

03-CAMPO, ENERGÍA Y POTENCIAL ELÉCTRICO



ELECTORRECEPCIÓN

Habilidad biológica para recibir y hacer uso de impulsos eléctricos.

Más común en criaturas acuáticas, pues el agua es mejor conductor que el aire.

Se usa principalmente para **electrolocalización**: uso de campos eléctrico para localizar objetos y ubicarse en el espacio.

Muchos peces tienen este sentido asociado al sistema de la **línea lateral** (órgano sensorial).

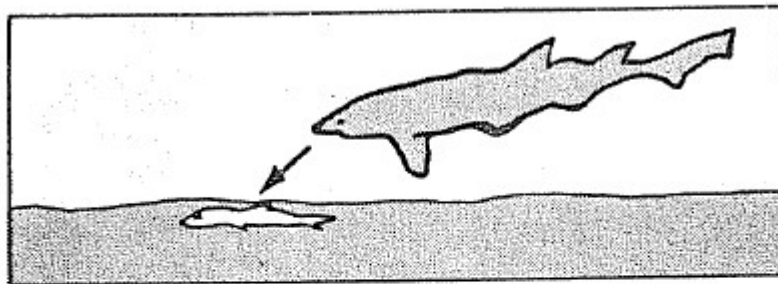
El animal percibe los campos eléctricos generados por otros animales.

Los tiburones son los animales conocidos más sensibles eléctricamente, respondiendo a campos tan bajos como $0,5 \mu\text{N/C}$.

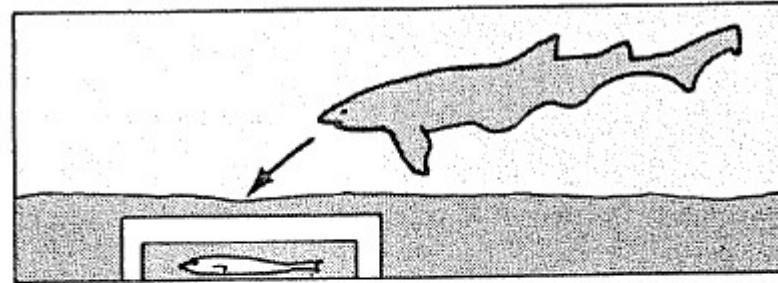
Los sensores de los tiburones a los campos eléctricos son llamados **ampollas de Lorenzini**. Consisten en **células electrorreceptoras** conectadas al agua marina a través de poros en sus hocicos y otras zonas de la cabeza.

Frecuente en peces como tiburones, rayas, lampreas y bagres, pero además en ciertos mamíferos (monotremas): como equidnas y ornitorrincos.

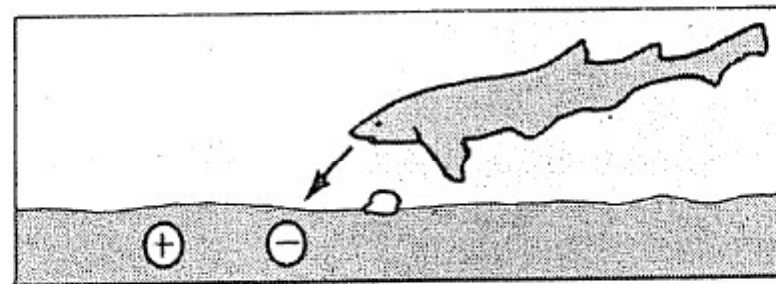
ELECTRORRECEPCIÓN



(a)



(b)



(c)

$$E = 0,5 \mu\text{N/C.}$$

Los tiburones son sensibles a pequeñísimos campos eléctricos producidos por cargas en un cuerpo.

a) El tiburón ataca a un pez oculto bajo la arena.

b) Una cámara bloquea todo menos los estímulos eléctricos y el tiburón no obstante ataca.

c) Un campo eléctrico producido artificialmente consigue la misma respuesta. Aquí el tiburón aparece ignorando un trozo de alimento bien patente por seguir el estímulo eléctrico.

ELECTRORRECEPCIÓN DEL TIBURÓN



Los tiburones tienen la habilidad de localizar a sus presas aunque estén totalmente escondidas en la arena del fondo del océano. Hacen esto detectando los débiles campos eléctricos producidos por las contracciones musculares de sus presas.

La sensibilidad de los escualos a los campos eléctricos (“el sexto sentido”) proviene de los canales gelatinosos que tienen en sus cuerpos.

