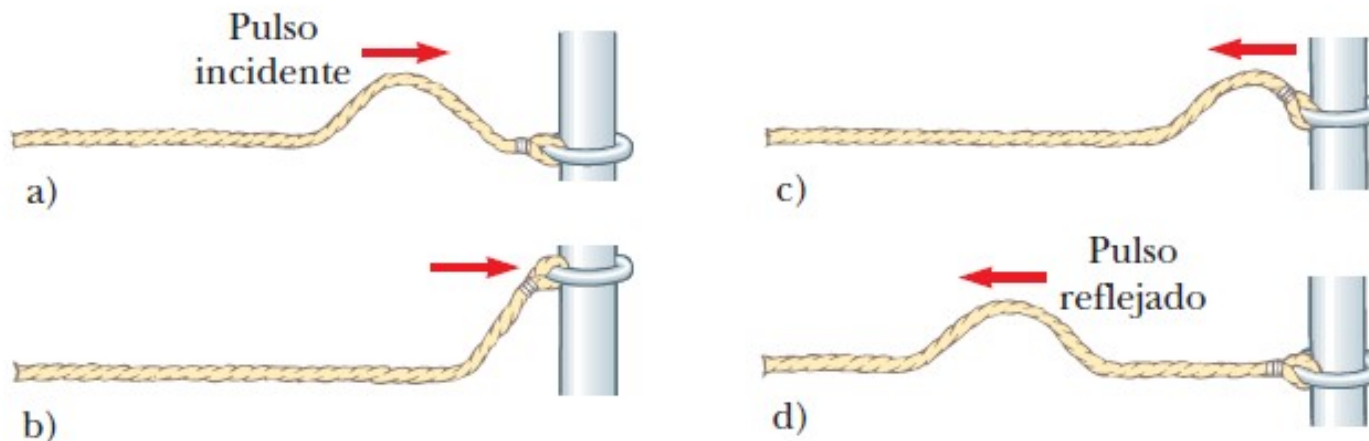
EXTREMO LIBRE: REFLEXIÓN NO INVERTIDA

Al llegar el pulso al final de la cuerda es libre de moverse verticalmente.

La tensión en el extremo libre se mantiene porque la cuerda está atada a un anillo de masa despreciable que tiene libertad para deslizarse verticalmente sobre un poste uniforme sin fricción.

El **pulso se refleja, pero NO se invierte.**

Cuando llega al poste, el pulso ejerce una fuerza sobre el extremo libre de la cuerda, lo que hace que el anillo acelere hacia arriba. El anillo se eleva tan alto como el pulso entrante, y luego la componente hacia abajo de la fuerza de tensión jala el anillo de vuelta hacia abajo: este movimiento del anillo produce un pulso reflejado que no se invierte y que tiene la misma amplitud que el pulso entrante.



Reflexión de un pulso viajero en el extremo libre de una cuerda estirada. El pulso reflejado no está invertido.

ONDAS ESTACIONARIAS

Interferencia de dos ondas idénticas que viajan en direcciones opuestas en el mismo medio (dos ondas sinusoidales transversales con igual amplitud, frecuencia y longitud de onda, pero con velocidades opuestas)

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

Al sumar estas dos funciones obtenemos la función resultante y :

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$$

Usando la identidad trigonométrica: $\sin a + \sin b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$$y = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

Representa la función de onda de una **onda estacionaria**.

Onda estacionaria: patrón de oscilación *con un contorno estacionario que resulta de la superposición de dos ondas idénticas* que viajan en direcciones opuestas

La ecuación no contiene una función de $kx - \omega t$.

Por lo tanto, no es una expresión para una sola onda progresiva.

ONDAS ESTACIONARIAS

$$y = (2A \sen(kx)) \cos(\omega t)$$

Cada elemento oscila con MAS con la misma frecuencia angular ω .

La amplitud del MAS de un elemento ($2A \sen(kx)$), depende de la ubicación x del elemento en el medio (efecto de modulación)

La amplitud del MAS de un elemento del medio tiene un **mínimo de cero** cuando: $\sen(kx) = 0$, es decir, cuando $kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi \dots$

Como $k = 2\pi/\lambda$, estos valores de kx generan:

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda \dots = \frac{n\lambda}{2} \text{ con } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Estos puntos corresponden a los **nodos**.

