# DISTRIBUCIONES DE CARGAS CONTINUAS

A pesar de que la carga es´discreta y está cuantizada, se puede modelar como si fuera continua y considerar diferenciales de carga para cuerpos macroscópicos cargados (barras, cilindros, discos, esferas) y así calcular los campos que crean estos cuerpos

Si la carga se distribuye en una línea, sobre una superficie o a través de un volumen se usan diferentes **densidades de carga**.

**Distribución de carga lineal** (varilla de plástico cargada, larga y delgada), se usa **λ:** carga por unidad de longitud (C/m).

**Densidad de carga superficial** (en un plano), se usa **σ** (sigma) que representa la (carga por unidad de área, en $C/m^2$).

**Densidad de carga volumétrica** se usa **ρ** (rho) para representar la (carga por unidad de volumen, $C/m^3$)

$$dq = \begin{cases} \lambda dx \\ \sigma dA \\ \rho dV \end{cases}$$

Si se distribuyen uniformemente:

$$\lambda = \frac{Q}{l} \quad \sigma = \frac{Q}{A} \quad \rho = \frac{Q}{V}$$

# CAMPO ELÉCTRICO DEBIDO A DISTRIBUCIONES DE CARGAS

El campo eléctrico total debido a dos o más cargas es la suma de sus campos individuales.
Si los campos eléctricos apuntan en direcciones distintas, se producirán algunas cancelaciones en la suma.
Estas cancelaciones pueden hacer que la variación del campo total con la distancia sea muy diferente de la dependencia en $1/r^2$ del campo de una sola caga puntual: el campo puede variar como: $1/r^3$ , $1/r$ *ó* incluso ser constante.

Estos campos se pueden obtener a través de integración de la expresión del diferencial del campo eléctrico d***E*** que crea un diferencial de carga dq, cuyo módulo vale:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

o mediante la **ley de Gauss.**
**Métodos que no veremos en este curso.**

# CAMPO DE UN PLANO CARGADO UNIFORMEMENTE

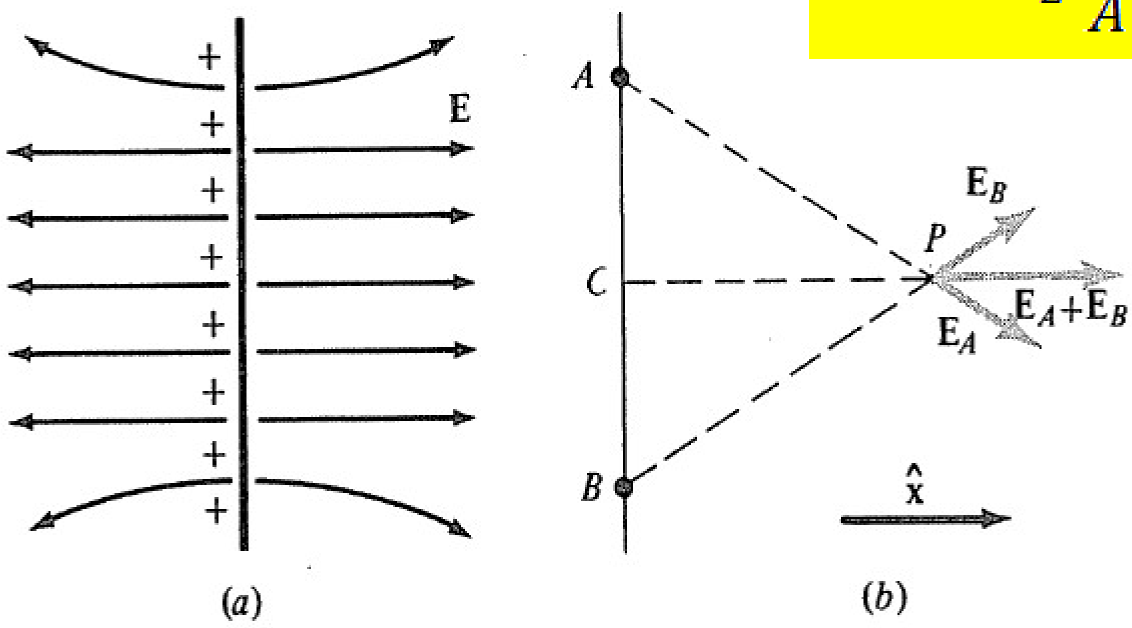
**Campo creado por un plano de dimensiones infinitas: el campo es constante en módulo y dirección.**

Al ser de dimensiones infinitas, para determinar el campo en P, siempre hay cargas en posiciones simétricas de modo que el campo resultante es horizontal.

Esto no es cierto si las dimensiones no son infinitas.

Sin embargo, los campos de estas cargas desapareadas y distantes no tienen importancia si P se halla próximo al plano y no está muy cerca de algún extremo
Se prueba que su magnitud vale: .

