05.2-ÓPTICA GEOMÉTRICA

INTRODUCCIÓN

El reflejo en un espejo, la imagen de un astro a través de un telescopio, o las figuras en un caleidoscopio son ejemplos de imágenes.

En cada caso, el objeto que miramos parece estar en un lugar diferente de su posición real, los rayos de luz provenientes de un punto de un objeto se desvían por reflexión o refracción (o una combinación de ambas), de tal forma que convergen hacia un punto denominado punto de imagen, o parecen divergir con respecto a este.

Para comprender las imágenes y su formación, solo necesitamos el modelo de rayos de la luz, las leyes de reflexión y refracción, y conocimientos elementales de geometría y trigonometría.

El papel fundamental que desempeña la geometría en nuestro análisis es la razón por la que se da el nombre de **óptica geométrica** al estudio de la formación de imágenes mediante rayos luminosos.

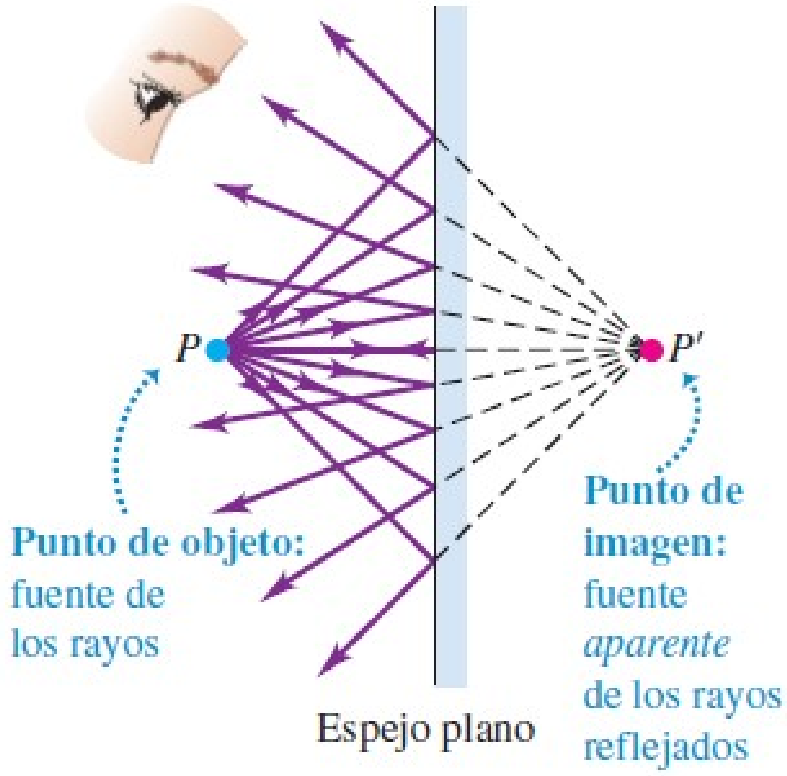
Comenzaremos con los espejos planos, seguiremos con espejos curvos, las superficies refractivas y las lentes delgadas.

Estos resultados constituirán los cimientos para entender muchos de los instrumentos ópticos que conocemos: lentes de cámara fotográfica, las lentes de aumento, el ojo humano, los microscopios y los telescopios.

Reflexión y refracción en una superficie plana

En óptica un **objeto** es todo aquello desde donde radian rayos de luz.
La luz podría ser emitida por el objeto es luminoso, o podría ser emitida por una fuente distinta (como una lámpara o el Sol) y luego reflejarse en el objeto.
Un objeto **objeto puntual** carece de extensión física, los objetos reales con longitud, ancho y altura se llaman **objetos extensos**.

Supongamos que algunos de los rayos provenientes del objeto inciden sobre un espejo plano de modo que la reflexión es especular.
Por la ley de reflexión, todos los rayos que inciden en la superficie se reflejan a un ángulo igual al ángulo de incidencia.
Una vez que los rayos se han reflejado, su dirección es la misma que si hubieran provenido del punto P'.



El punto **P** es el llamado **punto de objeto**, y el punto **P'** es el **punto de imagen** correspondiente.
Se dice que la superficie reflectante forma una imagen del punto P.

Un observador que ve únicamente los rayos reflejados, y que no sabe que está viendo un reflejo, piensa que el origen de los rayos se encuentra en el punto P'.

Reflexión y refracción en una superficie plana

Una superficie plana refractiva también forma una imagen, como se muestra en la figura.
Los rayos provenientes del punto P se refractan en la interfase entre dos materiales ópticos. Cuando los ángulos de incidencia son pequeños, la dirección final de los rayos después de la refracción es la misma que si hubieran provenido del punto P’, como se muestra, y también en este caso llamamos a P’ punto de imagen.

Cuando $n_a > n_b$, P' está más próximo a la superficie que P; para $n_a < n_b$, se cumple lo opuesto.

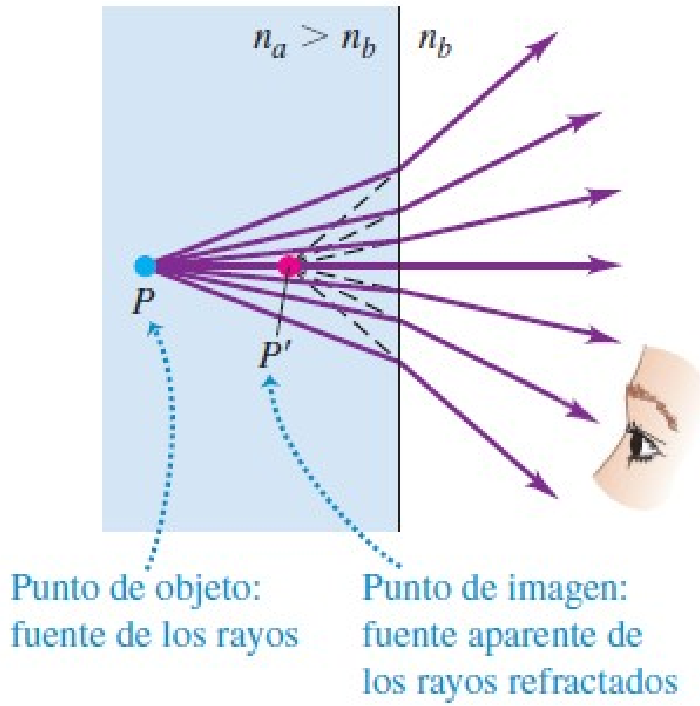
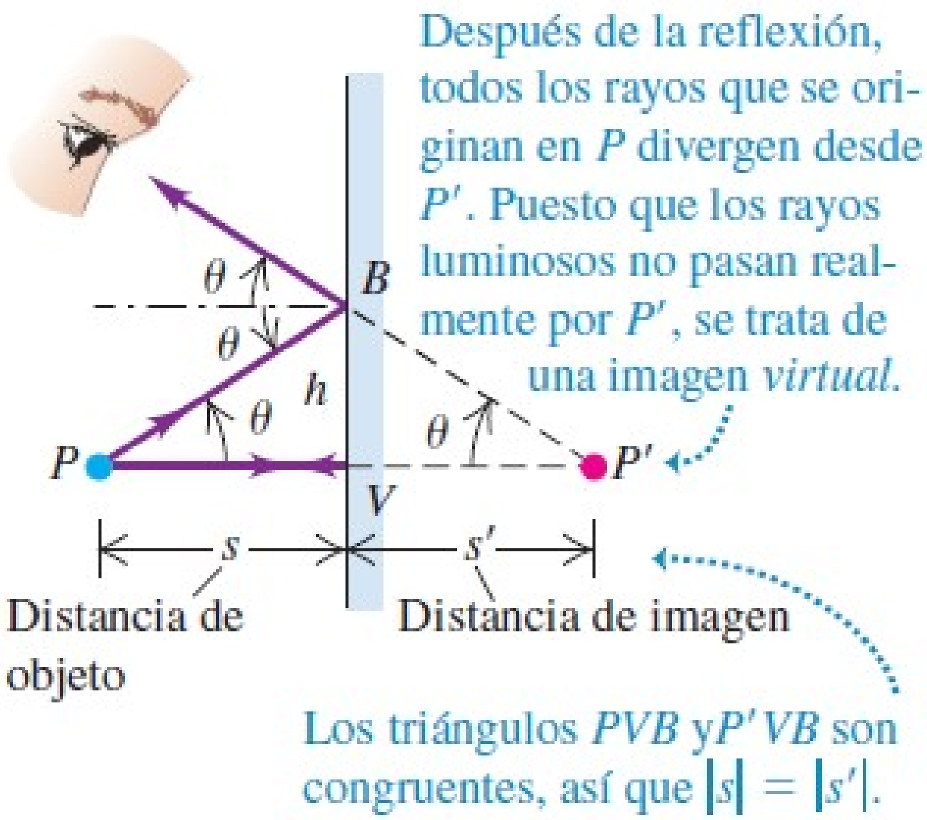


Imagen virtual: es la que se ve en un espejo plano.
Propiedades:
no pasa luz por el lugar de la imagen, no se puede enfocar en una pantalla, para verla se debe mirar en el interior del espejo y, es vertical derecha (no invertida).

Imagen real- La luz pasa por el sitio de la imagen. Se puede enfocar sobre una pantalla y siempre está invertida.

Reflexión y refracción en una superficie plana

Formación de imágenes mediante un espejo plano



Para determinar la ubicación de la imagen virtual P' en un espejo plano usaremos la construcción de la figura: dos rayos que divergen a partir de un **punto de objeto P** situado a una **distancia s** (ó *p según notación de Serway*)a la izquierda de un espejo plano.

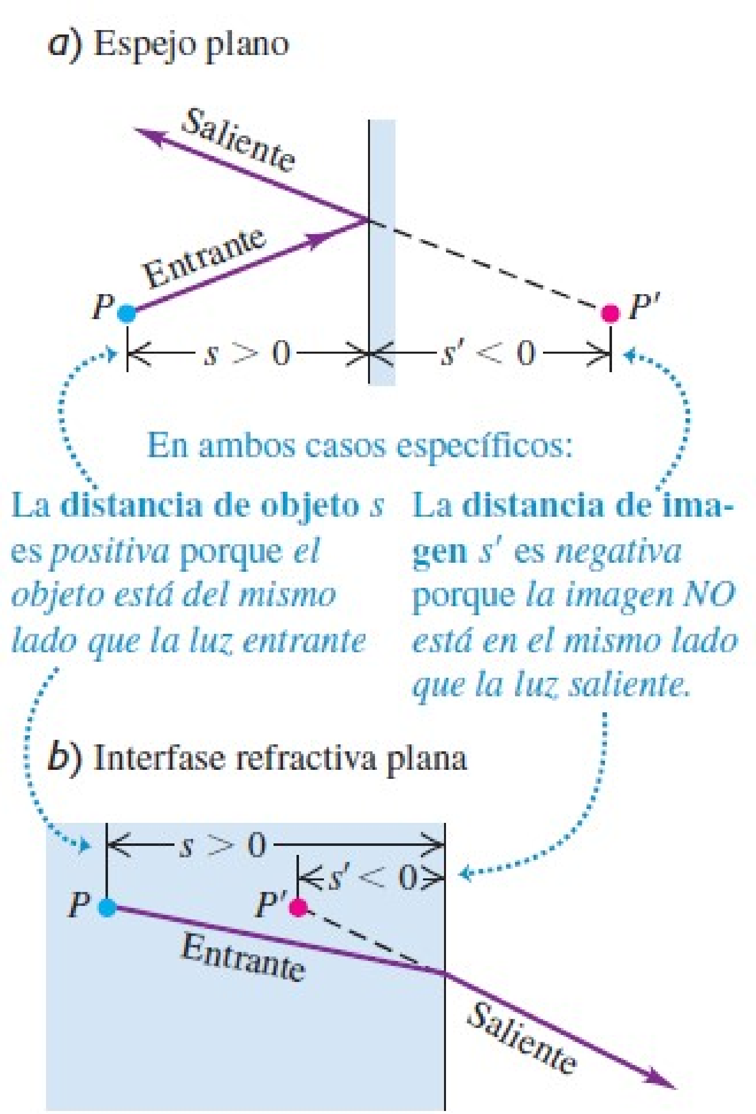
El rayo PV incide normalmente en el espejo (es perpendicular al espejo), y regresa siguiendo su trayectoria original.

El rayo PB forma un ángulo θ con PV; incide en el espejo a un ángulo de incidencia θ y se refleja formando un ángulo igual con la normal.