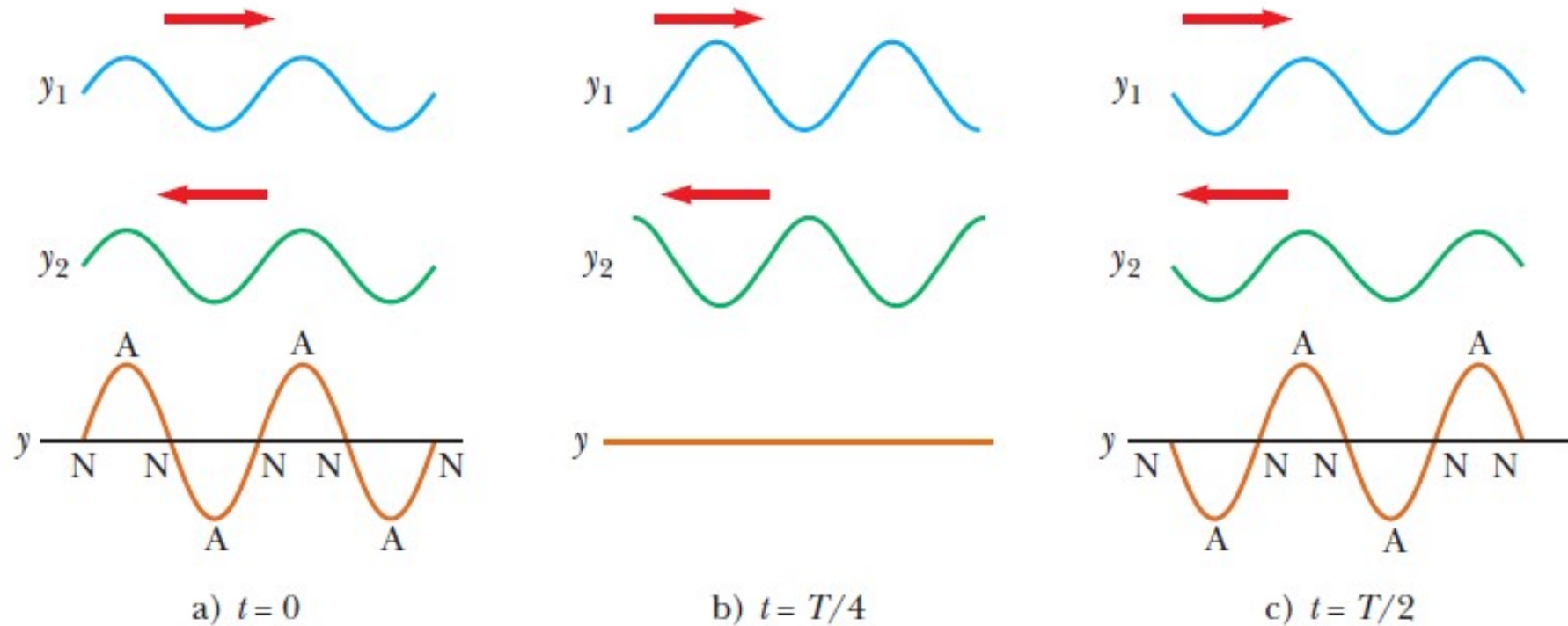
El elemento del medio, con el mayor desplazamiento posible desde el equilibrio tiene una amplitud $2A$, que se define como la amplitud de la onda estacionaria.

Estos puntos corresponden a los **antinodos**.

Estos puntos satisfacen la condición: $\sen(kx) = \pm 1$ es decir cuando:

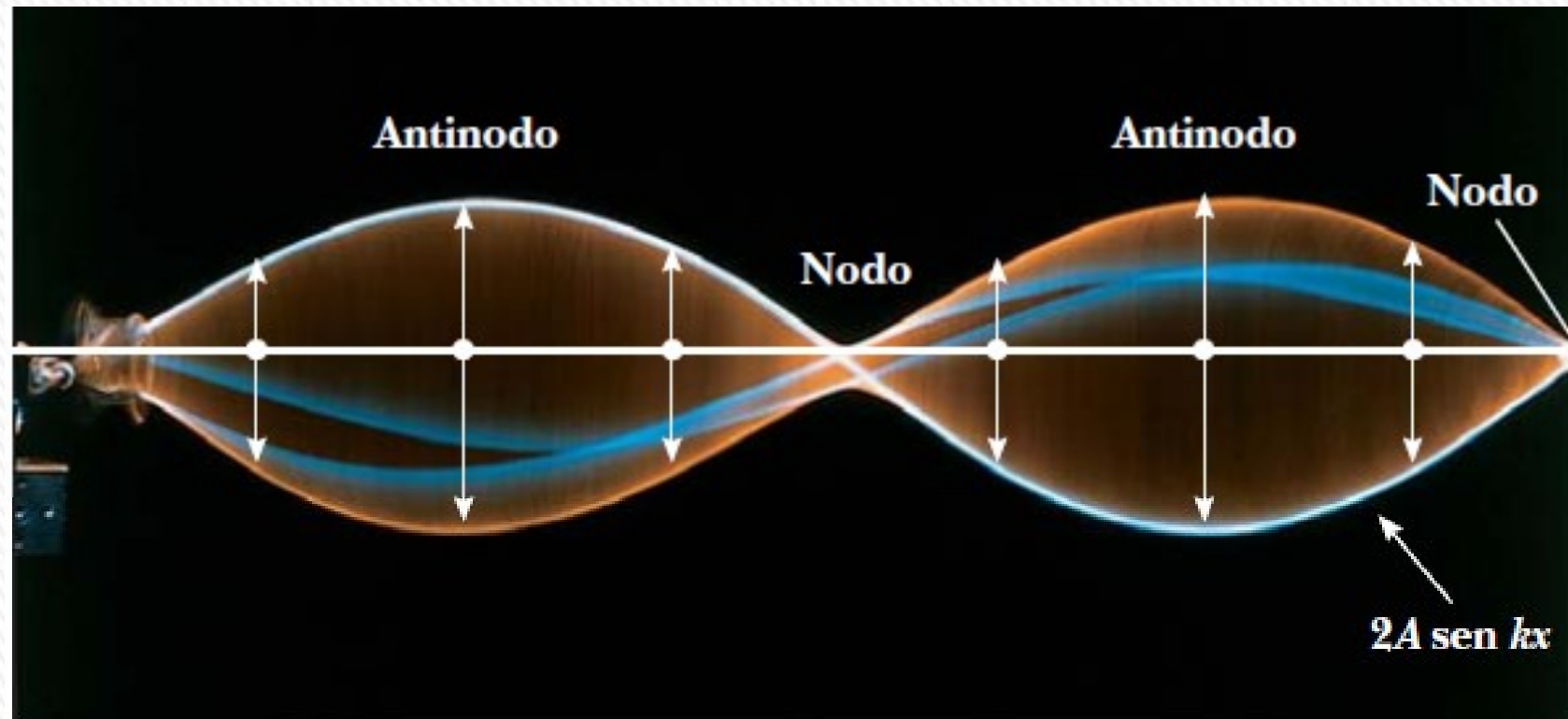
$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \dots \quad x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \dots = \frac{(2n-1)\lambda}{4} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ONDAS ESTACIONARIAS



Patrones de onda estacionaria producidos en diferentes momentos por dos ondas de igual amplitud que viajan en direcciones opuestas. Para la onda resultante y , los nodos (N) son puntos de desplazamiento cero y los antinodos (A) son puntos de desplazamiento máximo.