Estos canales terminan en los poros de la piel del tiburón (mostrado en esta fotografía). Un campo eléctrico tan débil como 5×10^{-7} N/C genera una carga que fluye dentro de los canales y dispara una señal en el sistema nervioso del tiburón. Como el tiburón tiene canales con orientaciones diferentes, puede medir las distintas componentes del vector del campo eléctrico y determinar así la dirección del campo.

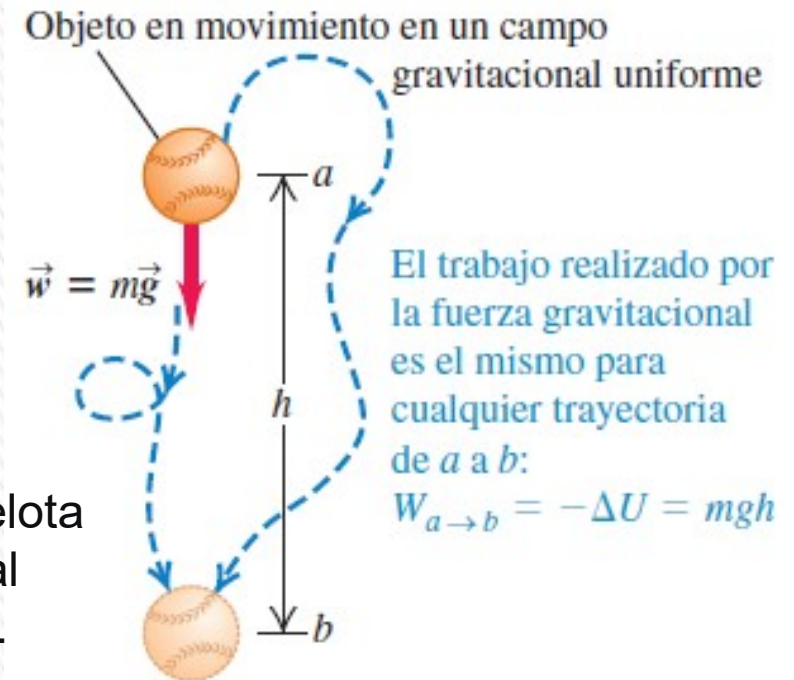
ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

Sabemos que podemos asociar una energía potencial a fuerzas conservativas. En general si **F** es una fuerza conservativa, el trabajo realizado por **F** se puede expresar en términos de una **energía potencial U**, y se cumple:

$$W_{A \rightarrow B} = U_A - U_B = -(U_B - U_A) = -\Delta U$$

Trabajo en un campo gravitatorio uniforme: una pelota se traslada desde el punto **a**, con energía potencial gravitatoria $U_{ga} = mgh_a$, al punto **b**, con $U_{gb} = mgh_b$.

El trabajo que realiza el peso vale: $W_{a \rightarrow b} = mgh = mg(h_a - h_b) = U_{ga} - U_{gb} = -\Delta u_g$



La fuerza eléctrica (coulombiana) es una **fuerza conservativa**, por tanto se le puede asociar una **energía potencial eléctrica**, y el trabajo realizado no depende de la trayectoria, sino que solamente del punto inicial y final.

Cuando una partícula con carga se mueve en un campo eléctrico, este último ejerce una fuerza que efectúa un *trabajo sobre la partícula*.

Este trabajo siempre se puede expresar en términos de la energía potencial eléctrica.

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA EN CAMPO UNIFORME

Par de placas metálicas paralelas con carga generan un campo eléctrico uniforme descendente de magnitud E .

Trabajo realizado por el campo eléctrico:

$$W_{A \rightarrow B} = F \cdot d = q_0 E d$$

Componente y de la fuerza eléctrica, $F_y = -q_0 E$, es constante, no hay componente x o z , análogo a la fuerza peso.

El trabajo $W_{a \rightarrow b}$ realizado por el campo eléctrico a través de cualquier trayectoria entre a y b es el mismo.