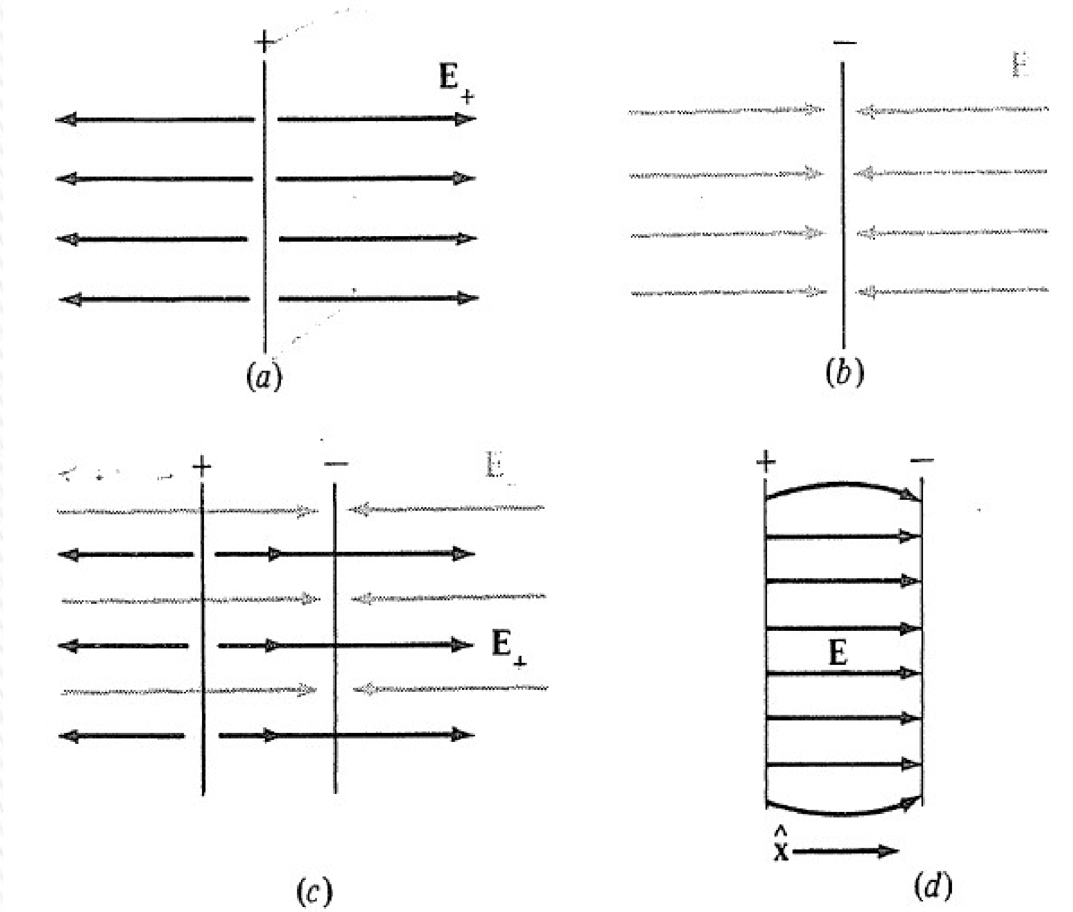
$$\overline{E} = 2\pi k_E \frac{Q}{A}\,\hat{x} = 2\pi k_E \sigma\,\hat{x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{x}$$




Es decir que el campo es constante
(no varía con la distancia al plano considerado) y perpendiculas al mismo

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\widehat{\mathbf{n}}$$

# CAMPO DE DOS PLANOS CARGADO UNIFORMEMENTE




Consideremos ahora dos planos de área A y que tengan cargas iguales pero de signo opuesto +Q y Q. Los campos se suman en la región entre los planos y se cancelan en el resto del espacio.
Por tanto, entre los campos (con la aproximación mencionada anteriormente):

$$\overline{E} = 4\pi k_E \frac{Q}{A}\,\widehat{x} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\widehat{x}$$

**El campo eléctrico entre dos placas cargadas con distinto signo, paralelas e infinitas es constante, perpendicular a las placas e igual a $\sigma/\varepsilon_0$.** Usaremos este resultado como una aproximación al campo creado entre dos placas paralelas con cargas opuestas.

# CONDUCTOR EN CONDICIONES ELECTROSTÁTICAS

## Propiedades de un conductor en condiciones electrostáticas y aislado (no conectado a tierra):

**1.** En el interior del conductor el campo eléctrico es cero, si el conductor es sólido o hueco.

**2.** Si un conductor aislado tiene carga, ésta reside en su superficie.

**3.** El campo eléctrico justo fuera de un conductor con carga es perpendicular a la superficie del conductor y tiene una magnitud $\sigma/\varepsilon_0$, donde $\sigma$ es la densidad de carga superficial en ese punto.

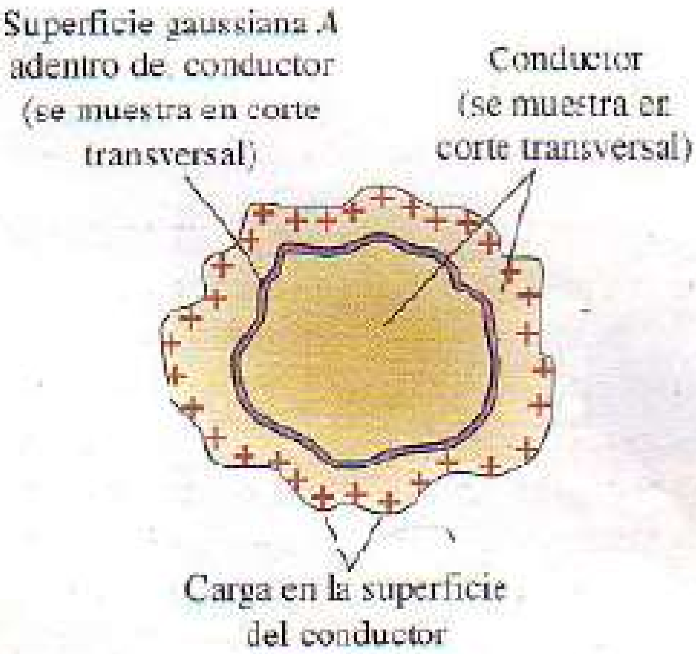
**4.** En un conductor de forma irregular, la densidad de carga superficial es máxima en aquellos puntos donde el radio de curvatura de la superficie es el menor.