ONDAS ESTACIONARIAS



Fotografía múltiple de una onda estacionaria en una cuerda. El comportamiento temporal del desplazamiento vertical desde el equilibrio de un elemento individual de la cuerda se conoce por $\text{Cos } \omega t$. Es decir, cada elemento vibra con una frecuencia angular ω . La amplitud de la oscilación vertical de cualquier elemento de la cuerda depende de la posición horizontal del elemento. Cada elemento vibra dentro de los confines de la función envolvente $2A \text{ sen } kx$.

Distancia entre antinodos adyacentes es igual a $\lambda/2$.

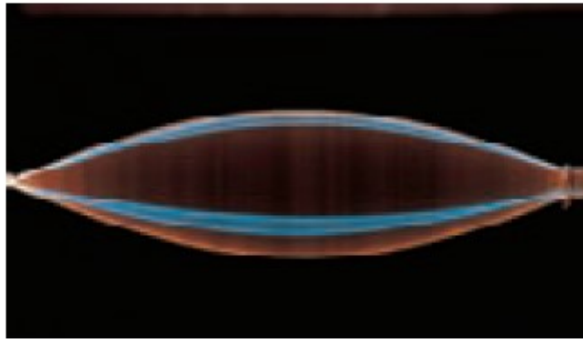
Distancia entre nodos adyacentes es igual a $\lambda/2$.

Distancia entre un nodo y un antinodo adyacente es $\lambda/4$.

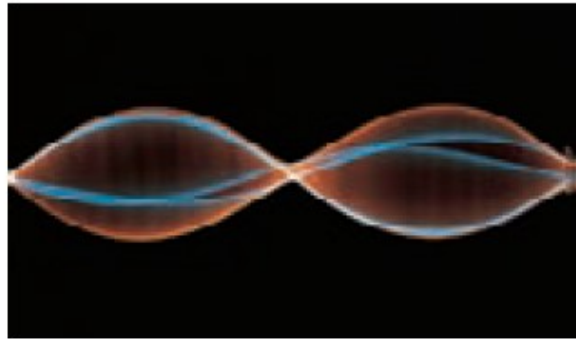
ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA

15.23 *a) a d)* Exposiciones sucesivas de ondas estacionarias en una cuerda estirada. De *a)* a *d)*, aumenta la frecuencia de oscilación del extremo derecho, en tanto que disminuye la longitud de onda de la onda estacionaria. *e)* Los extremos del movimiento de la onda estacionaria de *b)*, con nodos en el centro y en los extremos. El extremo derecho de la cuerda se mueve muy poco en comparación con los antinodos, así que es prácticamente un nodo.

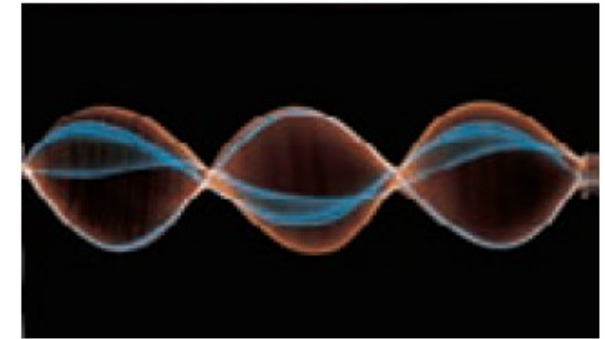
a) La cuerda tiene media longitud de onda.



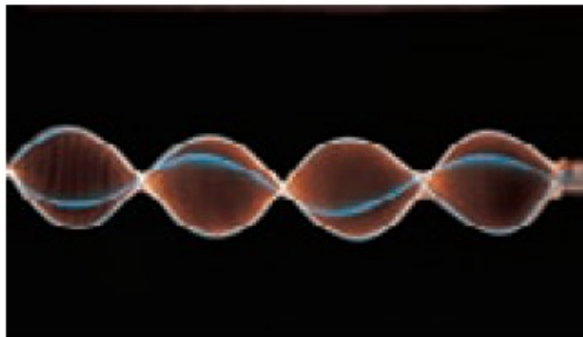
b) La cuerda es de una longitud de onda.



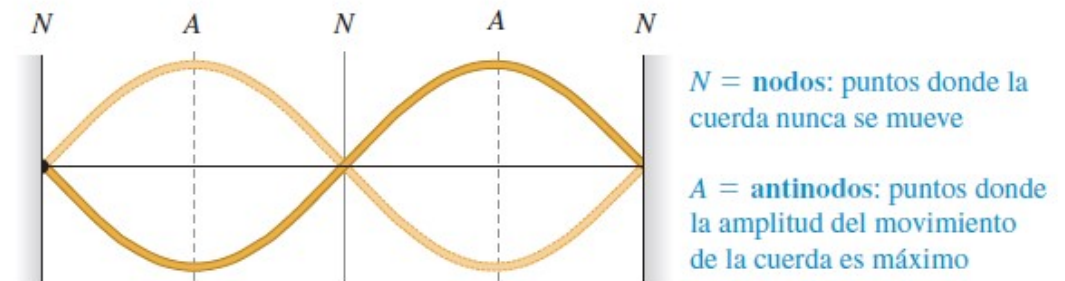
c) La cuerda es de una y media longitudes de onda.



d) La cuerda es de dos longitudes de onda.



e) La forma de la cuerda en *b)* en dos instantes diferentes.



ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA

La figura anterior muestra una cuerda fija en su extremo izquierdo. El extremo derecho sube y baja con M.A.S. para producir una onda que viaja a la izquierda; la onda reflejada del extremo fijo viaja a la derecha.

El movimiento resultante cuando se combinan las dos ondas ya no se observa como dos ondas que viajan en direcciones opuestas.

La cuerda parece subdividirse en varios segmentos, como en las exposiciones en diferentes tiempos de las figuras *a*, *b*, *c* y *d*.

La figura e muestra dos formas instantáneas de la cuerda de la figura b.

El patrón de la onda permanece en la misma posición a lo largo de la cuerda, y su amplitud fluctúa.

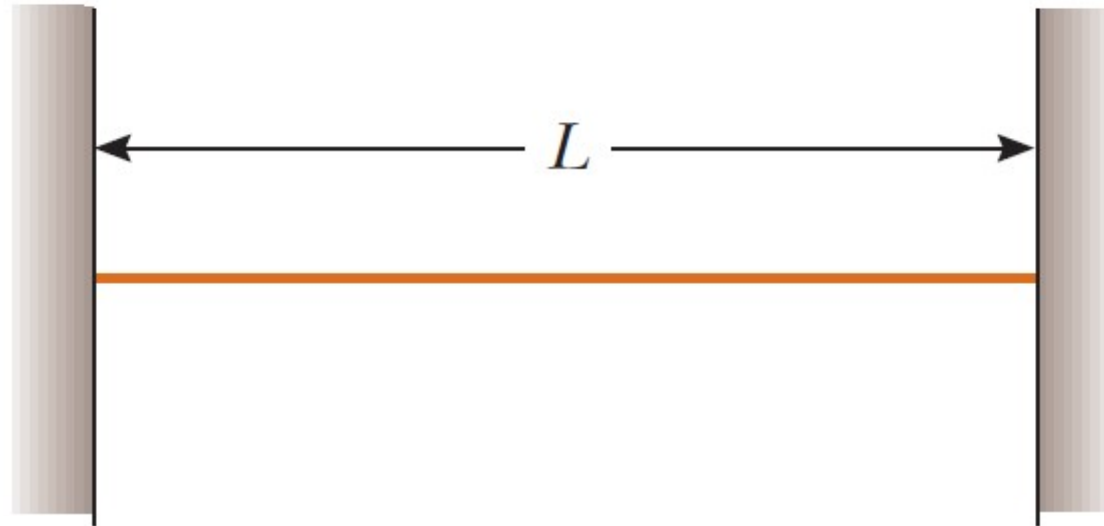
Existen ciertos puntos llamados **nodos** (identificados con *N* en la figura e) que nunca se mueven.

*A la mitad del camino entre los nodos hay puntos llamados **antinodos** (identificados con *A* en la figura e) donde la amplitud de movimiento es máxima.*

Este patrón de onda que no parece estar moviéndose a lo largo de la cuerda, se denomina **onda estacionaria**.



ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS



Cuerda de longitud L fija en ambos extremos: modelo p/ cuerda de guitarra o piano.

Se establecen ondas estacionarias por la superposición continua de ondas incidentes y reflejadas desde los extremos.

Existe una **condición frontera**: los extremos están fijos tienen desplazamiento cero (son nodos), por lo que la cuerda tiene un número de patrones de oscilación naturales discretos, llamados **modos normales (con una frecuencia característica)** .

Sólo se permiten ciertas frecuencias de oscilación: **cuantización**.

MODOS NORMALES DE UNA CUERDA

Cuando se pulsa una cuerda de guitarra, se produce una onda en ella; que se refleja una y otra vez en los extremos de la cuerda, formando una onda estacionaria. Ésta, a la vez, produce una onda sonora en el aire, cuya frecuencia está determinada por las propiedades de la cuerda..

Si una cuerda de longitud L está fija en ambos extremos, solamente puede existir una onda estacionaria si su longitud de onda satisface esta ecuación

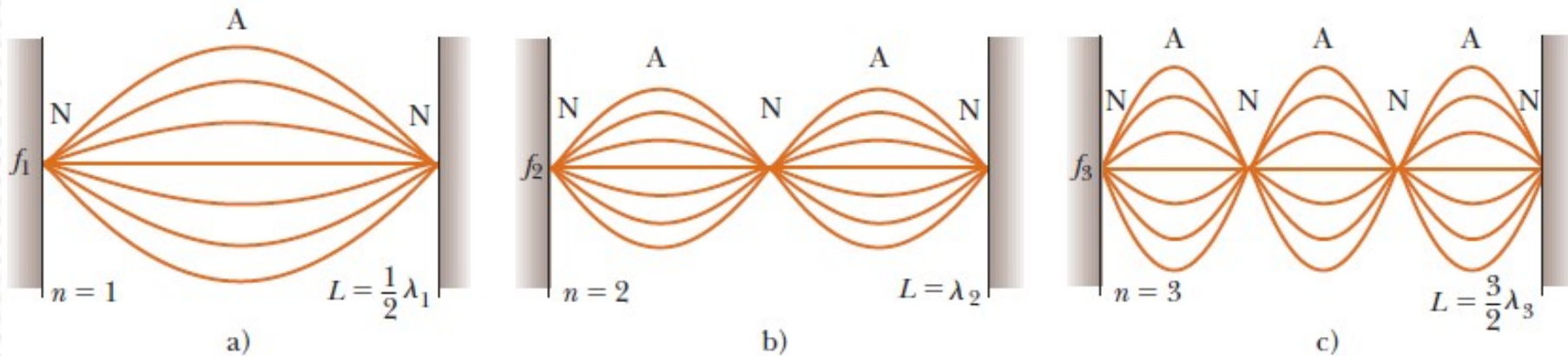
$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

