

**Examen**

*2 de agosto de 2023*

1. Consideramos la función  $f(x, y) = \frac{1}{1 + \sqrt{2x^2 + y}}$ .

a) Determinar el dominio de definición de  $f$  y dibujarlo.

b) Calcular la derivada direccional de  $f$  en el punto  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  en la dirección de  $v = (1, 2)$ .

c) Determinar la curva de nivel  $\frac{1}{2}$  de  $f$  y dibujarla.

2. Encontrar el polinomio de grado 2 de manera que el gráfico pasa por el origen y está más próximo de pasar por los puntos  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$  y  $(-2, 2)$ .

3. Calcular

$$\int_D xy^2 dx dy,$$

siendo  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 3\}$ .