

Examen

14 de julio de 2023

1. Sea la función dada por $f(x) = \frac{y^2+x^2}{y^2-x^2}$.

- Calcular la derivada direccional de f en el punto $(\frac{1}{2}, 1)$ en la dirección del vector $(1, 1)$.
- Hallar la curva de nivel de f que pasa por el punto $(\frac{1}{2}, 1)$ y graficarla.
- Calcular máximo y mínimo absolutos de f en el conjunto

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3, 2|x| \leq y\}.$$

2. Consideremos la siguiente integral de dos variables:

$$\int_1^2 \int_{-y}^{y^2} \frac{x+y}{y^3} dx dy.$$

- Dibujar el dominio de integración.
- Escribir la integral intercambiando el orden en que se integra (es decir, integrando primero respecto a y y después respecto a x).
- Calcular la integral.