Prolongando hacia atrás los dos rayos reflejados, estos se intersecan en el punto P', a una distancia s' detrás del espejo.(s' es la distancia de imagen o *q* según Serway). La línea entre P y P' es perpendicular al espejo. Los dos triángulos PVB y P'VB son congruentes; por lo tanto, P y P' están a la misma distancia del espejo, y s y s' tienen igual magnitud. El punto de imagen P' está situado exactamente en posición opuesta al punto del objeto P.

Reflexión y refracción en una superficie plana

Reglas de signos



1-Regla de signos para distancia de objeto: Cuando el objeto está del mismo lado de la superficie reflectante o refractiva que la luz entrante, la distancia de objeto ***s*** es positiva; en caso contrario, es negativa.

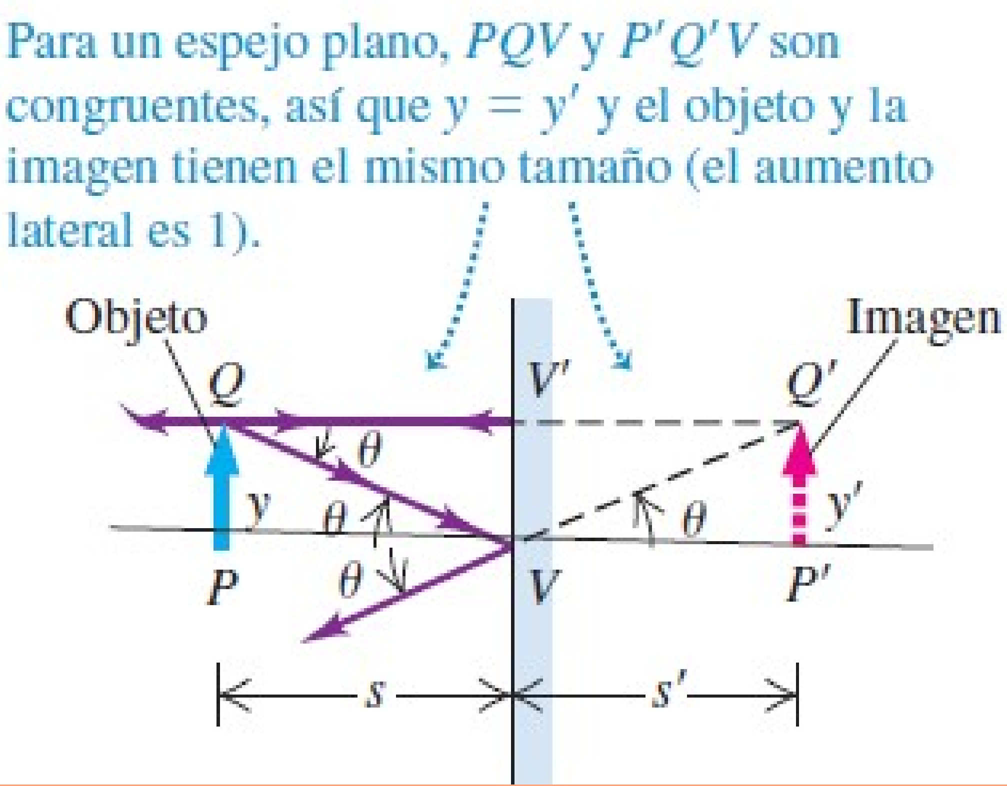
2. Regla de signos para la distancia de imagen: Cuando la imagen está del mismo lado de la superficie reflectante o refractiva que la luz saliente, la distancia de imagen ***s'*** es positiva; en caso contrario, es negativa.

3. Regla de signos para el radio de curvatura de una superficie esférica: Cuando el centro de curvatura C está del mismo lado que la luz saliente, el radio de curvatura es positivo; en caso contrario, es negativo. En el caso de una superficie reflectante o refractiva plana, el radio de curvatura es infinito

Espejo plano: s = - s'

Reflexión y refracción en una superficie plana

Imagen de un objeto extenso: espejo plano



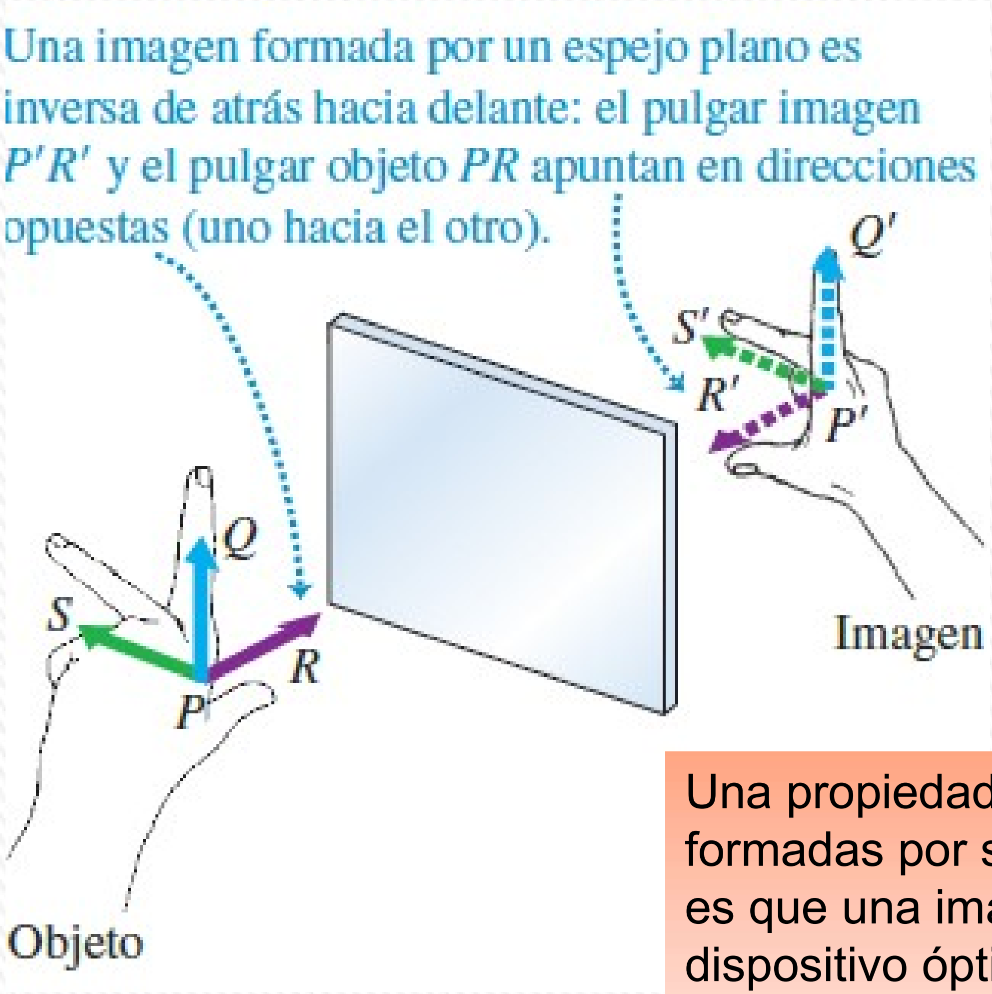
Sea y la altura del objeto e y' la altura de la imagen.
Como los triángulos QPV y Q'P'V son congruentes, se concluye que:
y = y'
El cociente entre la altura de la imagen (y') y la altura del objeto (y) en cualquier situación de formación de imágenes es el **aumento lateral m**:

$$m = \frac{y'}{y} \qquad \text{(aumento lateral)}$$

En un espejo plano, el aumento lateral m es la unidad. Cuando nos miramos en un espejo plano, nuestra imagen es del mismo tamaño que nuestro cuerpo.
En la figura se ve que la flecha imagen apunta en el mismo sentido que la flecha objeto, se dice que la imagen está **derecha**, y e y' tienen el mismo signo, y m > 0
La imagen que forma un espejo plano siempre es derecha.
Si la imagen estuviera invertida se dice que es una imagen **invertida**, y e y' tienen signos opuestos, y el aumento lateral m es negativo.

Reflexión y refracción en una superficie plana

Imagen de un objeto extenso: espejo plano



Una imagen formada por un espejo plano es inversa de atrás hacia delante: el pulgar imagen $P'R'$ y el pulgar objeto PR apuntan en direcciones opuestas (uno hacia el otro).

Un espejo plano invierte las imágenes izquierda y derecha, pero no de arriba y de abajo. La imagen de arriba a abajo P'Q' y la imagen de izquierda a derecha P'S' son paralelas a sus objetos y no están invertidas de modo alguno.

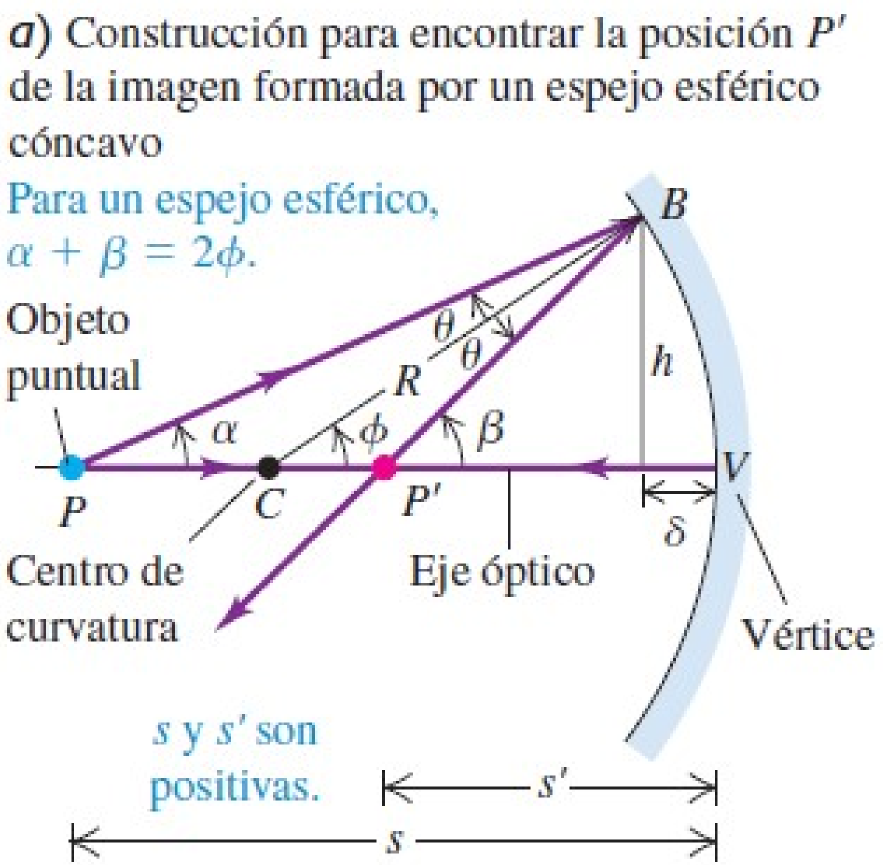
Solo la imagen de adelante hacia atrás P'R' está invertida con respecto a PR.

Por lo tanto, lo más correcto es afirmar que **un espejo plano invierte de atrás hacia adelante**, se dice que **la imagen es inversa; esto significa que solo se ha invertido la dimensión de adelante hacia atrás.**

Una propiedad importante de todas las imágenes formadas por superficies reflectantes o refractivas es que una imagen formada por una superficie o un dispositivo óptico puede servir como el objeto de una segunda superficie o dispositivo.

Reflexión en una superficie esférica

Imagen de un objeto puntual: Espejo esférico



La figura muestra un espejo esférico con radio de curvatura R, con su lado cóncavo hacia la luz incidente.
C - centro de curvatura de la superficie (esfera de la cual forma parte la superficie)
V- vértice del espejo
Recta CV: eje óptico.
P: punto de objeto (sobre eje óptico)
Rayo PV: pasa por C, incide de forma normal en el espejo y se refleja sobre sí mismo.
Rayo PB, a un ángulo α con respecto al eje, incide en el espejo en B, donde los ángulos de incidencia y de reflexión son θ.

El rayo reflejado interseca el eje en P'.
El punto P' es, entonces, la imagen del punto de objeto P.
Como los rayos reflejados se intersecan realmente en P', y luego divergen a partir de P', como si se hubieran originado en ese punto.
Por consiguiente, P' es una imagen real.