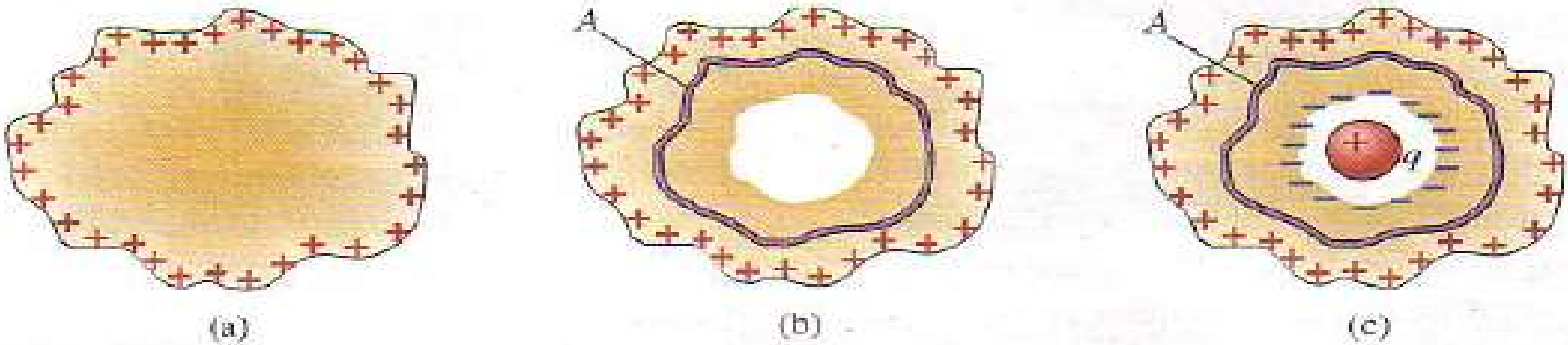
# Conductor: campo eléctrico y distribución de carga

En **condiciones electrostáticas**, el campo eléctrico en el interior de un conductor es nulo.

**¿Por qué? Porque si no fuese nulo, los portadores de carga del conductor se moverían y no estaríamos en condiciones electrostáticas!!!!**

En condiciones electrostáticas, todo exceso de carga en un conductor sólido reside en si totalidad en la superficie del conductor.




**22.24** (a) En un conductor sólido la carga reside en su totalidad en la superficie externa. (b) Si no hay carga en el interior de la cavidad del conductor, la carga neta en la superficie de la cavidad es cero. (c) Si hay una carga $q$ adentro de la cavidad, la carga total en la superficie de la cavidad es $-q$.

# Conductor: campo eléctrico y distribución de carga



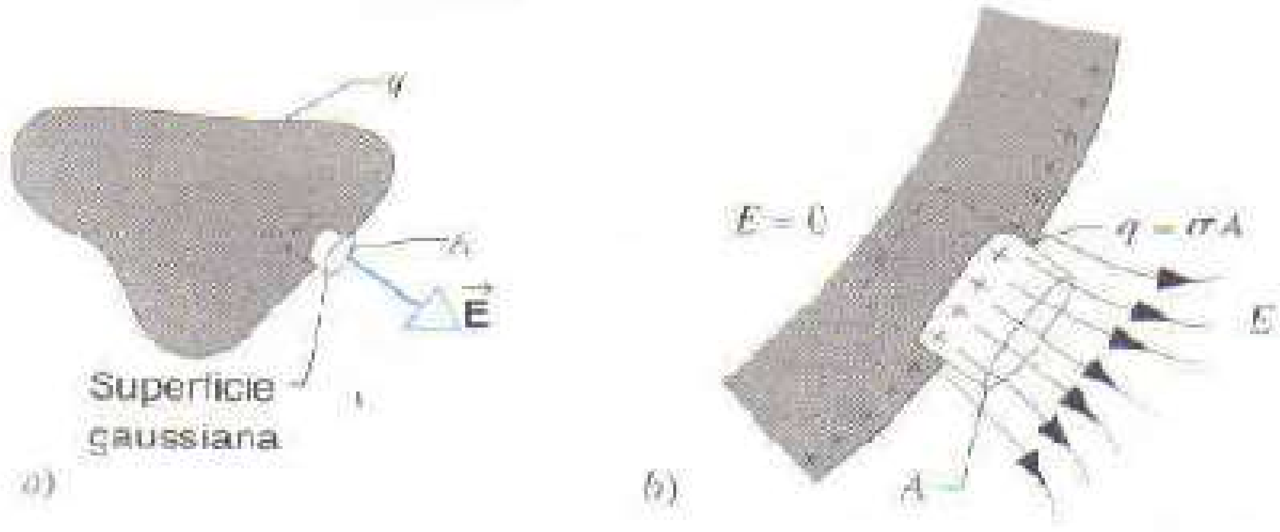



FIGURA 27-15. a) Una pequeña superficie gaussiana se colocó sobre la superficie de un conductor cargado. b) Vista ampliada de la superficie gaussiana que encierra una carga $q$ igual a $\sigma A$.

Sobre la superficie del conductor, el campo eléctrico es normal a la superficie y si la densidad de carga superficial vale σ entonces el campo es:

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$$

# 03-POTENCIAL ELÉCTRICO

Los procesos que suceden durante las tormentas eléctricas generan grandes diferencias de potencial eléctrico entre una nube y la tierra. El resultado son las descargas eléctricas conocidas como rayos. Observe a la izquierda que un canal descendente del rayo (guía o líder escalonado) está a punto de hacer contacto con un canal desde el suelo (una descarga d retorno).

