Tarea 1. MVD. Curso en Redes Neuronales.
Argimiro Arratia. UPC- 2023

Publicado:	23/08/2023
Entregar:	30/08/2023:: 12:00. En papel

- No olvide colocar su nombre y apellido, y numerar sus respuestas en la Tarea.

1. Demostrar las formulas (2), (3) y (4) del gradiente.

$$\delta^{[D+1]} = \varphi'(z^{[D+1]}) \odot (a^{[D+1]} - y) \tag{1}$$

$$\delta^{[\mu]} = \varphi'(z^{[\mu]}) \odot (W^{[\mu+1]})^T \delta^{[\mu+1]} \qquad \text{for } \mu \in \{1, ..., D\} \tag{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_j^{[\mu]}} = \delta_j^{[\mu]} \qquad \text{for } \mu \in \{1, ..., D+1\} \tag{3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_{jk}^{[\mu]}} = \delta_j^{[\mu]} a_k^{[\mu-1]} \qquad \text{for } \mu \in \{1, ..., D+1\} \tag{4}$$

2. Completar la Demostración del Teorema Aproximación Universal de redes neuronales de 1 capa.

   - **Utilizar:** El conjunto de funciones Ridge

   $$\mathcal{R} = span\{g(a \cdot x) | g \in \mathcal{C}(\mathbb{R}), a \in \mathbb{R}^n\}$$

   es denso en $\mathcal{C}(\mathbb{R}^n)$.
   Para reducir la demostración de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}$.

   - Prop. 1: Si $\mathcal{SN}_1(\sigma)$ es denso en $\mathcal{C}(\mathbb{R})$ entonces $\mathcal{SN}_n(\sigma)$ es denso en $\mathcal{C}(\mathbb{R}^n)$

   - Prop. 2: Sea $\sigma \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ y no un polinomio, entonces $\mathcal{SN}_1(\sigma)$ es denso en $\mathcal{C}(\mathbb{R})$. (Ayuda: usar Teorema Corominas-Sunyer (1954): Si $\sigma \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ en un intervalo abierto A y no es un polinomio, entonces existe $b \in A$ tal que $\sigma^{(k)}(b) \neq 0$, $\forall k \geq 0$. Con el teorema anterior demostrar que $\mathcal{SN}_1(\sigma)$ contiene todos los monomios (y polinomios), y usar Teorema de Stone-Weierstrass.