Reflexión en una superficie esférica

Imagen de un objeto puntual: Espejo esférico

Si suponemos que el espejo está en una habitación oscura, donde la única fuente de luz es un objeto luminoso situado en P, y colocamos un trozo pequeño de película fotográfica en P', todos los rayos luminosos provenientes del punto P que se reflejen en el espejo incidirán en P' de la película. Una vez revelada, la película mostrará una sola mancha brillante que representa una imagen nítidamente enfocada del objeto en el punto P. En este principio se basan casi todos los telescopios astronómicos, los cuales utilizan grandes espejos cóncavos para obtener fotografías de objetos celestes

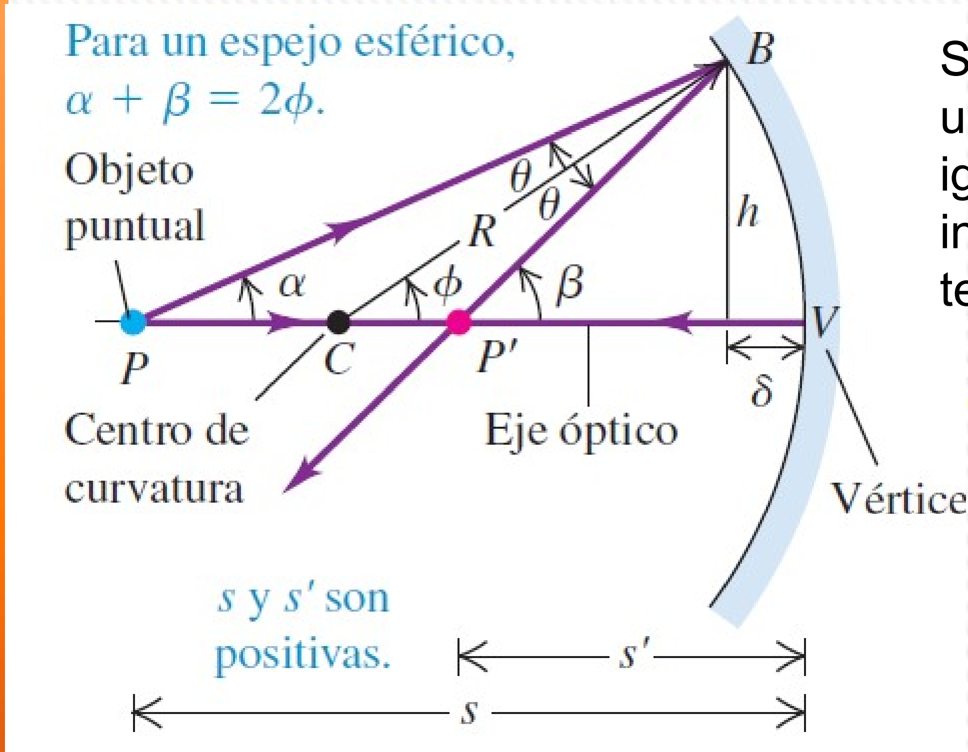
Reglas de signos:

Para todas las superficies reflectantes y refractivas tanto planas como esféricas.

- $s > 0$ cuando el objeto está del lado entrante de la superficie (objeto real); $s < 0$ en caso contrario.
- $s' > 0$ cuando la imagen está del lado saliente de la superficie (imagen real); $s' < 0$ en caso contrario.
- $R > 0$ cuando el centro de curvatura está del lado saliente de la superficie; $R < 0$ en caso contrario.
- $m > 0$ cuando la imagen es derecha; $m < 0$ cuando es invertida.

Reflexión en una superficie esférica

Imagen de un objeto puntual: Espejo esférico



Según un teorema de geometría plana: un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos opuestos. Aplicando este teorema a los triángulos PBC y P'BC

$$\phi = \alpha + \theta \qquad \beta = \phi + \theta$$

$$\theta = \beta \quad \phi \qquad \phi = \alpha + (\beta - \phi)$$

$$\alpha + \beta = 2\phi$$

$$\tan\alpha = \frac{h}{s-\delta} \qquad \tan\beta = \frac{h}{s'-\delta} \qquad \tan\phi = \frac{h}{R-\delta}$$

si estos ángulos son pequeños la tangente de un ángulo pequeño es casi igual al ángulo mismo (medido en radianes), y además podemos despreciar la distancia δ de modo que podemos las tangentes por los propios ángulos, tenemos las siguientes relaciones aproximadas:

$$\alpha = \frac{h}{s} \qquad \beta = \frac{h}{s\prime} \qquad \phi = \frac{h}{R}$$

Reflexión en una superficie esférica

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s\prime} \quad \phi = \frac{h}{R} \quad \alpha + \beta = 2\phi$$

Sustituyendo y dividiendo por h, resulta:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

Todos los rayos provenientes de P que forman ángulos suficientemente pequeños con el eje se intersecan en P' después de reflejarse.

Estos rayos, casi paralelos al eje y próximos a él, se llaman **rayos paraxiales** (la aproximación paraxial se aplica a las aproximaciones realizadas).

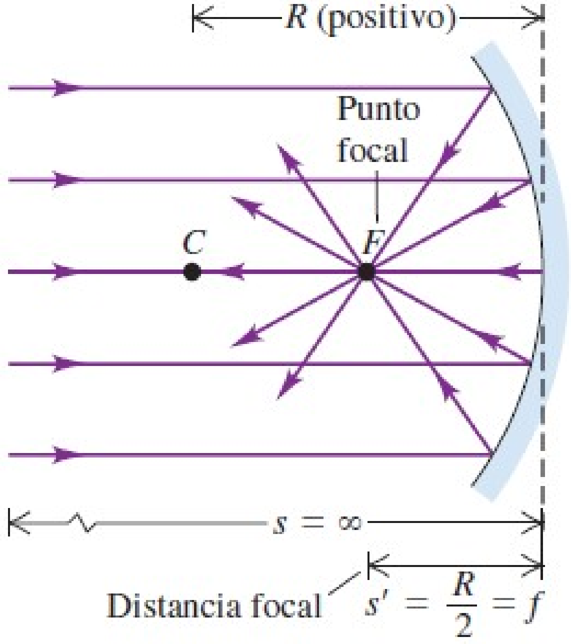
Debido a que todos estos rayos reflejados convergen en el punto de imagen, los espejos cóncavos también se conocen **como espejos convergentes.**

La ecuación que hemos obtenido es solo aproximadamente correcta. Es resultado de un cálculo que incluye aproximaciones, y solo es válida con respecto a rayos paraxiales.

Si se aumenta el ángulo a que un rayo forma con el eje óptico, el punto P' donde el rayo interseca el eje óptico se acerca un poco más al vértice, en comparación con el caso de un rayo paraxial, por lo que un espejo esférico no forma una imagen puntual precisa de un objeto puntual; la imagen se "difumina" (**aberración esférica**).

Reflexión en una superficie esférica

a) Todos los rayos paralelos incidentes en un espejo esférico se reflejan a través del punto focal.



Si el punto del objeto P está muy lejos del espejo esférico (s = ∞), los rayos entrantes son paralelos. Para este caso:

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad \Rightarrow s' = \frac{R}{2}$$

El haz de rayos paralelos incidentes converge, después de reflejarse en el espejo, en un punto F situado a una distancia R/2 del vértice del espejo.

El punto F donde los rayos paralelos incidentes convergen se llama **punto focal** o **foco.**

La distancia del vértice al punto focal, que se indica con **f**, recibe el nombre de **distancia focal**.

f se relaciona con el radio de curvatura R: f = R/2

Se cumple también la situación opuesta: si el objeto se encuentra en F, entonces los rayos reflejados se dirigen en forma paralela al eje (s’=∞).

Por lo general se expresa la relación entre las distancias de objeto y de imagen de un espejo en términos de la distancia focal f:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Reflexión en una superficie esférica

Imagen de un objeto extenso: Espejo esférico

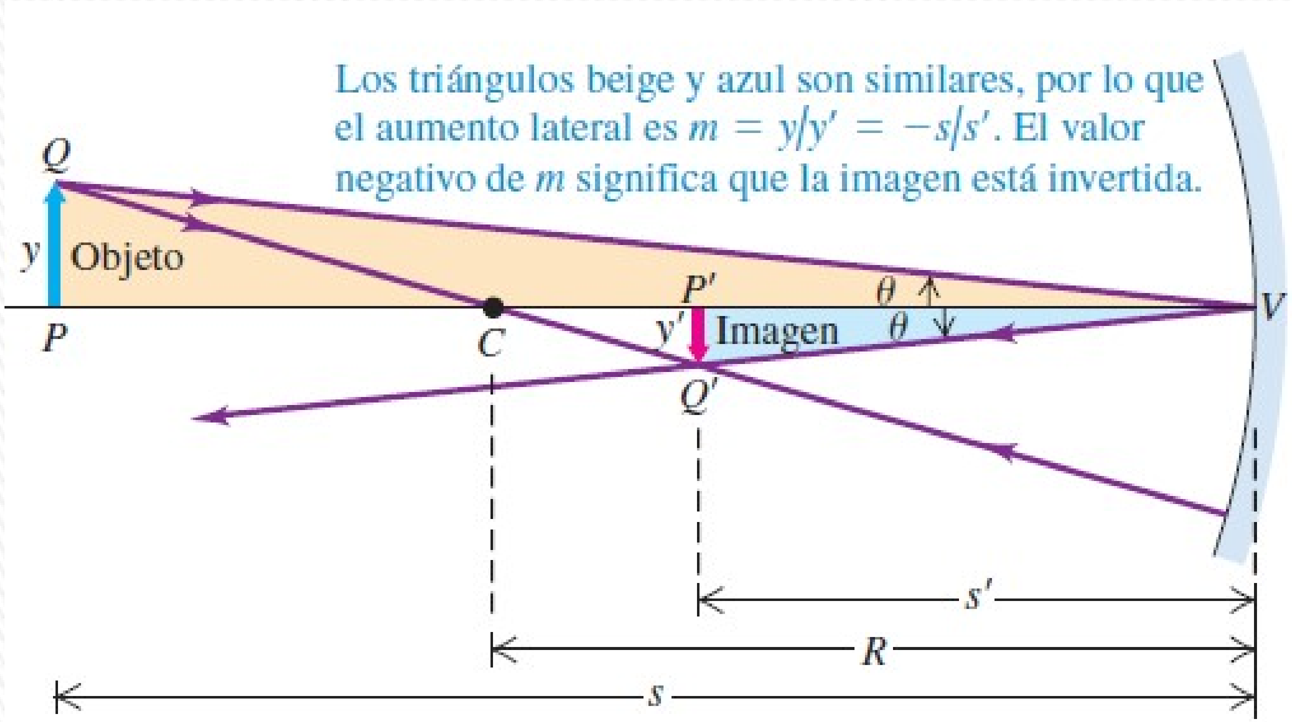


Imagen de P en P'
Imagen y' está invertida.
Triángulos PQV y P'Q´V son semejantes.
Por lo tanto:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Si m>0, la imagen es derecha en comparación con el objeto; si m<0 la imagen está invertida con respecto al objeto,