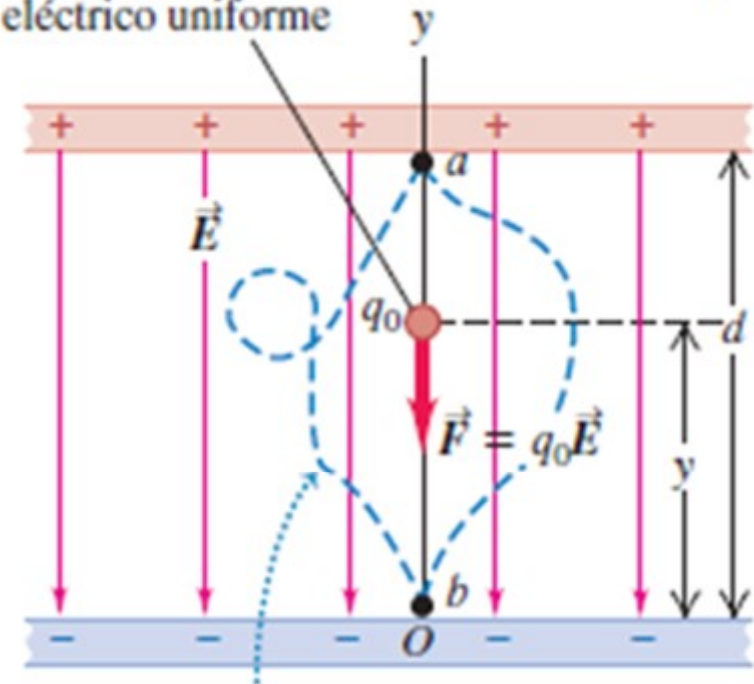
Este trabajo puede representarse con una **función de energía potencial U** .

La energía potencial para la fuerza eléctrica $F_y = -q_0 E$ es: $U = q_0 E y$

Cuando la carga de prueba se mueve de la altura y_a a la altura y_b , el trabajo realizado sobre la carga por el campo está dado por

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = -(U_b - U_a) = -(q_0 E y_b - q_0 E y_a) = q_0 E (y_a - y_b)$$

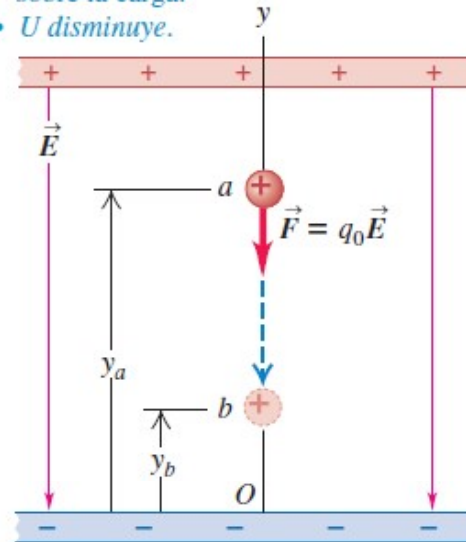
Carga puntual que se mueve en un campo eléctrico uniforme



ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA EN CAMPO UNIFORME

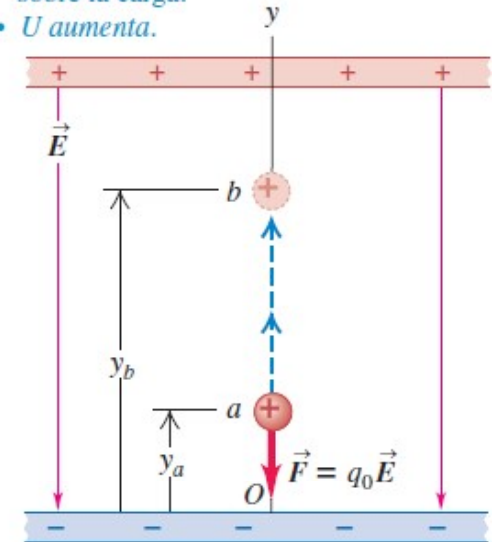
a) La carga positiva se desplaza en dirección de \vec{E} :

- El campo realiza un trabajo *positivo* sobre la carga.
- U disminuye.



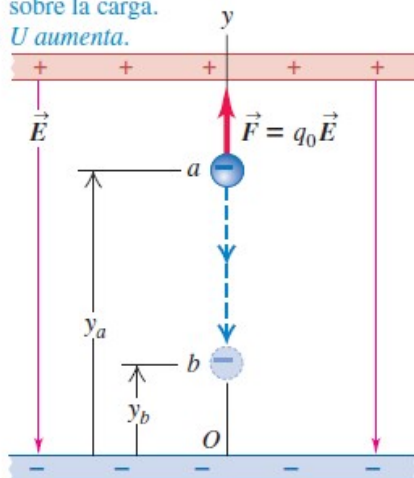
b) La carga positiva se desplaza en dirección opuesta de \vec{E} :

- El campo realiza un trabajo *negativo* sobre la carga.
- U aumenta.