Como los nodos están separados $\lambda/2$, si la longitud de la cuerda es L , se debe cumplir que:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (\text{cuerda fija en ambos extremos})$$

Pueden existir ondas en la cuerda si la longitud de onda no es igual a uno de estos valores; sin embargo, no puede haber un patrón de onda estacionaria con nodos y antinodos, y la onda total no puede ser estacionaria.

ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS



Modos de oscilación normales:

1er. modo normal: nodos en sus extremos y un antinodo en medio (hay 1 bucle):

$$\lambda_1 = 2L.$$

2do. modo normal la cuerda vibra en dos bucles. $\lambda_2 = L.$

3er. modo normal $\lambda_3 = 2L/3$ y la cuerda vibra en tres bucles.

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Frecuencias naturales (f_n) asociadas con los modos de oscilación ($f = v/\lambda$) donde la rapidez de onda v es la misma para todas las frecuencias.

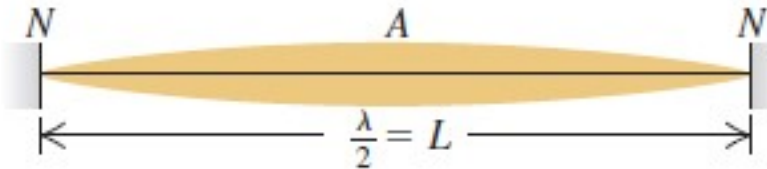
$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2L} n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

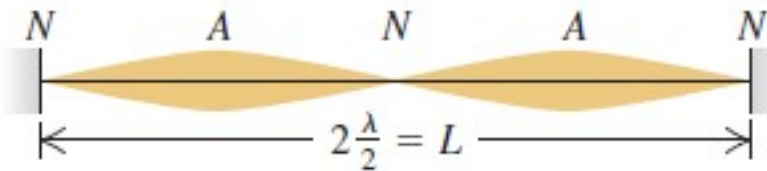
Frecuencia fundamental

15.26 Los primeros cuatro modos normales de una cuerda fija en ambos extremos. (Compare estos con las fotografías de la figura 15.23).

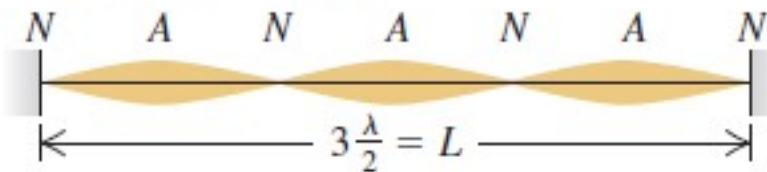
a) $n = 1$: frecuencia fundamental, f_1



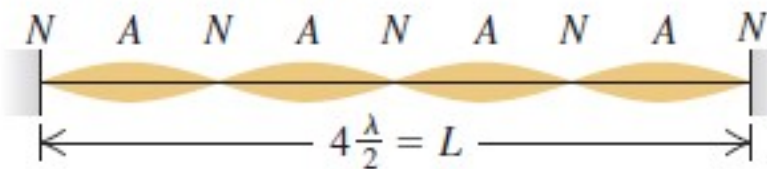
b) $n = 2$: segundo armónico, f_2
(primer sobretono)



c) $n = 3$: tercer armónico, f_3
(segundo sobretono)



d) $n = 4$: cuarto armónico, f_4
(tercer sobretono)



MODOS NORMALES DE UNA CUERDA

A la serie de posibles longitudes de onda estacionaria λ_n corresponde una serie de posibles frecuencias de onda estacionaria f_n , cada una relacionada con su longitud de onda correspondiente por $f_n = v/\lambda_n$

La frecuencia f_1 más pequeña corresponde a la longitud de onda más grande (el caso $n=1$), $\lambda_1 = 2L$:

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

frecuencia fundamental,
cuerda fija en ambos
extremos

Las otras frecuencias de onda estacionaria son:

$$f_n = n \frac{v}{2L}$$

Estas frecuencias se conocen como **armónicos**, y la serie es una **serie armónica**. Y a f_2, f_3 , etc.: **sobretonos**; f_2 es el 2do. armónico o 1er. sobretono, f_3 es el 3er. armónico o 2do. sobretono, y así sucesivamente.

ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS

Las frecuencias de los modos restantes son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental: $f_n = n \cdot f_1$

Forman una **serie armónica**, los modos normales se llaman **armónicos**.

La frecuencia fundamental f_1 es la frecuencia del primer armónico, $f_2 = 2f_1$ es la frecuencia del **segundo armónico** y la frecuencia $f_n = nf_1$ es la **frecuencia del n -ésimo armónico**.