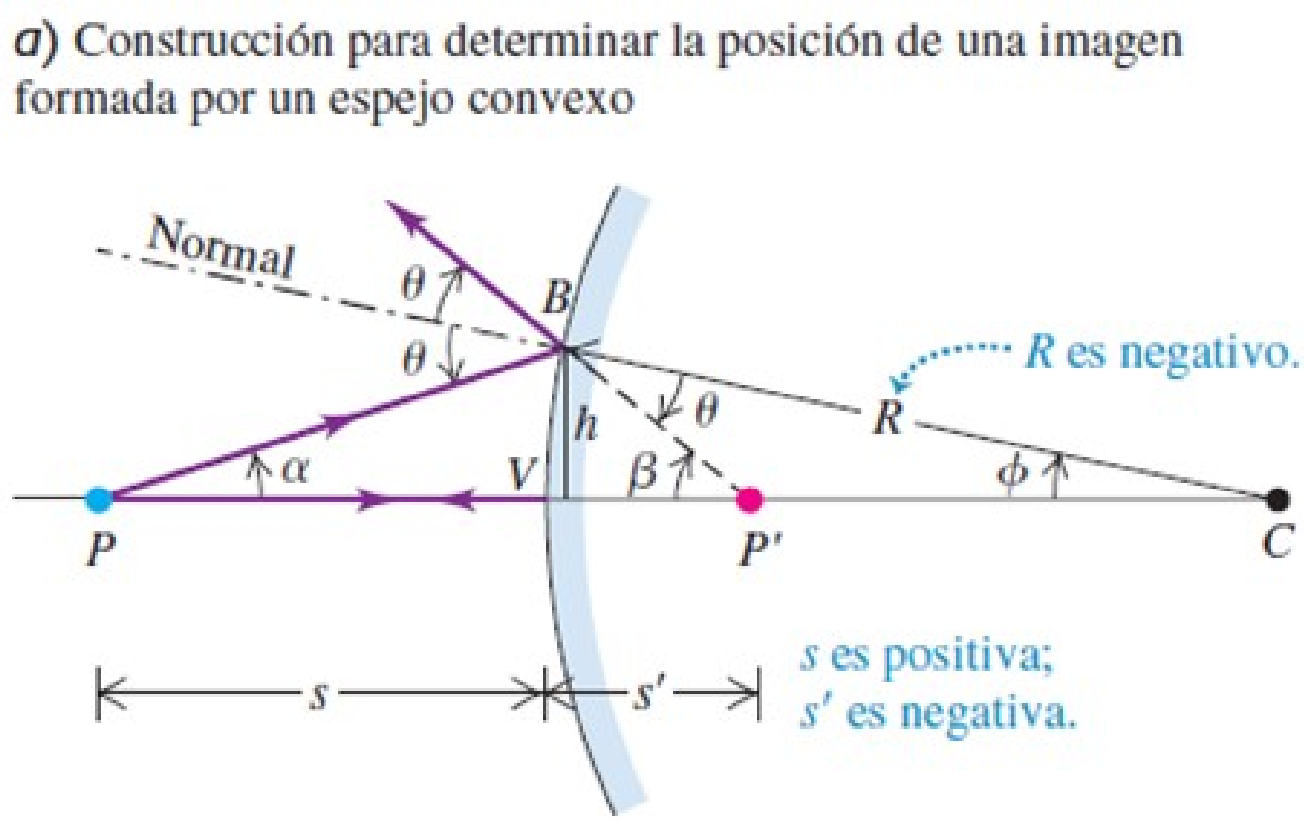
Hemos analizado el caso en que $s \geq f$, y visto que la imagen es real e invertida.
Si $s < f$ la imagen resultante es virtual (la imagen está en el lado opuesto del espejo con respecto al objeto), derecha y más grande que el objeto.
Los espejos que se utilizan para aplicar maquillaje son espejos cóncavos; al usarlo, la distancia del rostro al espejo es menor que la distancia focal (s<f), y se observa una imagen derecha ampliada.
Se pueden verificar esto aplicando:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Reflexión en una superficie esférica

Espejos convexos

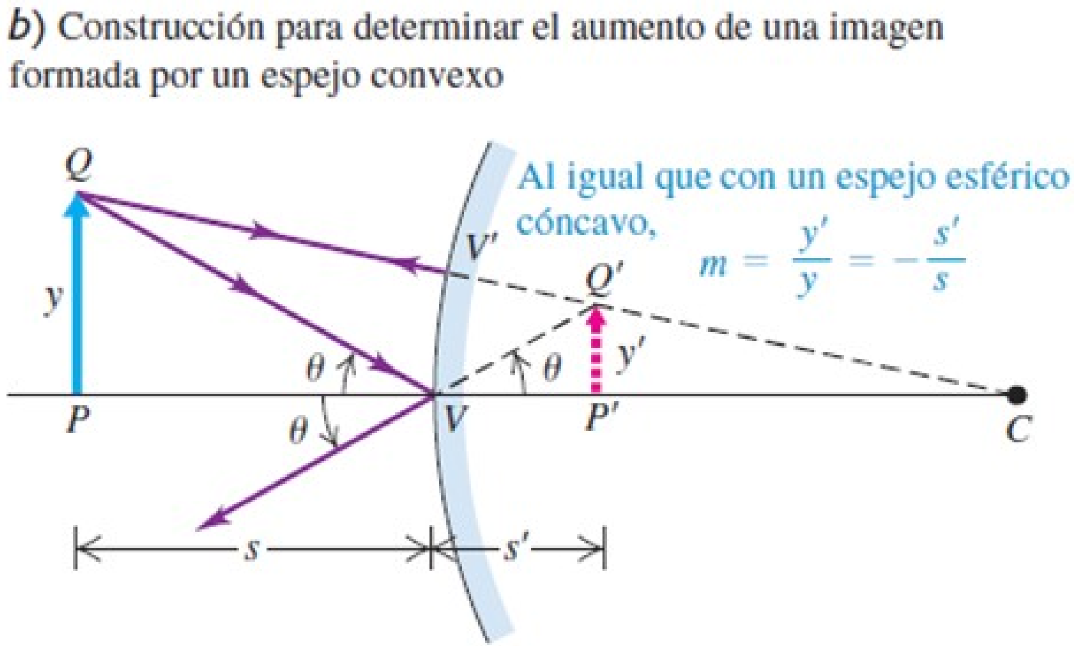


El centro de curvatura está en el lado opuesto a los rayos salientes: por lo que R <0 .
Rayo PB se refleja, con ángulos de incidencia y reflexión iguales a θ.
El rayo reflejado se proyecta hacia atrás y corta al eje en P'.
Como esto pasa para todos los rayos provenientes de P que se reflejan en el espejo, mientras los ángulos sean pequeños, P' es la imagen de P.

Para este caso: s >0; s' < 0 y R <0.

Reflexión en una superficie esférica

Espejos convexos

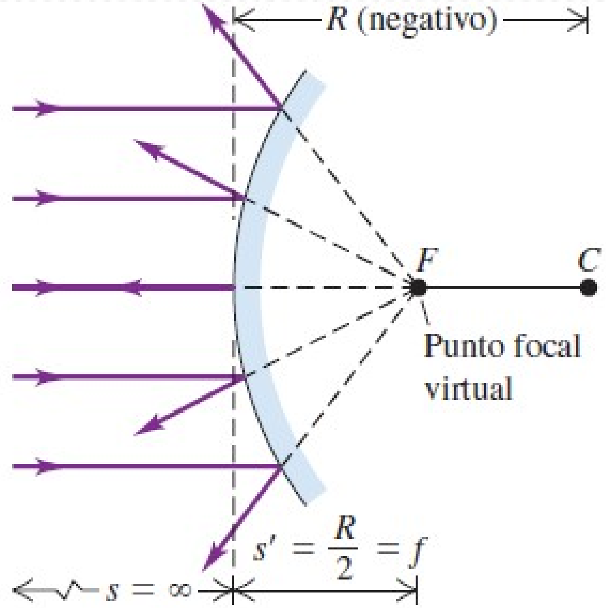


Se muestran dos rayos que divergen a partir de la punta de la flecha PQ y de la imagen virtual P'Q' . Se siguen cumpliendo las ecuaciones;

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

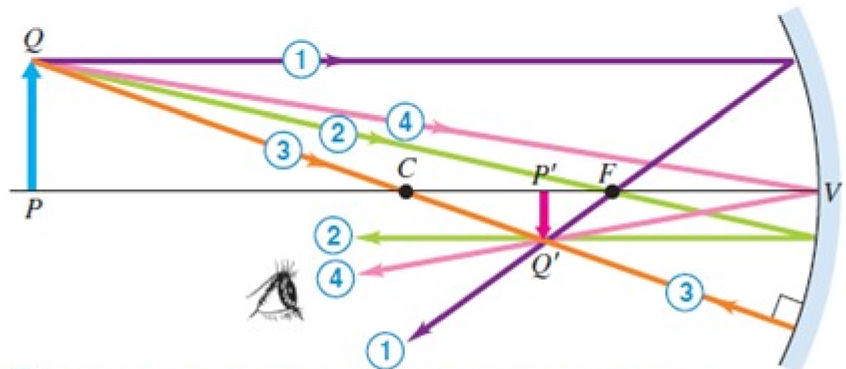
Para este tipo de espejo, R es negativo los rayos entrantes que son paralelos al eje óptico no se reflejan a través del punto focal F, sino que divergen como si provinieran del punto F situado a una distancia f detrás del espejo, como se muestra en la figura.
En este caso, f es la distancia focal, y F recibe el nombre de punto focal virtual.
Tanto s' como f y R son negativos.



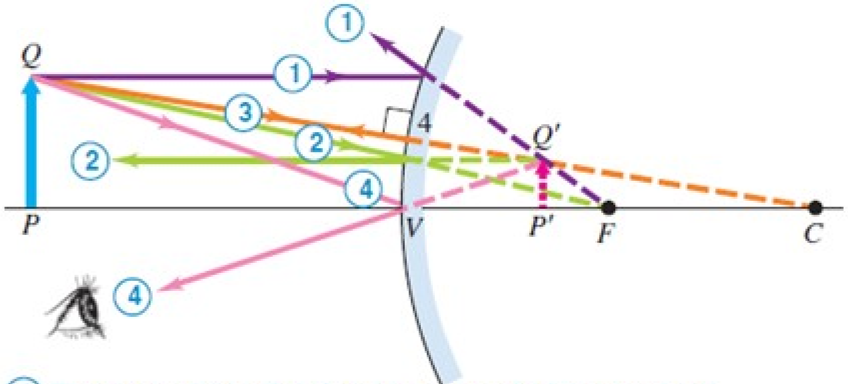
Métodos gráficos para espejos

Se elige un punto del objeto que no esté sobre el eje óptico. Se pueden trazar 4 rayos (**rayos principales**) que por lo general se dibujan con facilidad.

1. Un rayo paralelo al eje, después de reflejarse, pasa por el punto focal F de un espejo cóncavo o parece provenir del punto focal (virtual) de un espejo convexo.
2. Un rayo que pasa por el punto focal F (o que avanza hacia este) se refleja paralelamente al eje.
3. Un rayo a lo largo del radio que pasa por el centro de curvatura C, o se aleja de él, interseca la superficie en dirección normal y se refleja de regreso por su trayectoria original.
4. Un rayo que incide en el vértice V se refleja, formando ángulos iguales con el eje óptico.

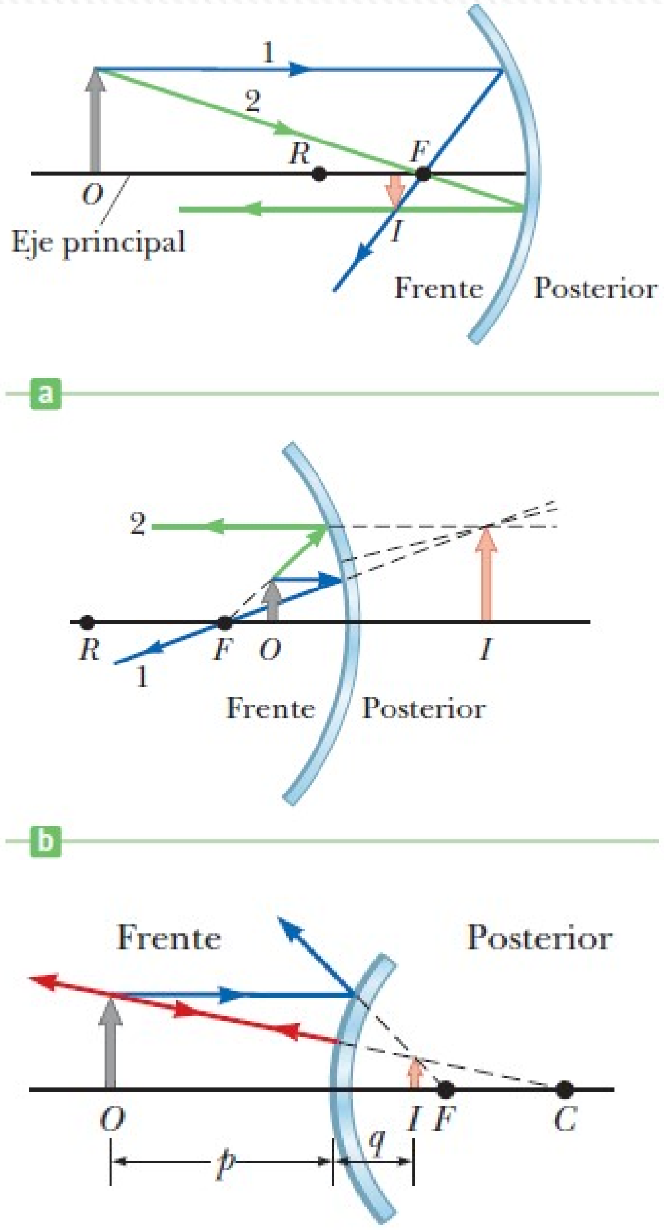


(1) El rayo paralelo al eje se refleja a través del punto focal.
(2) El rayo que pasa por el punto focal se refleja paralelo al eje.
(3) El rayo que pasa por el centro de curvatura interseca la superficie en dirección normal y se refleja a lo largo de su trayectoria original.
(4) El rayo hacia el vértice se refleja simétricamente tomando como base el eje óptico.