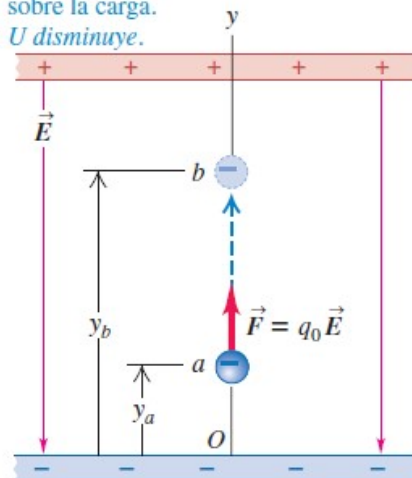
a) La carga negativa se desplaza en la dirección de \vec{E} :

- El campo realiza trabajo *negativo* sobre la carga.
- U aumenta.



b) La carga negativa se desplaza en dirección opuesta de \vec{E} :

- El campo realiza trabajo *positivo* sobre la carga.
- U disminuye.

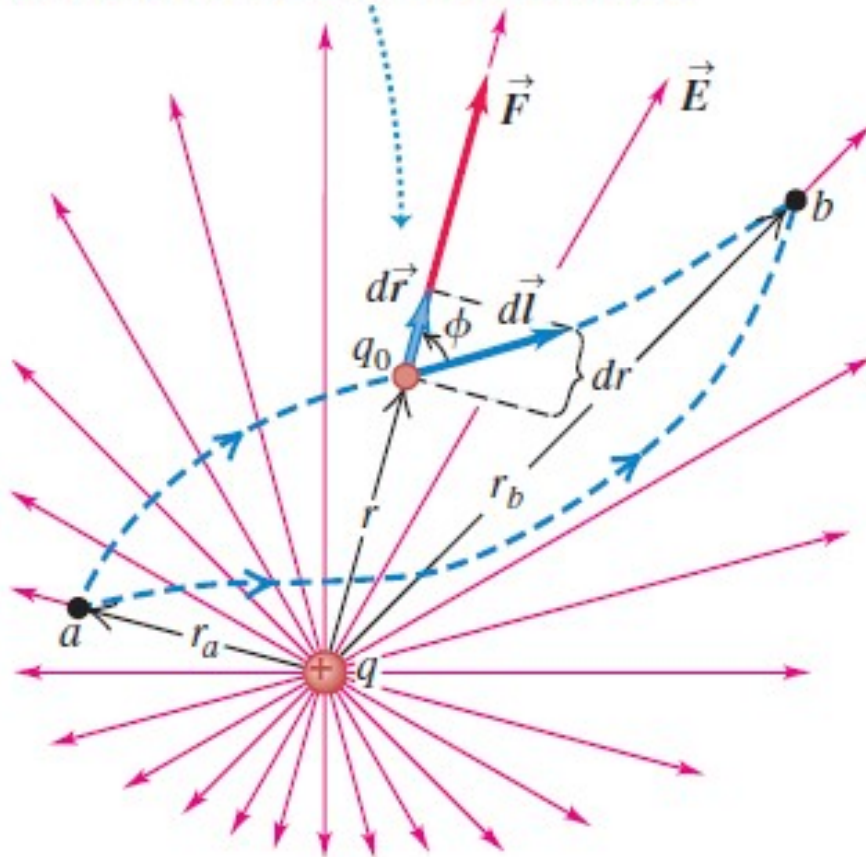


Sea q_0 positiva o negativa, se aplica la siguiente regla general:
 U aumenta si la carga de prueba q_0 se mueve en el sentido opuesto a la fuerza eléctrica $F=q_0E$; es decir si el campo eléctrico realiza un trabajo negativo.
 U disminuye si q_0 se mueve en el mismo sentido que $F = q_0E$.

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE DOS CARGAS PUNTUALES

Trabajo realizado sobre una carga q_0 que se mueve en el campo eléctrico creado por otra carga puntual estacionaria q .

La carga de prueba q_0 se desplaza de a a b a lo largo de una trayectoria arbitraria.



$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b F \cos \phi \, dl$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_{r_a}^{r_b} F \, dr = \int_{r_a}^{r_b} k_E \frac{q_0 q}{r^2} \, dr$$

$$W_{a \rightarrow b} = k_E q_0 q \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_a}^{r_b}$$

$$W_{a \rightarrow b} = k_E q_0 q \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

$$W_{a \rightarrow b} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

El trabajo efectuado por la fuerza eléctrica, para un desplazamiento cualquiera, depende solo de los puntos en los extremos.

Esto es una consecuencia de que la fuerza es **conservativa**

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE DOS CARGAS PUNTUALES

Como: $W_{A \rightarrow B} = U_A - U_B = -(U_B - U_A) = -\Delta U$

Podemos definir que la energía potencial cuando q_0 está a una distancia r_a de q vale:

$$U_a = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_a} \quad \text{análogamente} \quad U_b = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_b}$$

La energía potencial U cuando la carga de prueba q_0 está a cualquier distancia r de la carga q es

$$U = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r}$$

energía potencial
eléctrica de dos cargas
puntuales q y q_0

Válido independientemente de los signos de q y q_0 .