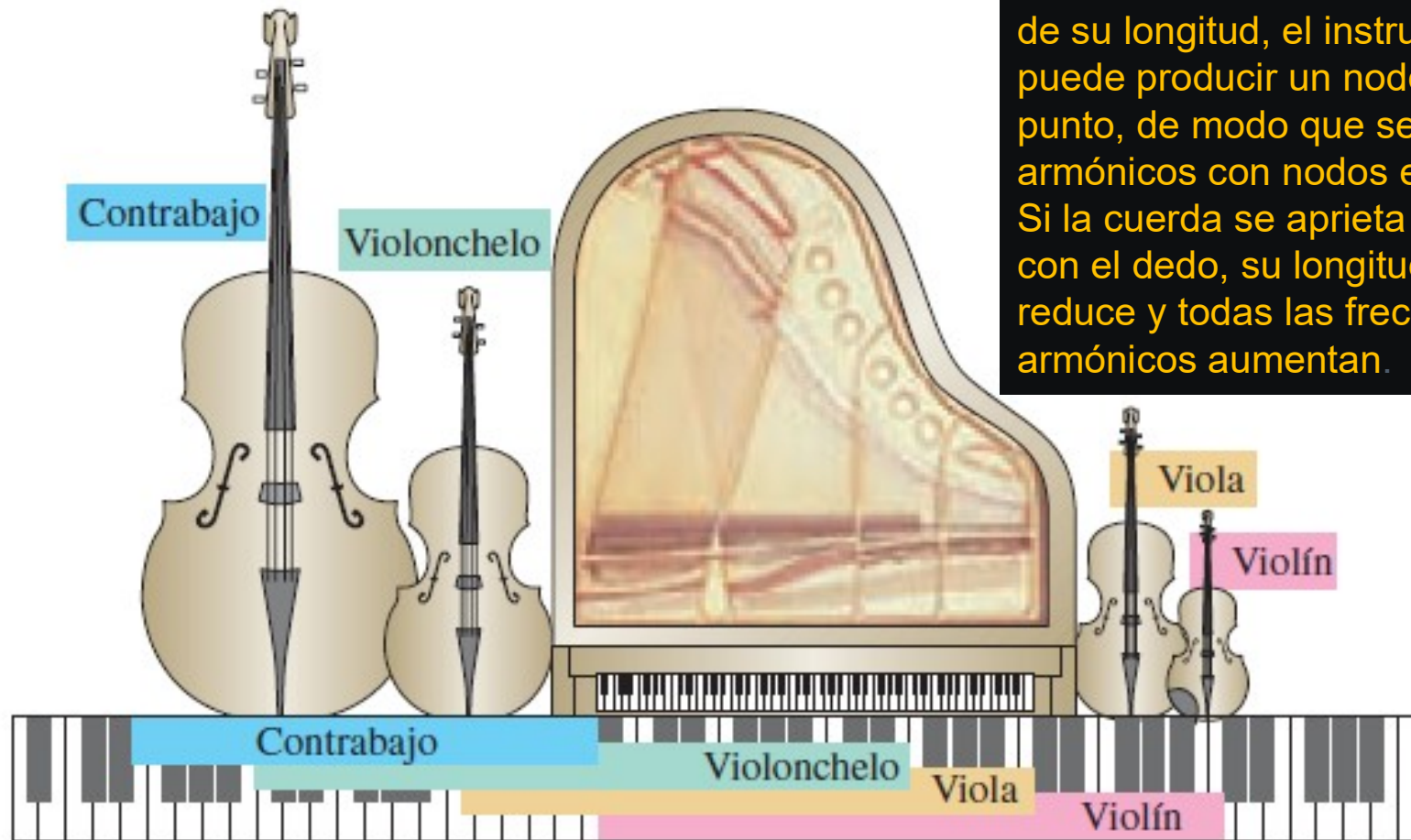
Otros sistemas oscilatorios, como un parche de tambor, muestran modos normales, pero las frecuencias no se relacionan como múltiplos enteros de una fundamental

Para excitar únicamente un solo armónico, la cuerda se debe distorsionar en una forma que corresponda a la del armónico deseado.

Después de liberarse, la cuerda vibra a la frecuencia de dicho armónico.

Sin embargo, esta maniobra es difícil de realizar y no es como se excita la cuerda de un instrumento musical.

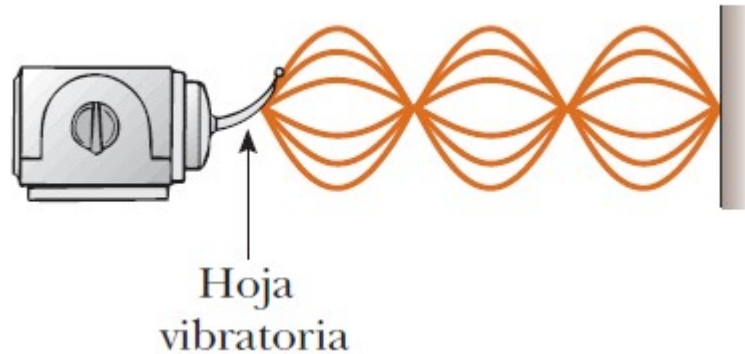
ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS



Al tocar la cuerda en cualquier punto de su longitud, el instrumentista puede producir un nodo en dicho punto, de modo que se excitarán armónicos con nodos en dicho punto. Si la cuerda se aprieta firmemente con el dedo, su longitud efectiva se reduce y todas las frecuencias de los armónicos aumentan.

Comparación de la gama de un piano de cola para concierto, con las gamas de un contrabajo, un violonchelo, una viola y un violín. En todos los casos, las cuerdas más largas producen notas graves y las más cortas producen notas agudas.