(1) El rayo paralelo reflejado parece provenir del punto focal.
(2) El rayo hacia el punto focal se refleja paralelo al eje.
(3) Al igual que con el espejo cóncavo: el rayo radial al centro de curvatura interseca la superficie en dirección normal y se refleja a lo largo de su trayectoria original.
(4) Al igual que con el espejo cóncavo, el rayo hacia el vértice se refleja simétricamente tomando como base el eje óptico.

Espejos esféricos: resumen



$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$

Espejo cóncavo

f > 0; s > 0;

a) La imagen de un espejo cóncavo es real e invertida cuando el objeto está fuera del punto focal, es decir, *s > f. La imagen es más* grande que el objeto cuando *f < s < R, y más pequeña que el* objeto cuando s > *R.*
b) La imagen de un espejo cóncavo es virtual, derecha y más grande que el objeto cuando *s < f* .

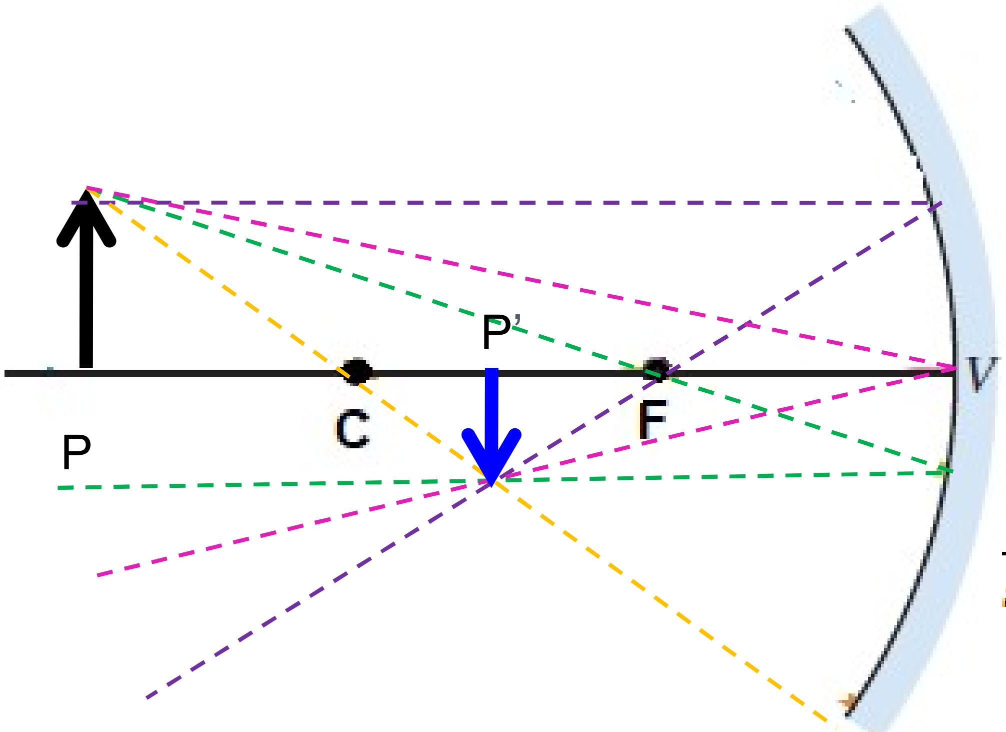
Espejo convexo

f < 0; s > 0;

La imagen de un espejo convexo siempre es virtual, derecha y detrás del espejo.

Ejemplo: Espejo cóncavo con diferentes distancias del objeto

Un espejo cóncavo tiene un radio de curvatura con un valor absoluto de 20 cm. Encuentre por medios gráficos la imagen de un objeto en forma de una flecha perpendicular al eje del espejo a cada una de las siguientes distancias de objeto: a) 30 cm, b) 10 cm y c) 5,0 cm. Compruebe la construcción calculando el tamaño y el aumento lateral de cada imagen.



R = + 20 cm ; s = + 30 cm

y = 8,0 cm

f = R/2 = +10 cm

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{10}-\frac{1}{30}=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$$

s' = 15 cm (P'V)

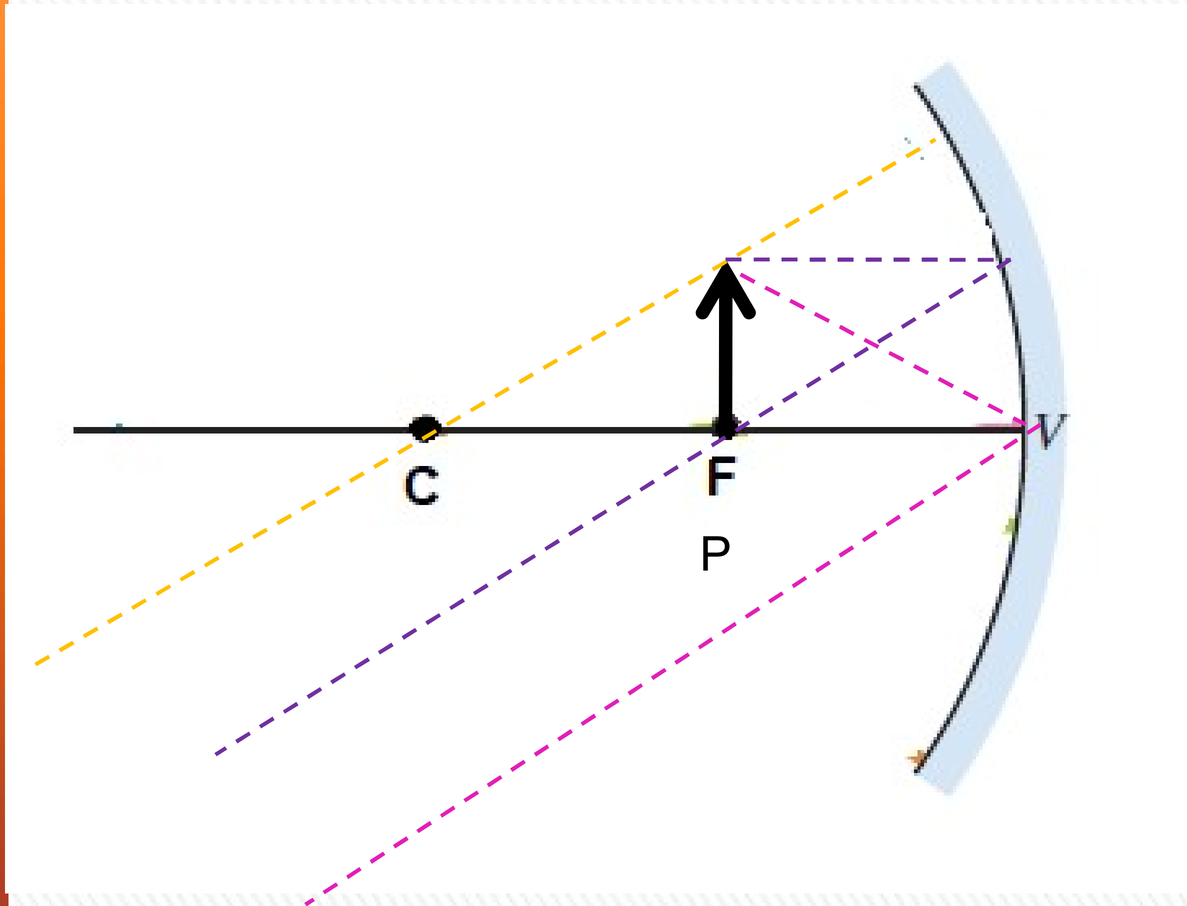
$$m=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s} \qquad m=-\frac{s'}{s}=-\frac{15}{30}=-0{,}50 \qquad y'=my=(-0{,}50)(8{,}0)=-4{,}0\ cm$$

Ejemplo: Espejo cóncavo con diferentes distancias del objeto

R = + 20 cm ; s = + 10 cm; y = 8,0 cm; f = R/2 = +10 cm

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{10} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10} \qquad \frac{1}{s'} = 0 \qquad \Rightarrow s' = \infty$$

El aumento m es infinito

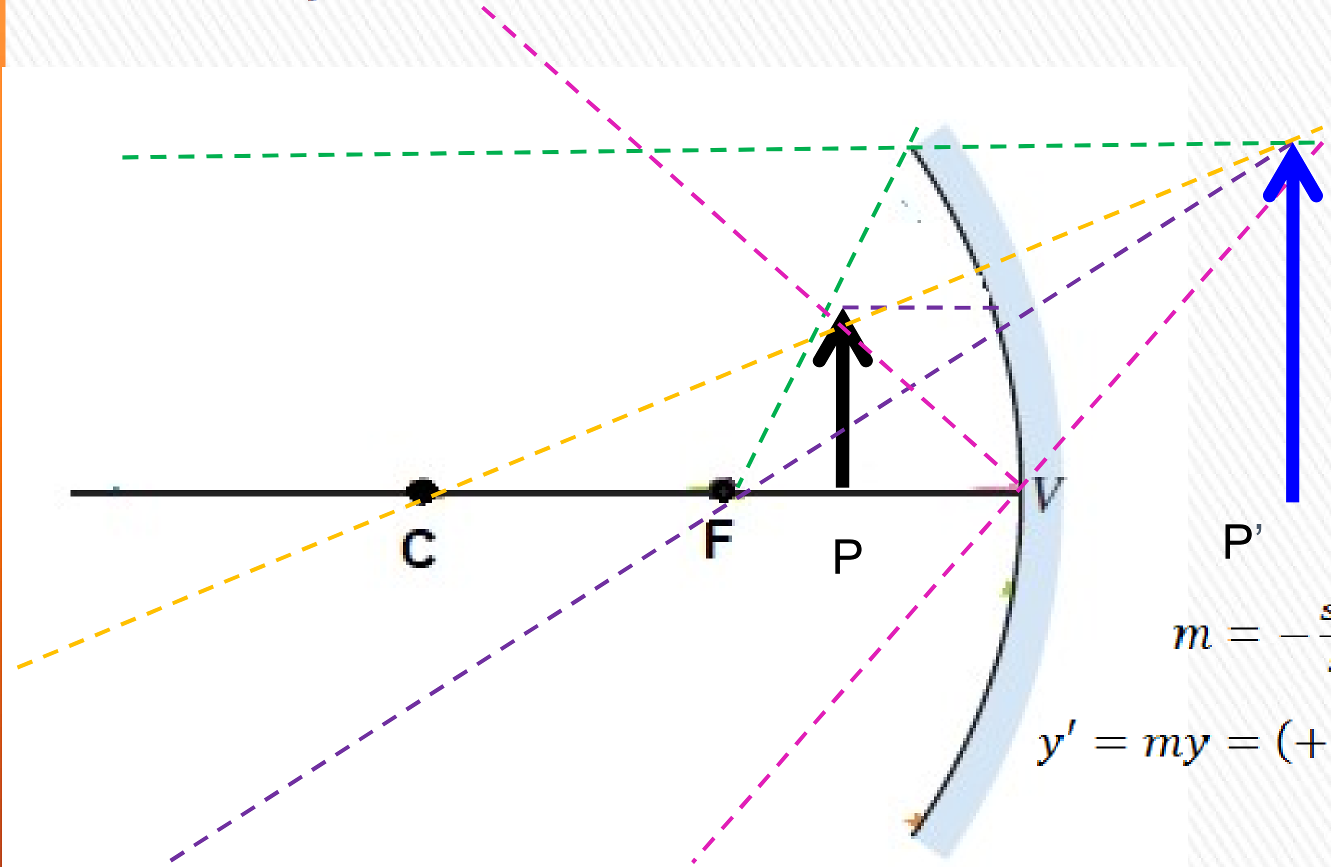


Ejemplo: Espejo cóncavo con diferentes distancias del objeto

R = + 20 cm ; s = + 5,0 cm; y = 8,0 cm; f = R/2 = +10 cm

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} - \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{5{,}0} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10} \qquad \frac{1}{s'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5{,}0} = -\frac{1}{10}$$