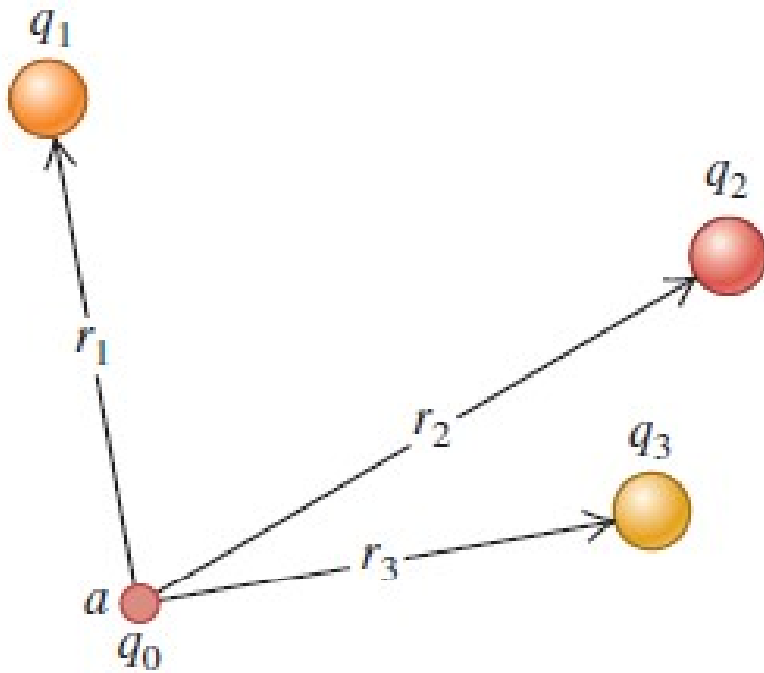
La energía potencial es positiva si las cargas q y q_0 tienen el mismo signo, y negativa si tienen signos opuestos

La energía potencial siempre se define en relación con algún punto de referencia donde $U = 0$.

$U = 0$ si q y q_0 están infinitamente alejadas y $r = \infty$

Por lo tanto, U representa el trabajo que realizaría el campo de q sobre la carga de prueba q_0 si esta última se desplazara de una distancia inicial r al infinito.

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE VARIAS CARGAS PUNUALES



Carga q_0 que se desplaza en una región donde hay un campo \mathbf{E} creado por varias cargas.

La energía potencial asociada con la carga q_0 en el punto *a* debido a una distribución de cargas q_1, q_2, q_3, \dots vale:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \dots \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

U es igual a cero cuando todas las distancias r_1, r_2, \dots son infinitas, es decir, cuando la carga de prueba q_0 está muy lejos de todas las cargas que producen el campo.

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE UN ARREGLO DE CARGAS

También hay energía potencial implicada en el arreglo de las cargas.

Si se comienza con las cargas q_1, q_2, q_3, \dots , todas separadas entre sí por distancias infinitas, y luego se acercan de manera que la distancia entre q_i y q_j sea r_{ij} , la *energía potencial total U es la suma de las energías potenciales de interacción de cada par de cargas.*

La suma se extiende sobre todos los *pares de cargas*; *no se permite que $i = j$ (porque eso sería la interacción de una carga consigo misma)*, y solo se incluyen términos con $i < j$ *para garantizar que cada par de cargas se tome en cuenta solo una vez.*

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Se toma en cuenta la interacción entre q_3 y q_4 , se incluye un término con $i = 3$ y $j = 4$, pero no un término con $i = 4$ y $j = 3$.

Por ejemplo para 4 cargas q_1, q_2, q_3 y q_4 , sería:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_1 q_4}{r_{14}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_2 q_4}{r_{24}} + \frac{q_3 q_4}{r_{34}} \right)$$

PREGUNTA RÁPIDA N° 1



Un protón se mueve desde el punto A hasta el punto B, en el mismo sentido y dirección que un campo eléctrico externo uniforme E .
En este movimiento:

- A) El trabajo realizado por el campo eléctrico es positivo y la energía potencial del sistema campo eléctrico-protón aumenta.
- B) El trabajo realizado por el campo eléctrico es negativo y la energía potencial del sistema campo eléctrico-protón aumenta.
- C) El trabajo realizado por el campo eléctrico es positivo y la energía potencial del sistema campo eléctrico-protón disminuye.
- D) El trabajo realizado por el campo eléctrico es negativo y la energía potencial del sistema campo eléctrico-protón disminuye.
- E) El trabajo realizado por el campo eléctrico es positivo y la energía potencial del sistema campo eléctrico-protón no cambia.
- F) El trabajo realizado por el campo eléctrico es negativo y la energía potencial del sistema campo eléctrico-protón no cambia.