# INTRODUCCIÓN

Veremos la **energía asociada con las interacciones eléctricas.** **Cuando una partícula con carga se mueve en un campo eléctrico, este último ejerce una fuerza que efectúa un *trabajo sobre la partícula. Este trabajo siempre se puede* expresar en términos de la energía potencial eléctrica.**

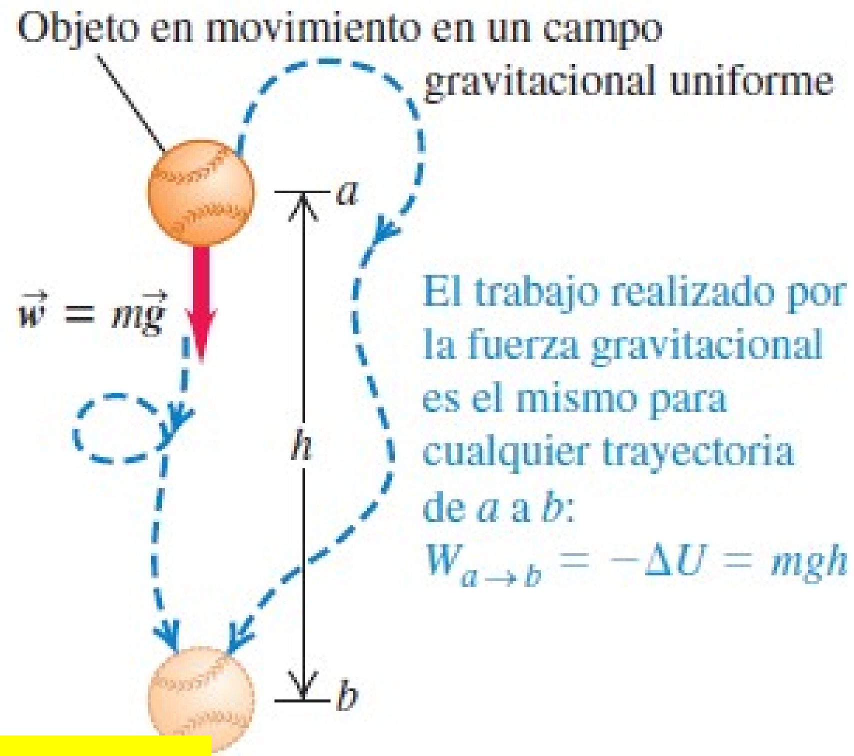
Vimos que la energía potencial gravitacional depende de la altura de una masa sobre la superficie terrestre, la **energía potencial eléctrica** depende de la posición que ocupa la partícula con carga en el campo eléctrico.

Describiremos la energía potencial eléctrica usando un concepto nuevo: el ***potencial eléctrico o simplemente potencial***.

# ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

La fuerza eléctrica (coulombiana) es una **fuerza conservativa**, por tanto se le puede asociar una **energía potencial eléctrica**, y el trabajo realizado no depende de la trayectoria, sino que solamente del punto inicial y final.

Trabajo en un campo gravitatorio uniforme: una pelota se traslada desde el punto ***a***, con energía potencial gravitatoria $U_{ga} = mgh_a$, al punto *b*, con $U_{gb} = mgh_b$ .
El trabajo que realiza el peso vale:
$W_{a\rightarrow b} = mgh = mg(h_a - h_b) = U_{ga} - U_{gb} = -\Delta U_g$




En general si **F** es una fuerza conservativ el trabajo realizado por **F** se puede expresar en términos de una **energía potencial U**, y se cumple:

$$W_{A\rightarrow B} = U_A - U_B = -(U_B - U_A) = -\Delta U$$

Si $W_{A\rightarrow B}$ es positivo, $U_A > U_B$, la energía potencial disminuye, esto es lo que sucede cuando una pelota cae por efecto del campo gravitatorio terrestre.
En cambio, cuando se lanza hacia arriba la fuerza gravitatoria realiza un trabajo negativo y la energía potencial aumenta.

# ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA EN CAMPO UNIFORME

Par de placas metálicas paralelas con carga generan un campo eléctrico uniforme descendente de magnitud *E.*

Trabajo realizado por el campo eléctrico:

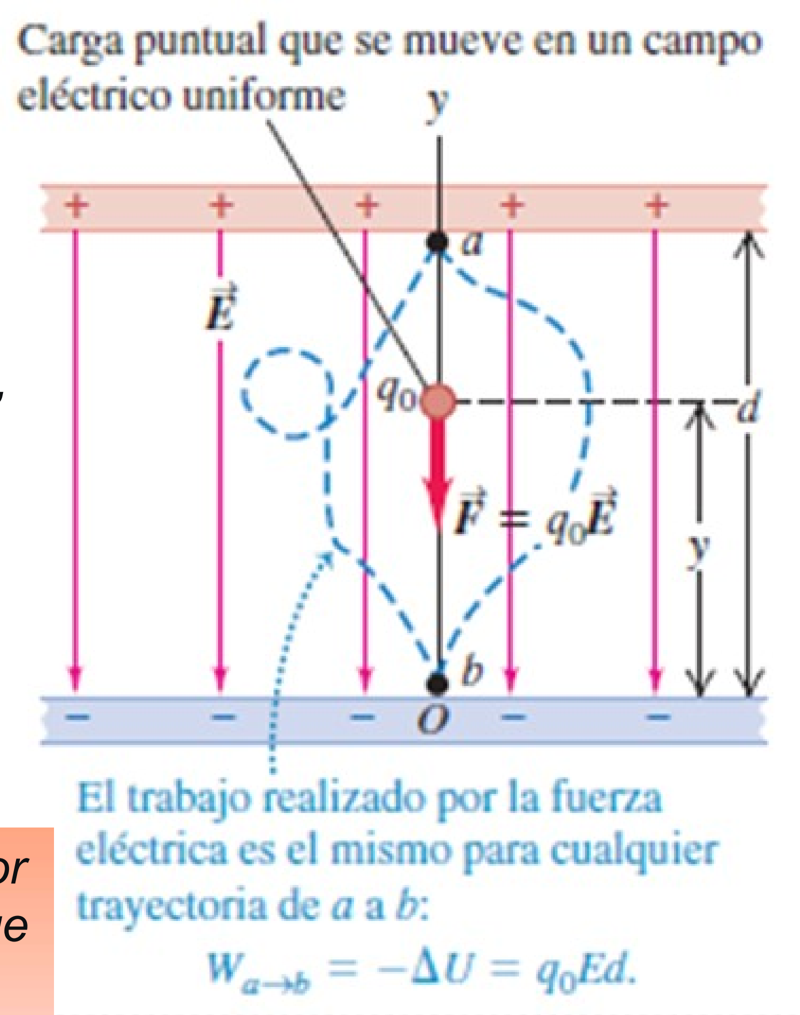
$$W_{A\rightarrow B} = F.d = q_0 E d$$

Componente *y de la fuerza eléctrica,* $F_y = -q_0 E$*, es constante, no hay componente x o z. Análogo a la fuerza gravitacional que actúa sobre una masa m* cerca de la superficie de la Tierra.

*El trabajo realizado por el campo eléctrico a través de cualquier trayectoria entre a y b como se muestra en la figura, es el mismo.*

*Esto significa que el trabajo* $W_{a\rightarrow b}$ *efectuado por el campo es independiente de la trayectoria que sigue la* partícula de *a a b.*

*Este trabajo puede representarse con una* ***función de energía potencial U.***



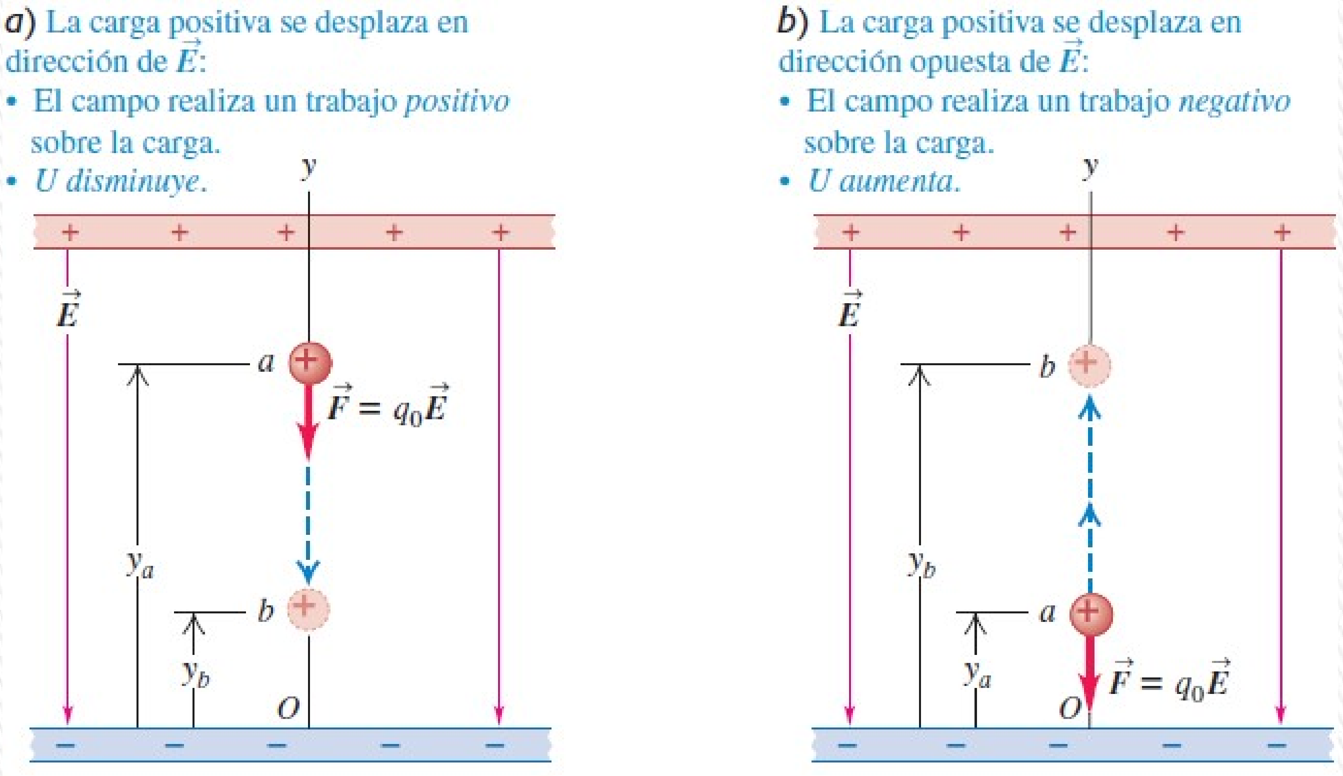
# ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA EN CAMPO UNIFORME

La energía potencial para la fuerza eléctrica $F_y = -q_0E$ *es:* $\boldsymbol{U = q_0Ey}$

Cuando la carga de prueba se mueve de la altura $y_a$ *a la altura* $y_b$*, el trabajo realizado* sobre la carga por el campo está dado por