s'= -10 cm



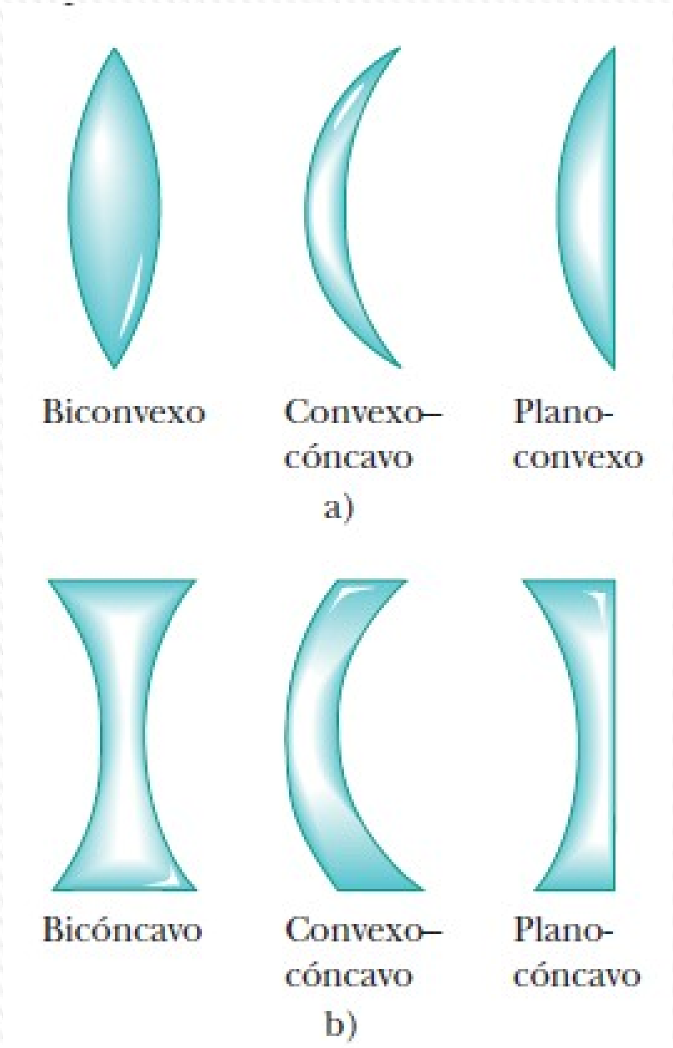
$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{-10}{5{,}0} = +2{,}0$$

$$y' = my = (+2{,}0)(8{,}0) = +16\ cm$$

LENTES

Lente, *sistema óptico con dos superficies refractivas.*

La lente más simple tiene dos superficies *esféricas lo suficientemente próximas entre sí como para* que podamos despreciar la distancia entre ellas (el espesor de la lente); a este dispositivo se le llama **lente delgada.**



Se llama **foco** al punto donde convergen los rayos de luz originados desde un punto en el objeto

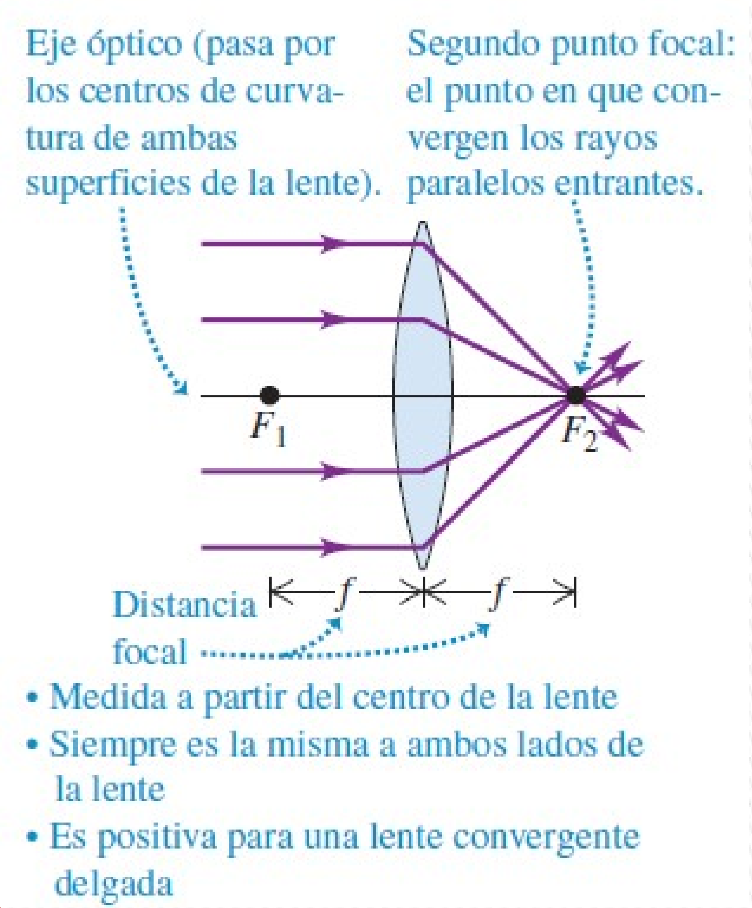
a) lentes convergentes tienen una distancia focal positiva y son más gruesas en su parte central.

b) lentes divergentes tienen una distancia focal negativa y su parte más gruesa está en los bordes.

La potencia de una lente es el recíproco de su distancia focal expresada en metros, y se expresa en **dioptrías**.

LENTES DELGADAS

Una lente es un sistema óptico con dos superficies refractivas.
La lente más simple tiene dos superficies esféricas suficientemente próximas entre sí como para que podamos despreciar la distancia entre ellas (el espesor de la lente); a este dispositivo se le llama **lente delgada**.
Los anteojos o lentes de contacto son ejemplos de lentes delgadas.

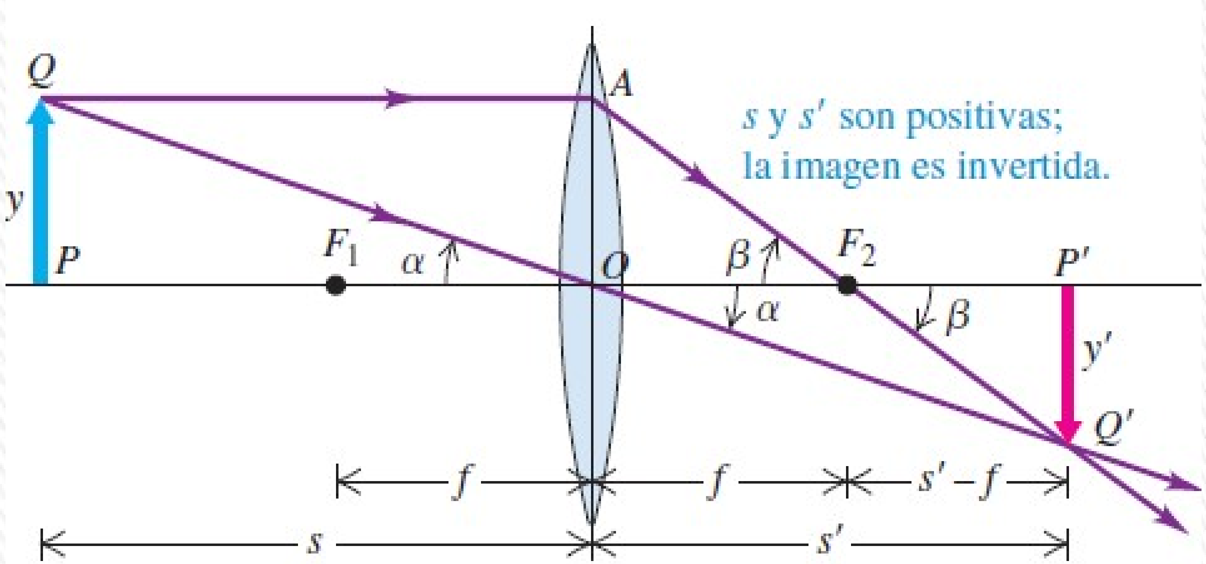


Una lente como la la forma que se muestra en la figura hace que un haz de rayos paralelos al eje, converjan en un punto F_2 y forman una imagen real en ese punto. Las lentes de este tipo se llaman **lentes convergentes**.
Igualmente los rayos que pasan por el punto F_1 emergen de la lente en forma de un haz de rayos paralelos.
F_1 y F_2 son los puntos focales primero y segundo, y la distancia f (medida desde el centro de la lente) es la **distancia focal**.
La distancia focal de una lente convergente se define como una cantidad positiva.
La recta horizontal central de la figura es el **eje óptico**.

LENTES DELGADAS

Los centros de curvatura de las dos superficies esféricas se encuentran sobre el eje óptico.
Las dos distancias focales de la figura, ambas identificadas como f, siempre son iguales en el caso de una lente delgada, aun cuando los dos lados tienen diferente curvatura, como probaremos más adelante.

Imagen de un objeto extenso: Lentes convergentes



s y s' son las distancias del objeto y de la imagen, , y e y' as alturas del objeto y de la imagen.
Rayo QA, paralelo al eje óptico antes de la refracción, pasa por el punto focal F2 después de refractarse.

El rayo QOQ' pasa directamente por el centro de la lente sin desviarse, ya que en el centro las dos superficies son paralelas y (suponemos) están muy próximas entre sí. Hay refracción donde el rayo entra y sale del material, pero no existe un cambio neto de dirección.
Los triángulos rectángulos PQO y P'Q'O son semejantes, y las razones de los lados correspondientes son iguales.

LENTES DELGADAS-lente convergente

$$\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'} \qquad \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

el signo negativo se debe a que la imagen está abajo del eje óptico e y' es negativa.

Los dos triángulos rectángulos OAF_2 y $P'Q'F_2$ son semejantes: $\frac{y}{f} = -\frac{y'}{s'-f}$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'-f}{f} \qquad -\frac{s'}{s} = -\frac{s'-f}{f} \qquad \frac{s'}{s's} = \frac{s'-f}{s'f}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s'}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

relación objeto-imagen, lente delgada

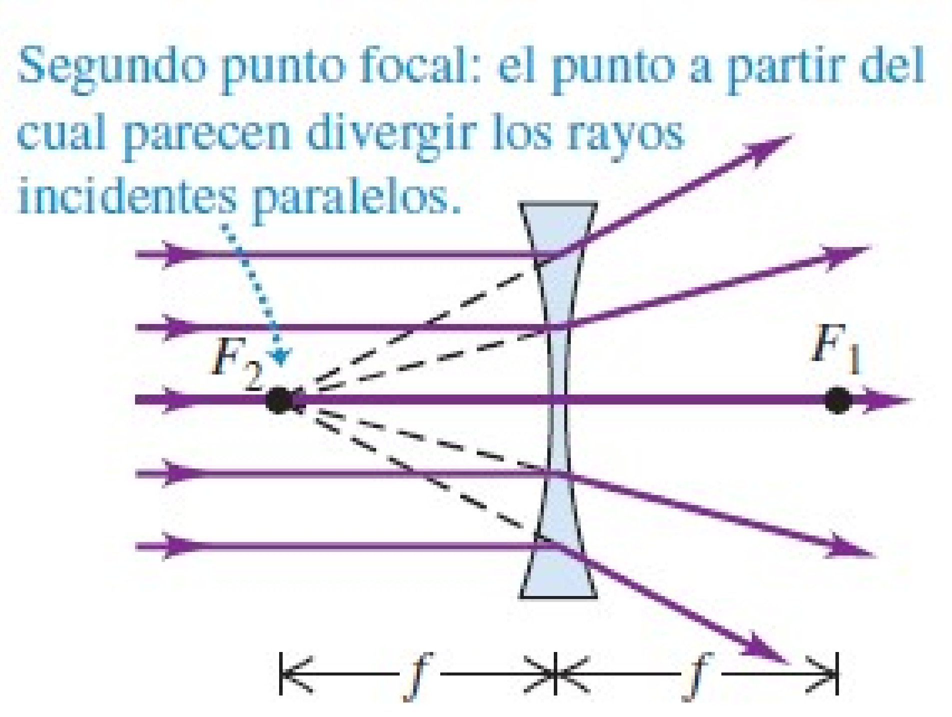
El signo negativo indica que cuando s y s' son positivas, como en la figura, la imagen es invertida, y los signos de y e y' son opuestos

Aumento lateral: $$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Cuando s > f (objeto por fuera del primer punto focal F_1) s' > 0 (la imagen está del mismo lado que los rayos salientes) y la imagen es real e invertida, como se muestra en la figura.