PREGUNTA RÁPIDA N° 2

Una partícula con una carga $Q = 5,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ está fija en el origen. Otra partícula con carga $q = -1,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ se mueve desde el punto $x = 5,0 \text{ cm}$, en el eje x , al punto $y = 5,0 \text{ cm}$ en el eje y .

El cambio en la energía potencial eléctrica del sistema vale:

A) $1,8 \times 10^{-4} \text{ J}$

B) $-1,8 \times 10^{-4} \text{ J}$

C) $9,0 \times 10^{-5} \text{ J}$

D) $-9,0 \times 10^{-5} \text{ J}$

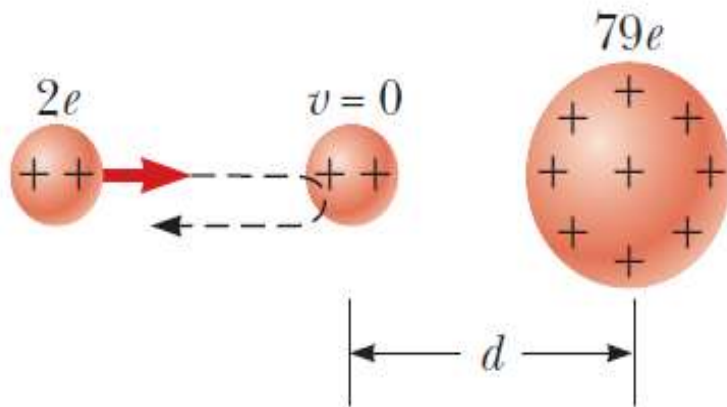
E) 0

F) $-3,3 \times 10^{-6} \text{ J}$

G) Ninguno de los indicados



EJEMPLO-Ejercicio 1.2.10



En el famoso experimento de dispersión de Rutherford, que condujo al modelo planetario del átomo, se dispararon partículas alfa (con cargas de $2e$ y masas de $6,64 \times 10^{-27}$ kg) hacia un núcleo de oro con carga $+79e$. Una partícula alfa, inicialmente muy lejos del núcleo de oro, se disparó a $2,00 \times 10^7$ m/s como en la figura. ¿Cuánto se acerca la partícula alfa al núcleo de oro antes de dar la vuelta? Suponga que el núcleo de oro permanece estacionario.

Voy a considerar que la energía del sistema se conserva. La partícula alfa convertirá su energía cinética en energía potencial eléctrica, lo que determinará el máximo acercamiento al núcleo de oro. Se supone que la energía potencial eléctrica inicial es nula (está muy alejado) y llega con energía cinética nula (máximo acercamiento).

$$K_{\text{inicial}} + U_{\text{inicial}} = K_{\text{final}} + U_{\text{final}}$$
$$K_{\text{inicial}} = U_{\text{final}}$$



EJEMPLO-Ejercicio 1.2.10

En el famoso experimento de dispersión de Rutherford, que condujo al modelo planetario del átomo, se dispararon partículas alfa (con cargas de $2e$ y masas de $6,64 \times 10^{-27}$ kg) hacia un núcleo de oro con carga $+79e$. Una partícula alfa, inicialmente muy lejos del núcleo de oro, se disparó a $2,00 \times 10^7$ m/s como en la figura. ¿Cuánto se acerca la partícula alfa al núcleo de oro antes de dar la vuelta? Suponga que el núcleo de oro permanece estacionario..

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2} m v^2 \quad r = \frac{q_1 q_2}{2\pi\epsilon_0 m v^2} = \frac{(2e)(79e)}{2\pi\epsilon_0 m v^2} = \frac{79e^2}{\pi\epsilon_0 m v^2}$$

$$r = \frac{79e^2}{\pi\epsilon_0 m v^2} = \frac{79(1,602 \times 10^{-19})^2}{\pi(8,854 \times 10^{-12})(6,64 \times 10^{-27})(2,00 \times 10^7)^2} =$$

$$r = \frac{79e^2}{\pi\epsilon_0 m v^2} = 2,74 \times 10^{-14} \text{ m}$$



POTENCIAL ELÉCTRICO

El **potencial eléctrico** V se define, en cualquier punto del campo eléctrico, como **la energía potencial electrostática U por unidad de carga asociada con una carga de prueba q_0 en ese punto:**

$$V = \frac{U}{q_0}$$

Unidad del potencial eléctrico en S.I.: **volt (V)** $1V = 1J/C$

en honor del científico italiano y experimentador eléctrico Alejandro Volta (1745-1827), y es igual a 1 joule por coulomb:

El trabajo realizado por unidad de carga por la fuerza eléctrica cuando un cuerpo con carga se desplaza de **a a b** es **igual al potencial en a (V_a) menos el potencial en b (V_b).**

$$\frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a) = V_a - V_b$$

La diferencia $V_a - V_b$ se llama **potencial de a con respecto a b** ; se abrevia como

$$V_{ab} = V_a - V_b$$

Con frecuencia, se denomina **diferencia de potencial entre a y b** o **voltaje**

V_{ab} , potencial de a con respecto a b , es igual al trabajo realizado por la fuerza eléctrica cuando una unidad de carga se desplaza de a a b .

El instrumento que mide la diferencia de potencial entre dos puntos se llama **voltímetro**.

POTENCIAL ELÉCTRICO

Potencial eléctrico de una carga puntual:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

r es la distancia de la carga puntual q al punto en que se evalúa el potencial.

Si q es positiva, el potencial que produce es positivo en todos los puntos; si q es negativa, produce un potencial negativo en todo lugar.

V es igual a cero en $r = \infty$, una distancia infinita de la carga puntual.

Potencial debido a un conjunto de cargas puntuales

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Si tenemos una distribución continua de carga a lo largo de una línea, sobre una superficie o a través de un volumen, se divide la carga en elementos dq , y la suma en la ecuación anterior se convierte en una integral:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

r es la distancia que hay entre el elemento con carga dq y el punto del campo donde se desea calcular V.

El potencial en estas ecuaciones es igual a cero en puntos que están infinitamente lejos de todas las cargas.

POTENCIAL ELÉCTRICO

Diferencia de potencial eléctrico $V_B - V_A$: trabajo necesario realizado por un agente externo para mover en equilibrio (a velocidad constante) una carga de prueba q_0 desde el punto A al B, dividido el valor de la carga:

Si supongo que el punto A está muy alejado (en el infinito) y la distribución de carga es finita $\Rightarrow V_A = 0$

$$V_B - V_A = \frac{W_{A-B}^{EXT}}{q_0}$$

Interpretación física del potencial eléctrico: potencial eléctrico en un punto del espacio originado por una distribución de carga finita es igual al trabajo necesario que realiza un agente externo para mover una carga unitaria desde el infinito al punto considerado a velocidad constante.

Energía potencial eléctrica de un sistema de cargas puntuales- trabajo que realiza un agente externo para formar el sistema de cargas, trayéndolas desde el infinito, a velocidad constante. $U_P = W_{\infty-P}^{EXT}$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i$$

V_i potencial en la posición de la carga i por todas las demás cargas.

La energía total de una configuración de cargas, es la suma de las energías de cada partícula.

Da el mismo resultado que la expresión:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i<j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES

Superficies con igual *potencial eléctrico* en todos los puntos.

Si una carga q_0 se *desplaza de un punto a otro sobre una superficie equipotencial*, su energía potencial *eléctrica* q_0V *permanece constante*.

Ningún punto puede tener dos potenciales diferentes, por lo que las superficies equipotenciales de distintos potenciales nunca se tocan o intersecan.

Como la energía potencial no cambia a medida que una carga de prueba se mueve sobre una superficie equipotencial, el campo eléctrico no realiza trabajo sobre esa carga, por lo que debe ser perpendicular a la superficie en cada punto, de manera que la fuerza eléctrica q_0 *siempre es perpendicular al desplazamiento de una carga que se mueve sobre la superficie*.

Por lo tanto:

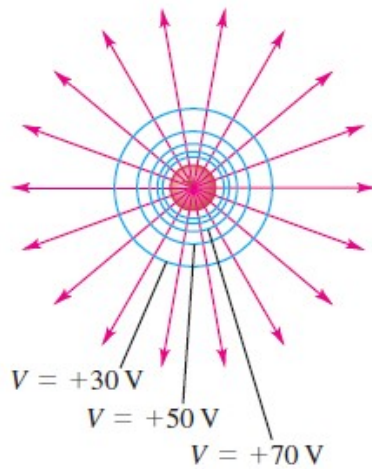
Las líneas de campo y las superficies equipotenciales siempre son perpendiculares entre sí.