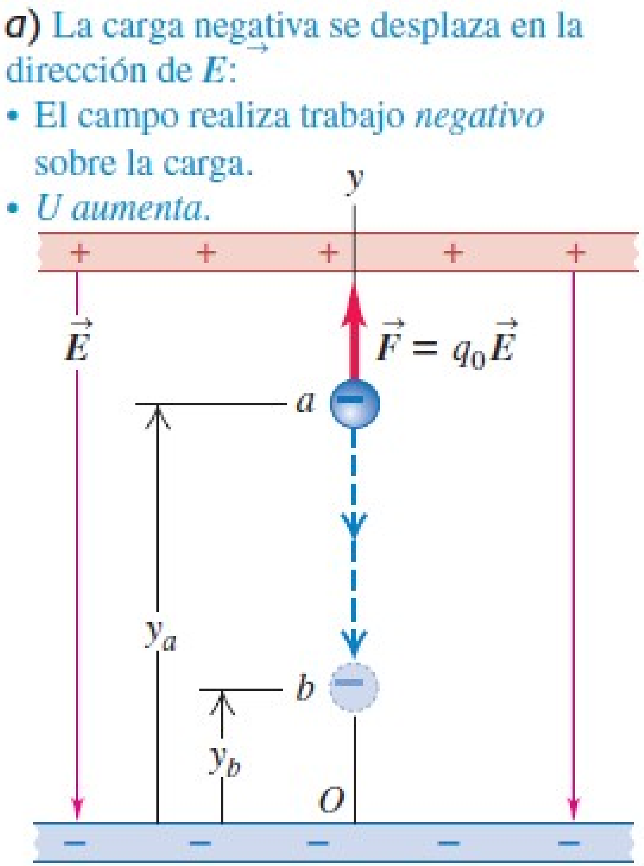
$$W_{a\to b} = -\Delta U = -(U_b - U_a) = -(q_0Ey_b - q_0Ey_A) = q_0E(y_A - y_b)$$

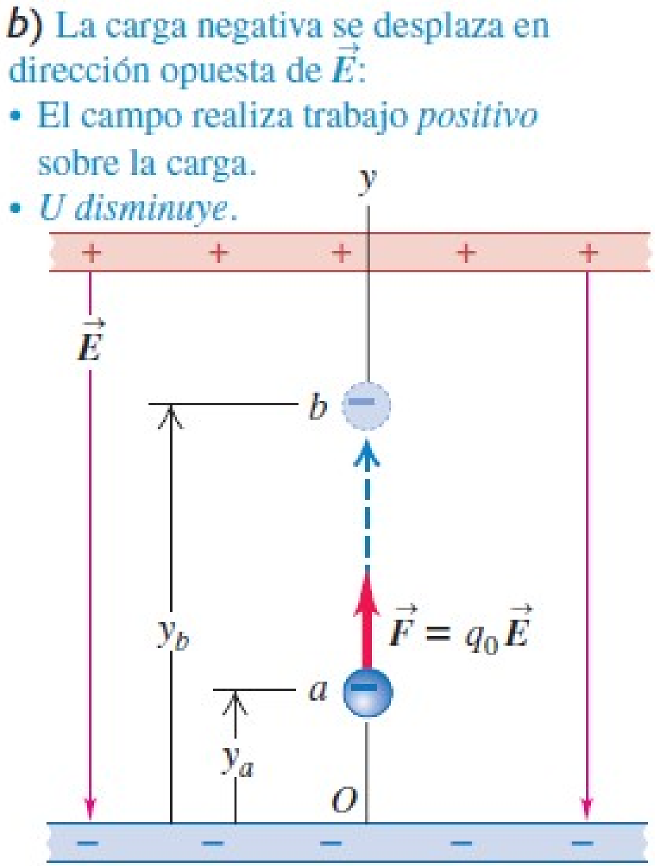
Si $y_a > y_b$ la carga positiva $q_0$ se mueve hacia abajo, en el mismo sentido que **E**, el desplazamiento es en el mismo sentido que $F = q_0E$, se realiza trabajo positivo y U disminuye.



# ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA EN CAMPO UNIFORME

Si la carga de prueba $q_0$ *es negativa, la energía potencial aumenta cuando se mueve* a favor del campo, y disminuye cuando se mueve en contra del campo.