Si s < f   se forma una imagen con un valor negativo de s' < 0; esta imagen se encuentra del mismo lado de la lente que el objeto, y es virtual, derecha y más grande que este.

LENTES DELGADAS- Lentes divergentes



La figura muestra una lente divergente; el haz de rayos paralelos que incide en esta lente diverge después de refractarse. La distancia focal de una lente divergente es una cantidad negativa.

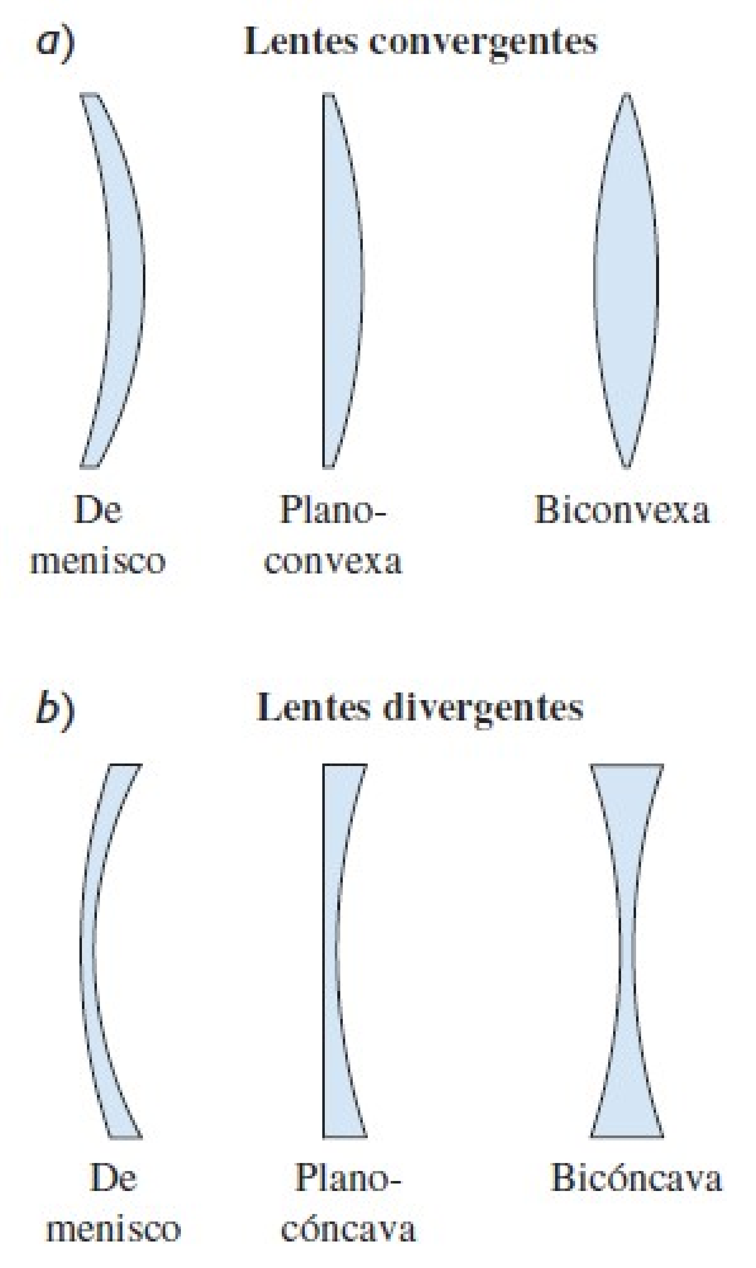
Los puntos focales de una lente negativa están invertidos en relación con los de una lente positiva.

El segundo punto focal, F_2, de una lente negativa es el punto a partir del cual los rayos que originalmente son paralelos al eje parecen divergir después de refractarse.

Los rayos incidentes que convergen hacia el primer punto focal F_1,emergen de la lente paralelos a su eje.

Las ecuaciones anteriores vistas para lentes convergentes son aplicables a lentes tanto positivas como negativas.

LENTES DELGADAS



En la figura se muestran los diversos tipos de lentes, tanto convergentes como divergentes. Conviene hacer una observación importante: toda lente que sea más gruesa en su centro que en sus bordes es una lente convergente con f positiva; y toda lente que sea más gruesa en sus bordes que en su centro es una lente divergente con f negativa (siempre y cuando la lente tenga un índice de refracción mayor que el material circundante). Podemos probar esto mediante la ecuación del fabricante de lentes, cuya deducción constituye nuestra siguiente tarea.

LENTES

La distancia focal de una lente se relaciona con su índice de refracción *n* y con los radios de curvatura R_1 y R_2 de sus superficies en un medio de índice de refracción 1 (n_{aire}) es la denomina **ecuación del constructor de lentes**:

Se puede ver con esta ecuación cuando una lente es convergente (distancias focales positivas) o divergente (distancias focales negativas).

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Convenios de signos:

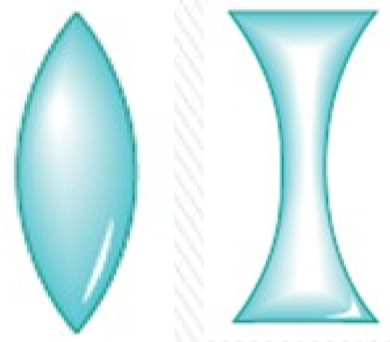
1) Se dibujan los diagramas en los que luz procede siempre desde la izquierda.
2) El radio de curvatura de la superficie de una lente es positivo si su centro de curvatura se halla a la derecha de la lente, y negativo si su centro se halla a la izquierda.
3) R_1 se refiere a la primera superficie o superficie de la izquierda y R_2 a la segunda o superficie de la derecha.
4) Una superficie plana puede considerarse como parte de una esfera de radio infinito.

Si la lente está sumergida en algo diferente del aire, puede utilizar esta misma ecuación, interpretando *n como la relación del índice de refracción del material de la* lente con el fluido que la rodea.
Por ejemplo, para una lente sumergida en agua:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{vidrio}}{n_{agua}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Ejemplo: Determinación de la distancia focal de una lente

a) Suponga que el valor absoluto de los radios de curvatura de las superficies de lente de la figura A es igual en ambos casos a 10 cm, y que el índice de refracción es n = 1,52. ¿Cuál es la distancia focal f de la lente?
b) Suponga que la lente de la figura B también tiene n = 1,52 y que los valores absolutos de los radios de curvatura de sus superficies de lente también son iguales a 10 cm. ¿Cuál es la distancia focal de esta lente?



a) La lente de la figura A es biconvexa. El centro de curvatura de la primera superficie (C1) está en el lado saliente de la lente, por lo que R1 es positivo, y el centro de curvatura de la segunda superficie (C2) está en el lado entrante, por lo que R2 es negativo. Por lo tanto, R1 = +10 cm, R2 = -10 cm. Entonces:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad \frac{1}{f} = (1.52 - 1)\left(\frac{1}{+10\text{ cm}} - \frac{1}{-10\text{ cm}}\right) \qquad f = 9.6\text{ cm}$$

b) La lente de la figura B es una lente bicóncava. El centro de curvatura de la primera superficie está del lado entrante de la lente, por lo tanto, R1 es negativo, y el centro de curvatura de la segunda superficie está del lado saliente, así que R2 es positivo. Por lo tanto, en este caso R1 = -10 cm, R2 = +10 cm: .

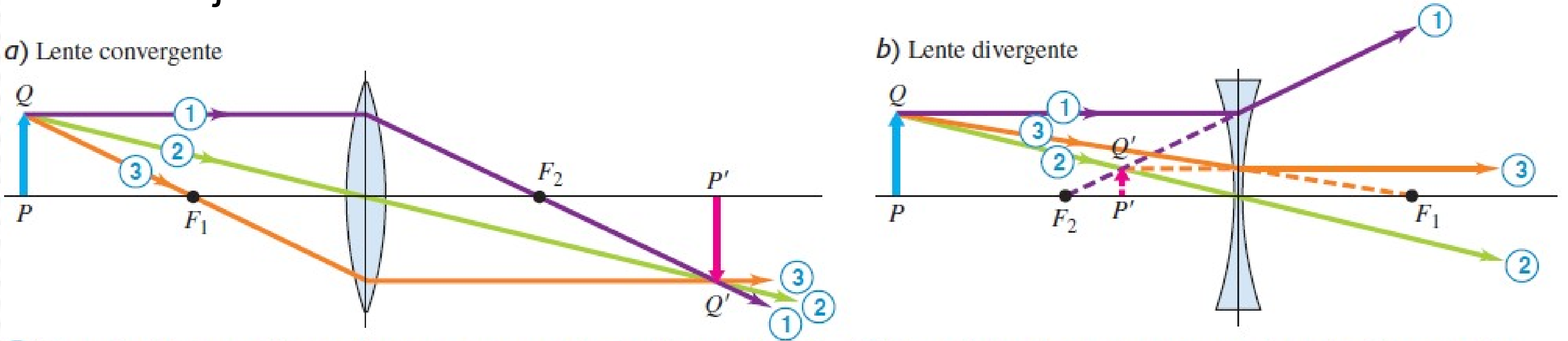
$$\frac{1}{f} = (1.52 - 1)\left(\frac{1}{-10\text{ cm}} - \frac{1}{+10\text{ cm}}\right) \qquad f = -9.6\text{ cm}$$

Métodos gráficos para lentes delgadas

La posición y tamaño de una imagen formada por una lente delgada se puede encontrar usando un método gráfico mediantes tres rayos principales.

Al utilizar este método gráfico, consideraremos que la desviación de cada rayo ocurre en su totalidad en el plano medio de la lente.

1. Un rayo paralelo al eje emerge de la lente en una dirección que pasa por el segundo foco F_2 de una lente convergente, o que parece provenir del segundo foco de una lente divergente.
2. Un rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía en grado apreciable; en el centro de la lente las dos superficies son paralelas; por lo tanto, este rayo emerge prácticamente con el mismo ángulo que tenía al entrar y a lo largo de la misma recta.
3. Un rayo que pasa por el primer punto focal F_1 (o avanza hacia este) emerge paralelo al eje.



(1) El rayo incidente paralelo se refracta para pasar por el segundo punto focal F_2.
(2) El rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía considerablemente.
(3) El rayo que pasa por el primer punto focal F_1 emerge paralelo al eje.

(1) Después de refractarse, parece que el rayo incidente paralelo proviene del segundo punto focal F_2.
(2) El rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía considerablemente.
(3) El rayo que apunta al primer punto focal F_1 emerge paralelo al eje.

Métodos gráficos para lentes delgadas

Cuando la imagen es real, la imagen está determinada por la intersección de dos cualesquiera de los rayos 1, 2 y 3, cuando la imagen es virtual, se prolongan hacia atrás los rayos salientes divergentes, hasta su punto de intersección para encontrar el punto de imagen.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Convención: lo rayos de luz vienen desde la izquierda

OBJETOS REALES están a la izquierda de la lente e IMÁGENES REALES a su derecha,

IMÁGENES VIRTUALES están a la izquierda de la lente y OBJETOS VIRTUALES a su derecha.

Para aplicar las expresiones algebraicas hay que seguir el siguiente convenio de signos:

1. s es positiva para un objeto real y negativa para un objeto virtual.
2. s' es positiva para una imagen real y negativa para una imagen virtual.
3. El tamaño del objeto y es positivo si está por arriba del eje y negativo si está por debajo del mismo.

