

Examen  
Julio 2023

1. (35 puntos)

Se considera el conjunto  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  y la relación  $\sim$  en  $\mathcal{P}(\mathbb{N})$  definida por  $A \sim B$  si y sólo si  $A \cap C = B \cap C$

- a) Probar que  $\sim$  es una relación de equivalencia.
- b) Hallar la clases de equivalencia de  $\emptyset$ , de  $\{1\}$ , de  $\{1, 2\}$  y de  $\{1, 8\}$ .
- c) ¿Cuántas clases de equivalencia hay?

2. (25 puntos) Supongamos que  $A$  tiene  $n$  elementos y sean  $a, b \in A$  distintos entre sí .

- a) ¿Cuántas funciones hay de  $A$  en  $A$  que dejan fijo a  $a$ ?
- b) ¿Cuántas funciones hay de  $A$  en  $A$  que no dejan fijos ni a  $a$  ni a  $b$ ?

3. (40) Se considera el grafo rueda  $W_n$ , con  $n \geq 3$ .

- a) Averiguar si admite un circuito Euleriano.
- b) Averiguar si admite un ciclo Hamiltoniano.
- c) Tomemos el caso particular de  $W_4$ . Hallar el menor número  $k$  para que  $W_4$  admita una  $k$ -coloración.
- d) ¿Vale lo anterior para cualquier  $n$ ? Dar un resultado general y justificarlo