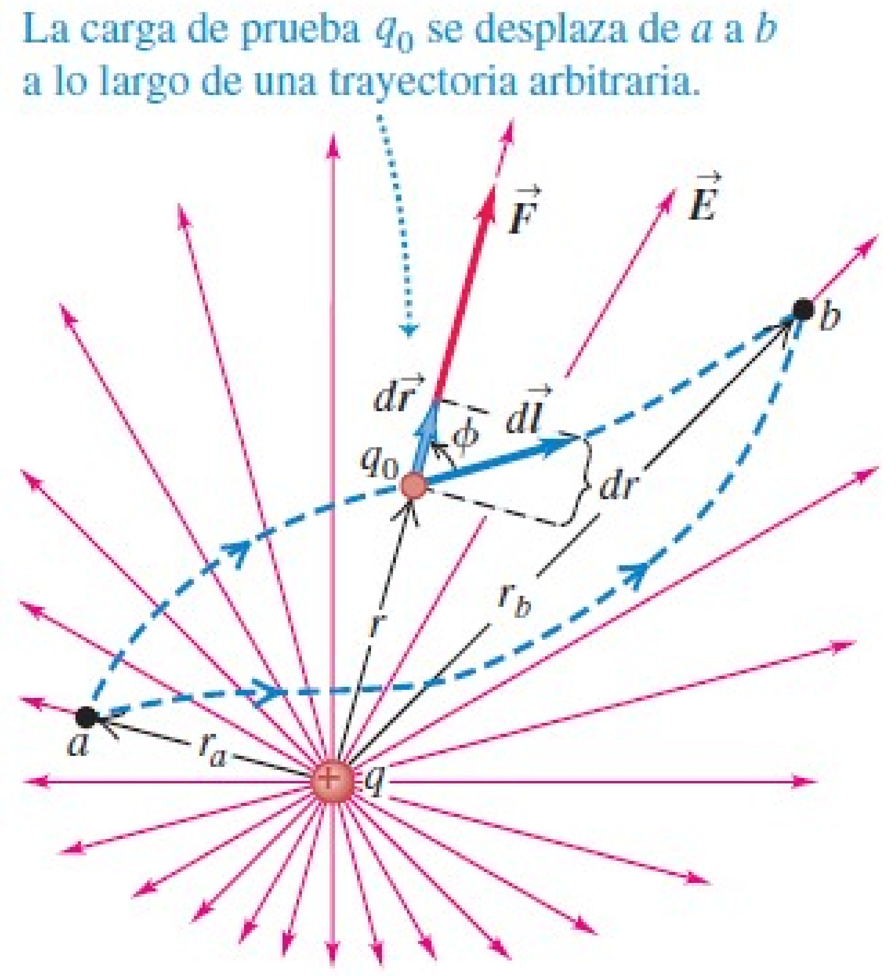

Sea $q_0$ positiva o negativa, se aplica la siguiente regla general:

***U aumenta si la carga de prueba $q_0$ se mueve en el sentido opuesto a la fuerza eléctrica $F=q_0E$;***

*U disminuye si $q_0$ se mueve en el mismo sentido que **$F = q_0E$**.*

# ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE DOS CARGAS PUNTUALES

Trabajo realizado sobre una carga $q_0$ *que se mueve en el campo eléctrico creado por otra carga* puntual estacionaria *q.*




$$W_{a\to b} = \int_a^b \bar{F}.d\bar{l} = \int_a^b F\cos\Phi\, dl$$

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F dr = \int_{r_a}^{r_b} k_E \frac{q_0 q}{r^2} dr$$

$$W_{a\to b} = k_E q_0 q \left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_a}^{r_b}$$

$$W_{a\to b} = k_E q_0 q \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

$$\boxed{W_{a\to b} = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)}$$

El trabajo efectuado por la fuerza eléctrica , para un desplazamiento cualquiera, depende solo de los puntos en los extremos.

Esto es una consecuencia de que la fuerza es **conservativa**

# ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE DOS CARGAS PUNTUALES

Como: $W_{A\to B} = U_A - U_B = -(U_B - U_A) = -\Delta U$

Podemos definir que la energía potencial cuando $q_0$ está a una distancia $r_a$ de $q$ vale:

$$U_a = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r_a}$$ análogamente $$U_b = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r_b}$$

La energía potencial *U cuando la carga de prueba $q_0$ está a cualquier distancia r de la carga q es*

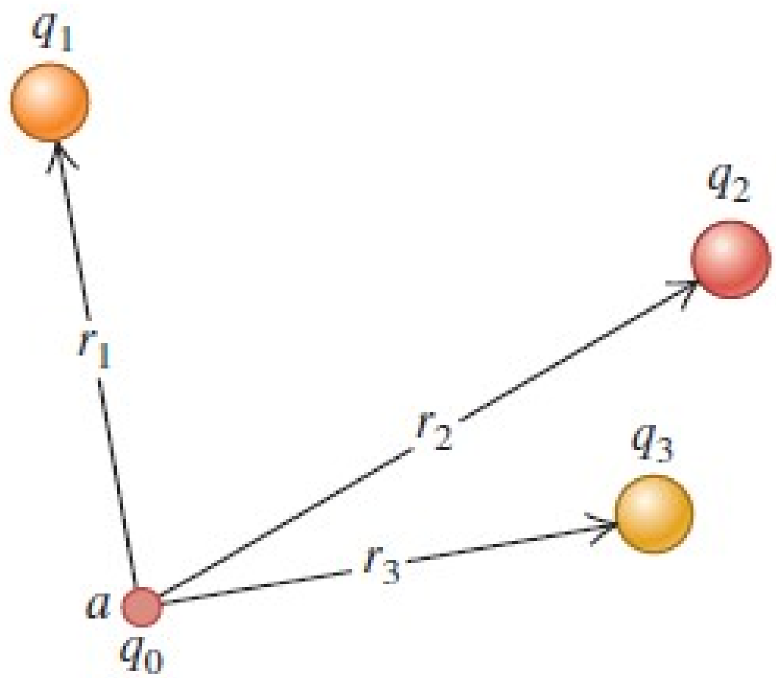
$$U = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales *$q$ y $q_0$*

Válido independientemente de los signos de *$q$ y $q_0$.*
*La energía* potencial es positiva si las cargas *$q$ y $q_0$ tienen el mismo signo, y negativa* si tienen signos opuestos

La energía potencial siempre se define en relación con algún punto de referencia donde *$U = 0$.*
*$U = 0$ si $q$ y $q_0$ están infinitamente* alejadas y *$r = \infty$*
*Por lo tanto, U representa el trabajo que realizaría el campo de q sobre la carga de prueba $q_0$ si esta última se desplazara de una distancia inicial r* al infinito.

# ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE VARIAS CARGAS PUNTUALES




Carga $q_0$ que se desplaza en una región donde hay un campo **E** creado por varias cargas.

La energía potencial asociada con la carga $q_0$ en el punto *a debido a una distribución de cargas* $q_1$, $q_2$, $q_3$,… vale:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

*U es igual a cero cuando todas las distancias $r_1$, $r_2$, … son infinitas, es decir, cuando la carga de prueba $q_0$ está muy lejos de* todas las cargas que producen el campo.

# ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE UN ARREGLO DE CARGAS

También hay energía potencial implicada en el arreglo de las cargas.
Si se comienza con las cargas $q_1$, $q_2$, $q_3$, …, todas separadas entre sí por distancias infinitas, y luego se acercan de manera que la distancia entre $q_i$ y $q_j$ *sea* $r_{ij}$, *la energía potencial total U es la suma de las energías potenciales* de interacción de cada par de cargas.