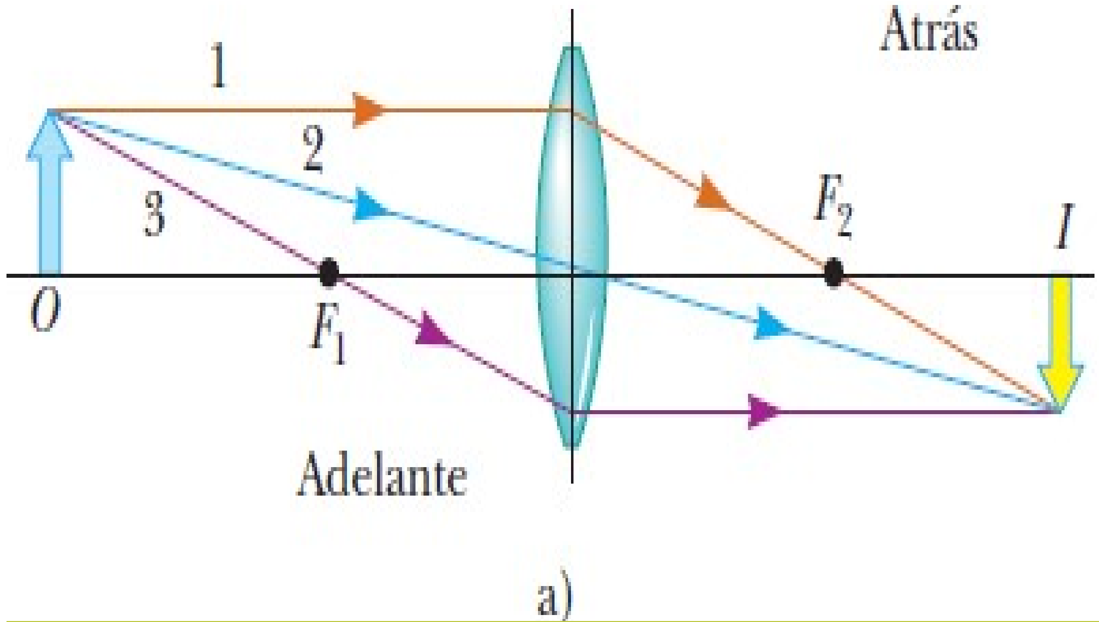
4. El tamaño de la imagen y' es positivo si está por arriba del eje y negativo si está por debajo del mismo.

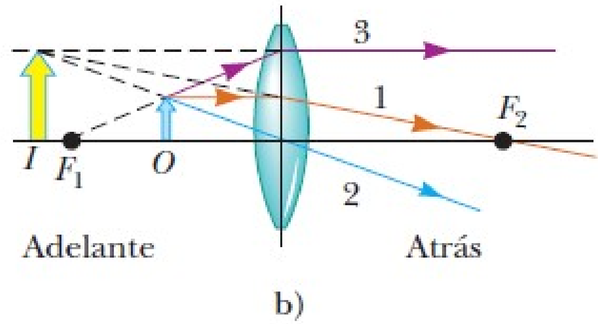
FORMACIÓN DE IMÁGENES

Lente convergente

Objeto entre foco y lente

Objeto delante del foco



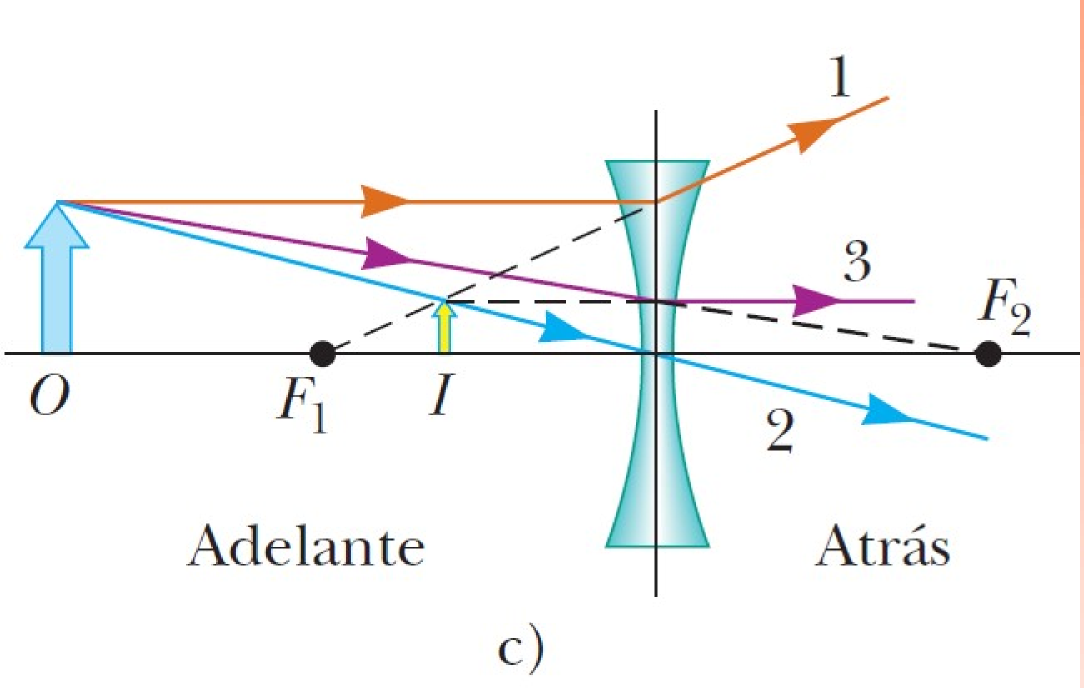


b) Imagen virtual, vertical y mayor que el objeto y aparece en la cara frontal de la lente

a) Imagen real, invertida y en la cara posterior de la lente.

El rayo 1, se dibuja paralelo al eje principal. Una vez refractado por la lente, este rayo pasa a través del foco en la cara posterior de la lente.
El rayo 2, se dibuja a través del centro de la lente y sigue en línea recta.
El rayo 3, se dibuja a través del foco en la cara frontal de la lente (o como si saliera del foco en el caso de que $p < f$) y emerge de esta paralelo al eje principal.

FORMACIÓN DE IMÁGENES



Rayo 1: se dibuja paralelo al eje principal. Después de ser refractado por la lente, emerge alejándose desde el foco F_1 en la cara frontal de la lente.

Rayo 2: se dibuja a través del centro de la lente y continúa en línea recta.

Rayo 3: se dibuja en la dirección hacia el foco en la cara posterior de la lente y emerge de ésta paralelo al eje principal.

c) Cuando un objeto está en cualquier sitio por delante de una lente divergente, la imagen es virtual, vertical y menor que el objeto y en la cara frontal de la lente.

Para las tres posiciones del objeto (delante, en el foco o atrás), la posición de imagen es negativa y el aumento es un número positivo menor que 1, lo que confirma que la imagen es virtual, menor que el objeto y vertical.

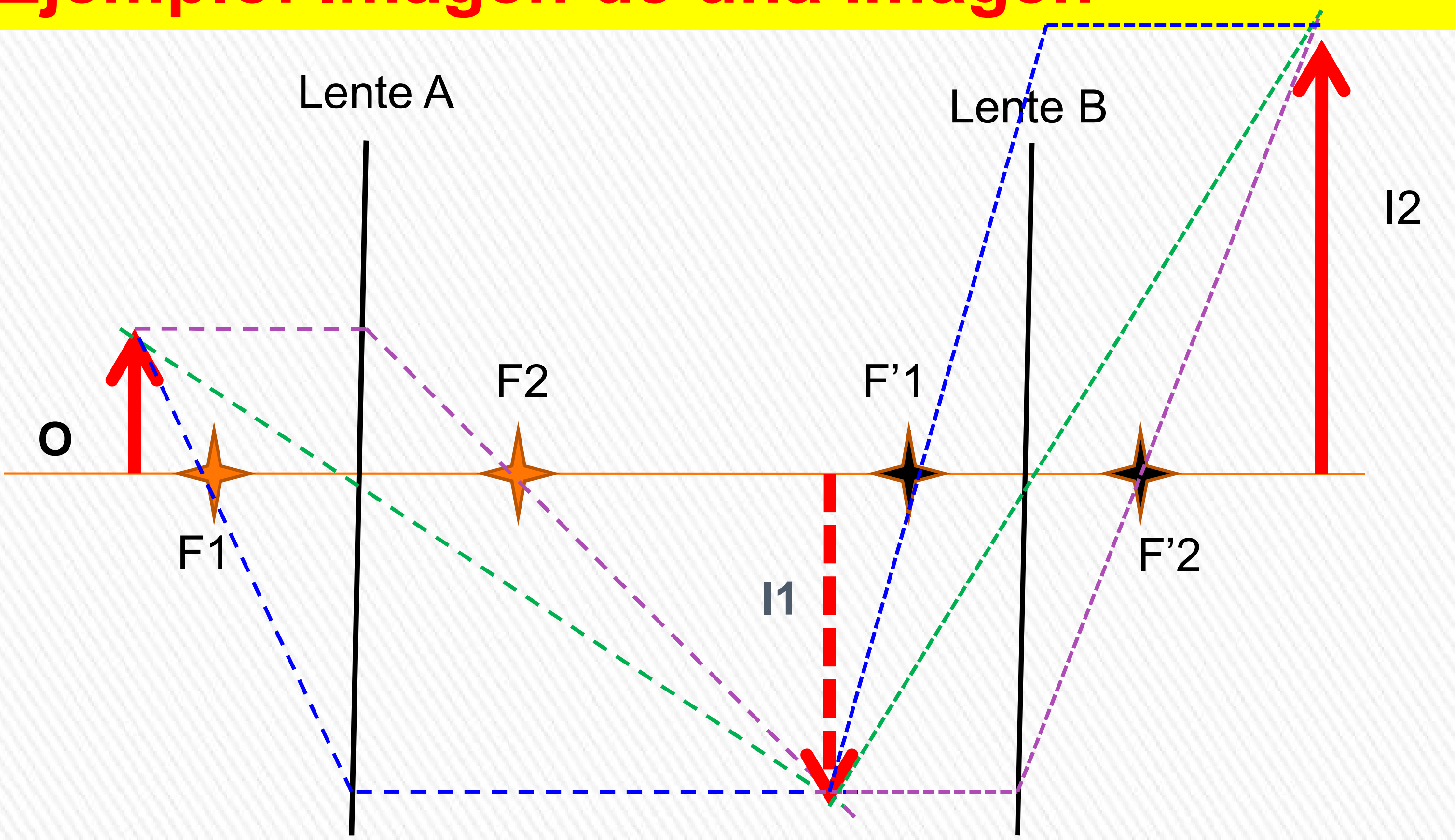
Ejemplo: Imagen de una imagen

Las lentes convergentes A y B, de longitudes focales de 8,00 y 6,00 cm, respectivamente, se colocan con 36,0 cm de separación. Ambas lentes tienen el mismo eje óptico. Un objeto de 8,00 cm de altura se coloca a 12,0 cm a la izquierda de la lente A. Determine la posición, el tamaño y la orientación de la imagen creada por las dos lentes combinadas.

Se utilizan combinaciones de este tipo en los telescopios y microscopios.

El objeto O se encuentra por fuera del primer punto focal F_1 de la lente A; por lo tanto, esta lente produce una imagen real I_1.
Los rayos luminosos que inciden en la lente B divergen a partir de esta imagen real, como si I_1 fuera un objeto material.
De este modo, la imagen I_1 actúa como objeto para la lente B.
El objetivo es establecer las propiedades de la imagen I_2 formada por la lente B.

Ejemplo: Imagen de una imagen



La imagen se invierte dos veces, una por cada lente, de modo que la segunda imagen I_2 tiene la misma orientación que el objeto original y queda aumentada.

Ejemplo: Imagen de una imagen

Primero determinamos la posición y el tamaño de la primera imagen I_1:

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_1{}'}=\frac{1}{f_1} \qquad \frac{1}{s_1{}'}=\frac{1}{f_1}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{8{,}00}-\frac{1}{12{,}0}=\frac{1}{24{,}0}$$

La imagen I_1 se forma a 24,0 cm de la lente A y a 12,0 cm de la B

El aumento lateral (m_A) vale

$$m_A=-\frac{s'_1}{s_1}=-\frac{24{,}0}{12{,}0}=-2{,}00$$

Por lo tanto la imagen I_1 está invertida y tiene el doble de la altura del objeto O.
La ubicación de la I_2 la encontramos con: f_2= 6,00 cm y s_2= 12,0 cm

$$\frac{1}{s_2}+\frac{1}{s_2{}'}=\frac{1}{f_2} \qquad \frac{1}{s_2{}'}=\frac{1}{f_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{6{,}00}-\frac{1}{12{,}0}=\frac{1}{12{,}0}$$

$$m_B=-\frac{s'_2}{s_2}=-\frac{12{,}0}{12{,}0}=-1{,}00$$

El valor de m_B significa que la imagen final I_2 es del mismo tamaño que la primera, pero su orientación es opuesta. El aumento total es $m_A.m_B$ = (-2.00)(-1.00) = +2.00. Por lo tanto, la imagen final I_2 es (2.00)(8.00 cm) = 16 cm de altura y tiene la misma orientación que el objeto original O,