RESONANCIA



Fuerza periódica aplicada al sistema, la amplitud del movimiento resultante es mayor cuando la frecuencia de la fuerza aplicada es igual a una de las frecuencias naturales del sistema.

Este fenómeno es conocido como **resonancia**.

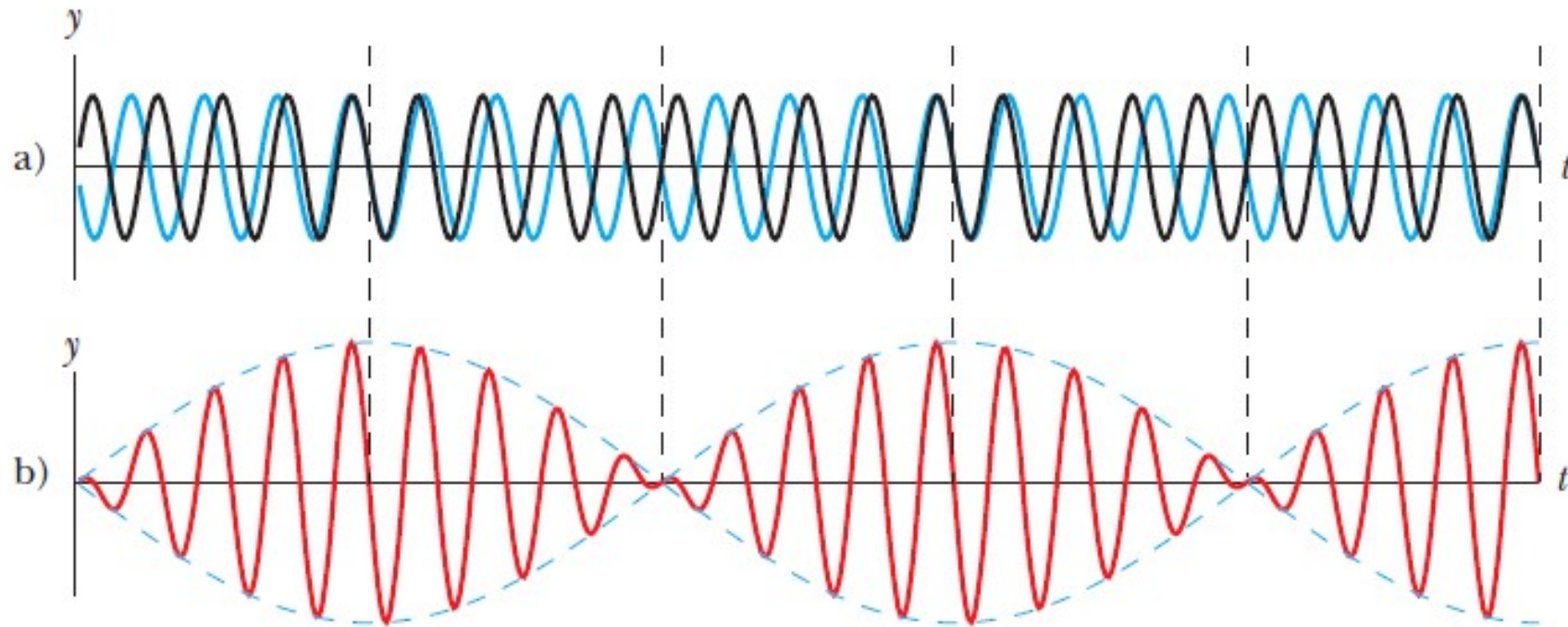
Un sistema masa–resorte o un péndulo simple sólo tienen una frecuencia natural, en cambio los sistemas de onda estacionaria tienen todo un conjunto de frecuencias naturales f_n para una cuerda. Estas frecuencias se denominan **frecuencias de resonancia**.

Cuando la frecuencia de la hoja es igual a una de las frecuencias naturales de la cuerda, se producen ondas estacionarias y la cuerda oscila con una gran amplitud. En este caso de resonancia, la onda generada por la hoja oscilante está en fase con la onda reflejada y la cuerda absorbe energía de la varilla.

Si la cuerda es impulsada a una frecuencia que no es una de sus frecuencias naturales, las oscilaciones son de baja amplitud y no muestran un patrón estable.

PULSACIONES O BATIDOS (BATIMIENTOS)

Batimiento o batido o **pulsación**: variación periódica en intensidad en un punto dado debido a la superposición de dos ondas que tienen frecuencias ligeramente diferentes. Es una interferencia temporal.



Los batimientos se forman por la superposición de dos ondas de frecuencias ligeramente diferentes.

a) Ondas individuales.

b) Onda combinada.

La **onda envolvente (línea punteada)** representa el **batimiento** de los sonidos combinados.

PULSACIONES O BATIDOS (BATIMIENTOS)

Dos ondas de igual amplitud que viajan a través de un medio con frecuencias ligeramente diferentes f_1 y f_2 . Elijo un punto de modo que $kx = \pi/2$:

$$y_1 = A \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_1 t\right) = A \cos(2\pi f_1 t) \quad y_2 = A \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_2 t\right) = A \cos(2\pi f_2 t)$$

La onda resultante vale: $y = y_1 + y_2 = A[\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)]$

Usando la relación trigonométrica: $\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

Resulta: $y = \left[2A \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t \right] \cos 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) t$

Onda resultante: una frecuencia efectiva igual a la frecuencia promedio $(f_1 + f_2)/2$ multiplicada por una **onda envolvente** conocida por la expresión entre corchetes:

$$y_{\text{envolvente}} \rightarrow 2A \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t$$