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES

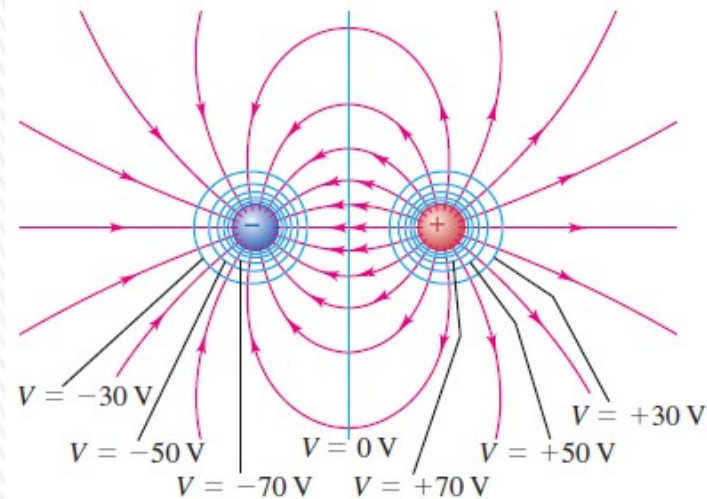
Secciones transversales de superficies equipotenciales (líneas azules) y líneas de campo eléctrico (líneas rojas) para diferentes arreglos de cargas puntuales.

Las diferencias de potencial son iguales entre superficies adyacentes.

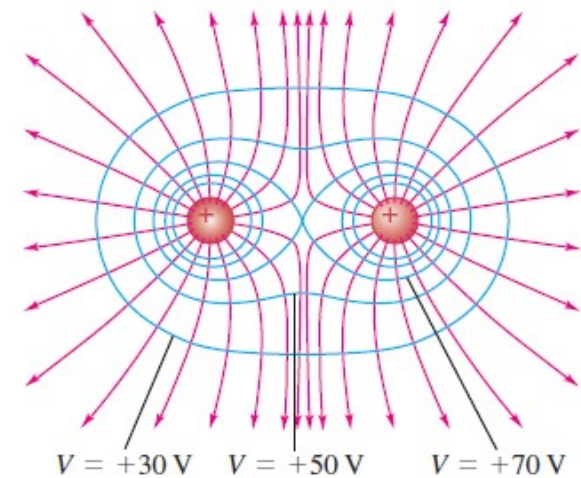
a) Una sola carga positiva



b) Dipolo eléctrico



c) Dos cargas iguales positivas



Las superficies equipotenciales reales son tridimensionales.

En cada cruce de una línea equipotencial con una línea de campo, las dos son perpendiculares.

Cálculo del potencial eléctrico a partir del campo eléctrico

Si conocemos el campo eléctrico se puede calcular el potencial eléctrico:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{dividiendo entre } q_0 \text{ se obtiene:}$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E \cos \phi dl$$

El valor de $V_a - V_b$ es independiente de la trayectoria seguida de a a b , del mismo modo que el valor de $W_{a \rightarrow b}$ es independiente de la trayectoria.

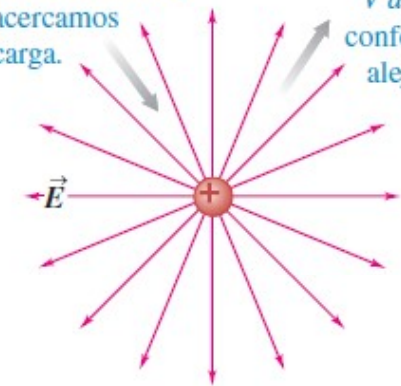
Una carga de prueba positiva q_0 experimenta una fuerza eléctrica en el sentido de dirigirse hacia valores menores de V .

Una carga de prueba negativa experimenta una fuerza en el sentido de dirigirse hacia valores mayores de V .

Es decir que una carga positiva tiende a “caer” de una región de potencial elevado a otra de menor potencial. Lo contrario se cumple para una carga negativa.

a) Una carga puntual positiva

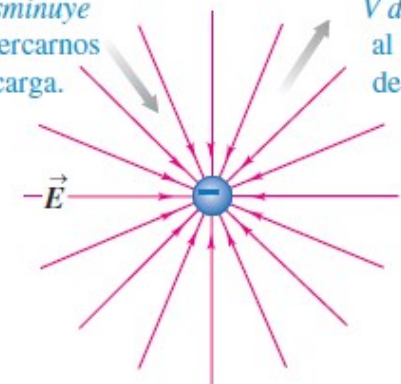
V aumenta conforme nos acercamos a la carga.



V disminuye conforme nos alejamos de la carga.

b) Una carga puntual negativa

V disminuye al acercarnos a la carga.



V disminuye al alejarnos de la carga.