La suma se extiende sobre todos los *pares de cargas; no se permite que i = j (porque* eso sería la interacción de una carga consigo misma), y solo se incluyen términos con $i < j$ *para garantizar que cada par de cargas se tome en cuenta solo una vez.*

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i<j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

*Se toma* en cuenta la interacción entre $q_3$ *y* $q_4$, *se incluye un término con i = 3 y j = 4, pero no* un término con *i = 4 y j = 3.*

Por ejemplo para 4 cargas $q_1$, $q_2$, $q_3$ y $q_4$, sería:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_1 q_4}{r_{14}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_2 q_4}{r_{24}} + \frac{q_3 q_4}{r_{34}}\right)$$

# INTERPRETACIÓN DE LA ENERGÍA POTENCIAL

Vimos que cuando una partícula se desplaza del punto *a* al punto *b, el* ***trabajo que realiza sobre*** **ella por el campo eléctrico** es $W_{a\to b} = U_a - U_b$.

*Por lo tanto,* ***la diferencia de energía potencial $U_a - U_b$ es igual al trabajo que efectúa la fuerza eléctrica cuando la partícula se desplaza de a a b.***

*Si $U_a > U_b$, el campo realiza trabajo positivo sobre* la partícula conforme "cae" de un punto de mayor energía potencial (*a) a otro con* menor energía potencial (*b).*

**Punto de vista equivalente:** trabajo que se necesita para "subir" la partícula desde un punto *b, con* energía potencial $U_b$*, hasta a, con una energía potencial* mayor $U_a$ *(como empujar dos cargas positivas para acercarlas).*

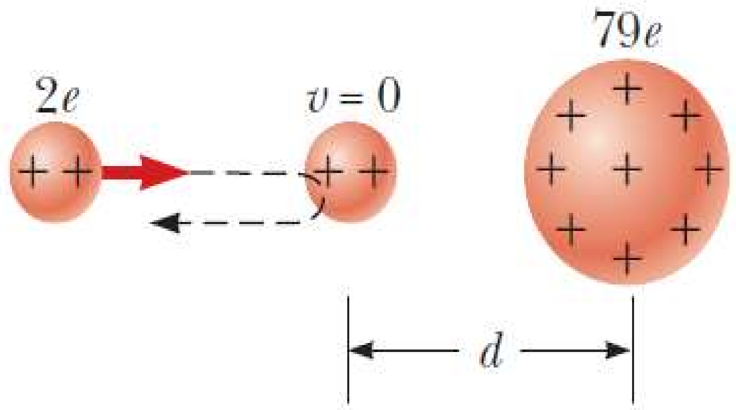
*Para mover* la partícula lentamente (de manera que no se le imparta ninguna energía cinética), es necesario ejercer una fuerza externa adicional que es igual y opuesta a la fuerza del campo eléctrico y realiza un trabajo positivo.

Entonces ***$U_a - U_b$ se define entonces como el trabajo que debe efectuar una fuerza externa para desplazar lentamente la partícula desde b hasta a en contra de la fuerza eléctrica.***

Esto también funciona si $U_a < U_b$*, lo que corresponde a "bajar" la partícula (ejemplo al*ejar dos cargas positivas una de otra)

En este caso, $U_a - U_b$ *de nuevo es igual al trabajo* realizado por la fuerza externa, pero ahora este trabajo es negativo.

# EJEMPLO-Ejercicio 1.2.10




En el famoso experimento de dispersión de Rutherford, que condujo al modelo planetario del átomo, se dispararon partículas alfa (con cargas de 2*e* y masas de $6{,}64 \times 10^{-27}$ kg) hacia un núcleo de oro con carga +79*e*. Una partícula alfa, inicialmente muy lejos del núcleo de oro, se disparó a $2{,}00 \times 10^{7}$ m/s como en la figura. ¿Cuánto se acerca la partícula alfa al núcleo de oro antes de dar la vuelta? Suponga que el núcleo de oro permanece estacionario.

Voy a considerar que la energía del sistema se conserva.
La partícula alfa convertirá su energía cinética en energía potencial eléctrica, lo que determinará el máximo acercamiento al núcleo de oro.
Se supone que la energía potencial eléctrica inicial es nula (está muy alejado) y llega con energía cinética nula (máximo acercamiento).

$$K_{inicial} + U_{inicial} = K_{final} + U_{final}$$

$$K_{inicial} = U_{final}$$

# EJEMPLO-Ejercicio 1.2.10

En el famoso experimento de dispersión de Rutherford, que condujo al modelo planetario del átomo, se dispararon partículas alfa (con cargas de $2e$ y masas de $6{,}64 \times 10^{-27}$ kg) hacia un núcleo de oro con carga $+79e$. Una partícula alfa, inicialmente muy lejos del núcleo de oro, se disparó a $2{,}00 \times 10^{7}$ m/s como en la figura. ¿Cuánto se acerca la partícula alfa al núcleo de oro antes de dar la vuelta? Suponga que el núcleo de oro permanece estacionario..

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{1}{2} m v^2 \qquad r = \frac{q_1 q_2}{2\pi\varepsilon_0 m v^2} = \frac{(2e)(79e)}{2\pi\varepsilon_0 m v^2} = \frac{79e^2}{\pi\varepsilon_0 m v^2}$$

$$r = \frac{79e^2}{\pi\varepsilon_0 m v^2} = \frac{79(1{,}602\times10^{-19})^2}{\pi(8{,}854\times10^{-12})(6{,}64\times10^{-27})(2{,}00\times10^{7})^2} =$$

$$r = \frac{79e^2}{\pi\varepsilon_0 m v^2} = 2{,}74\times10^{-14}\ \text{m}$$