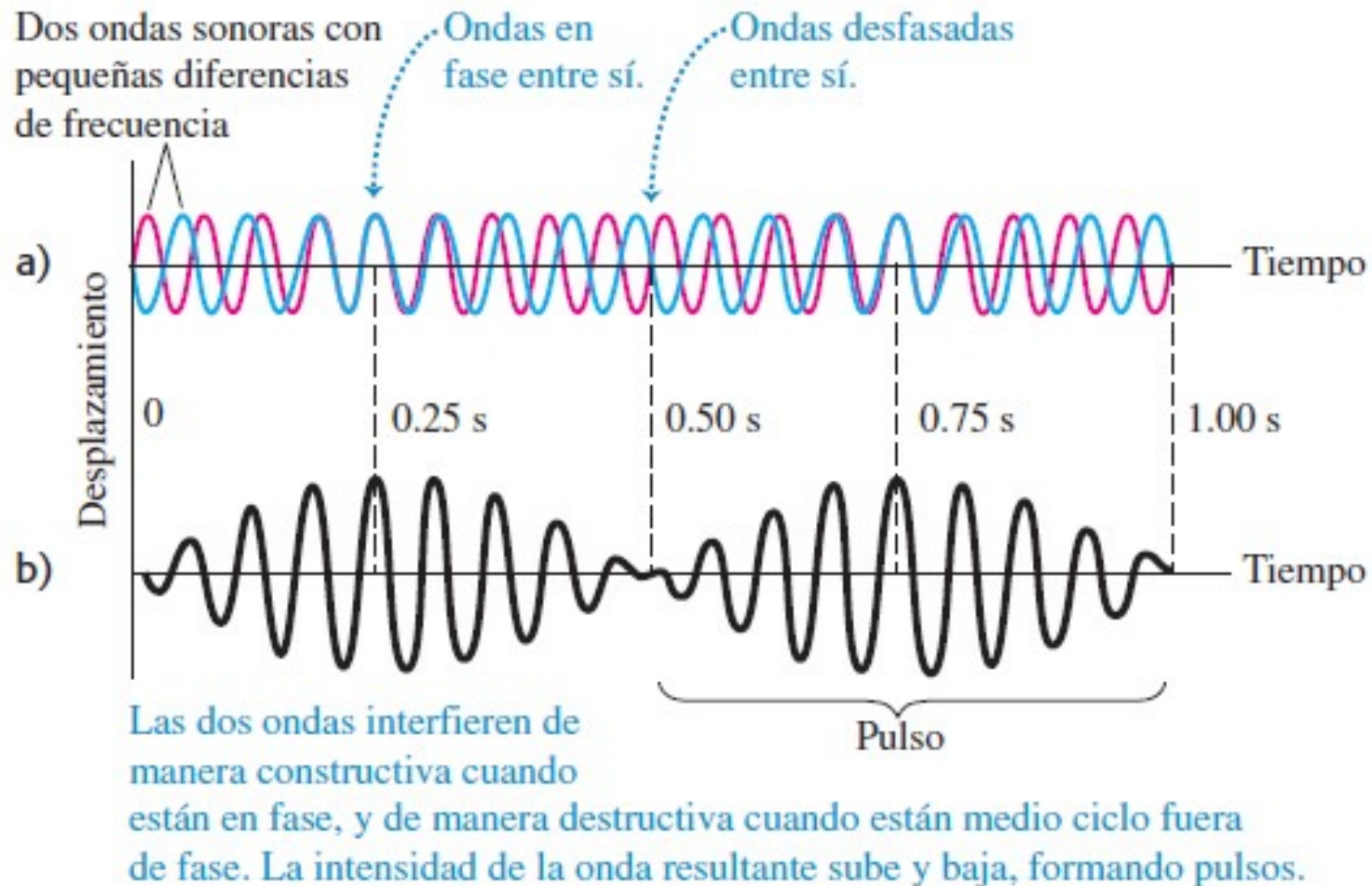
Hay un máximo en la amplitud siempre que: $\cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t = \pm 1$

Como hay *dos máximos en cada periodo de la onda envolvente* y como la *amplitud* varía con la frecuencia como $(f_1 - f_2)/2$, el número de batimientos por segundo, o la **frecuencia de batido** f_{batido} es el doble de este valor.

Es decir,

$$f_{\text{batido}} = |f_1 - f_2|$$

PULSACIONES O BATIDOS (BATIMIENTOS)



Los pulsos son fluctuaciones de la amplitud producidas por dos ondas sonoras con pequeñas diferencias de frecuencia (16 Hz y 18 Hz, en este ejemplo).

a) *Ondas individuales.*

b) *Onda resultante* formada por superposición de las dos ondas. La frecuencia del pulso $18 \text{ Hz} - 16 \text{ Hz} = 2 \text{ Hz}$. (periodo igual a 0,50 segundos)

PULSACIONES O BATIDOS (BATIMIENTOS)

En resumen: La superposición de ondas de frecuencias f_1 y f_2 muy cercanas entre sí produce un fenómeno particular denominado **pulsación (o batido)**.

Para el sonido, nuestro sistema auditivo no es capaz de percibir separadamente las dos frecuencias presentes, sino que se percibe una frecuencia única promedio $(f_1 + f_2)/2$, pero que cambia en amplitud a una frecuencia de $f_2 - f_1$.

Ejemplo: si superponemos dos ondas senoidales de 300 Hz y 304 Hz, nuestro sistema auditivo percibirá un único sonido cuya frecuencia corresponde a una onda de 302 Hz y cuya amplitud varía con una frecuencia de 4 Hz (es decir, cuatro veces por segundo).

