CURSO "DOSIMETRIA EXTERNA"

CLASE PRACTICA "*Estimación de incertidumbres*"

Objetivo: Estimar la incertidumbre asociada a las mediciones de dosis en un servicio de dosimetría personal externa.

1. INTRODUCCION

La incertidumbre del resultado de una medida refleja la falta de conocimiento sobre el verdadero valor del mensurando. El resultado de medir tal mensurando tras aplicar las correcciones debidas a efectos sistemáticos es todavía una estimación debido a la incertidumbre proveniente de los efectos aleatorios y a la falta de conocimiento completo de las correcciones aplicadas por los efectos sistemáticos.

Para la estimación de las incertidumbres, se propone utilizar la metodología propuesta por la ISO en la Guía para la expresión de la incertidumbre de la medida (GUM).

Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement

1.1. Ley de propagación de Incertidumbres

El mensurando *Y* no se mide directamente, sino que se determina a partir de otras *N* magnitudes por medio de una relación funcional *f*:

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots\ldots X_N)$$

La estimación del mensurando *Y*, representada por y, se obtiene a partir de la relación funcional utilizando estimaciones de entrada $x_1, x_2, \ldots x_n$ de los valores de las *N* magnitudes $X_1, X_2, \ldots X_N$. La estimación de salida y, que es el resultado de la medición viene dada por:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots\ldots x_N)$$

La desviación típica estimada asociada a la estimación de salida o resultado de la medición *y*, denominada incertidumbre típica combinada y representada por $u_c(y)$, se determina a partir de la desviación típica estimada asociada a cada estimación de entrada x_i, denominada incertidumbre típica y representada por $u(x_i)$.

Cada estimación de entrada x_i, así como la incertidumbre típica asociada $u(x_i)$, se obtienen a partir de una distribución de valores posibles de la magnitud de entrada X_i. Esta distribución de probabilidad puede basarse en una distribución de frecuencias, es decir, una serie de observaciones $X_{i,k}$ de la magnitud X_i o en una distribución supuesta a priori.

1.2. Evaluación tipo A

La evaluación tipo A de la incertidumbre se utiliza cuando se realizan n observaciones independientes entre sí de una de las magnitudes de entrada X_i bajo las mismas condiciones de medida.

En la mayor parte de los casos, la mejor estimación, disponible de la esperanza matemática *q* de una magnitud q que varía al azar, de la que se han obtenido n observaciones independientes q_k en las mismas condiciones de medida, es la media aritmética de las n observaciones:

Media aritmética:

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} q_k$$

La varianza experimental de las observaciones (mediciones), que estima la varianza σ^2 de la distribución de probabilidades de q, viene dada por:

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(q_j - \bar{q}\right)^2$$

Esta estimación de la varianza y su raíz cuadrada positiva s, denominada desviación típica experimental, representa la variabilidad de los valores observados q_k, o más específicamente, su dispersión alrededor del valor de la media $\bar{q}$.

La mejor estimación de la varianza de la media:

$$\sigma^2(\bar{q}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

Viene dada por la varianza experimental de la media:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n}$$

Ellas determinan la bondad con que $\bar{q}$ estima la esperanza matemática μ_q de q, y pueden ser utilizadas como la medida de la incertidumbre de $\bar{q}$.

En resumen, para una magnitud de entrada X_i determinada a partir de n observaciones repetidas e independientes, la incertidumbre típica $u(x_i)$, de su estimación, x_i = X_i es:

$$u(x_i) = s(\bar{X_i}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$$

Y se denomina incertidumbre típica tipo A.

1.3. Evaluación tipo B

La evaluación tipo B de la incertidumbre típica se utiliza cuando la estimación x_i de una magnitud de entrada X_i no ha sido obtenida a partir de observaciones repetidas. La varianza estimada asociada $u^2(x_i)$, o la incertidumbre típica $u(x_i)$, se obtiene entonces mediante decisión científica basada en la información disponible acerca de la variabilidad posible de Xi. El conjunto de la información puede comprender:

- Resultados de medidas anteriores;
- Experiencia o el conocimiento general del comportamiento y propiedades de los materiales y los instrumentos utilizados;
- Especificaciones del fabricante;
- Datos suministrados por certificados de calibración u otros certificados;

- Incertidumbre asignada a valores de referencia procedente de libros y manual.

Por conveniencia, los valores de $u^2(x_i)$ y $u(x_i)$, así evaluados se denominan, varianza Tipo B e incertidumbre típica Tipo B, respectivamente.

Según la fuente de la que se obtiene esa incertidumbre tipo B, ésta se estimará de distinta manera. Algunos ejemplos de evaluación tipo B son:

a) Valores de entrada de origen externo

Valor que no ha sido estimado en el curso de una medición dada, sino que ha sido obtenida fuera de esta, como resultado de una evaluación independiente, como por ejemplo, una especificación del fabricante, un certificado de calibración, una publicación, etc.

Distintas distribuciones:

➢ Uniforme o rectangular:	$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}}$
➢ Triangular	$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{6}}$

Donde *a* es el semi ancho del intervalo de valores que puede tomar la magnitud X_i.

1.4. Incertidumbre típica combinada

Una medición física, por simple que sea, tiene asociado un modelo que se aproxima al proceso real. El modelo físico se representa mediante un modelo matemático que en muchos casos supone aproximaciones.

La incertidumbre típica de *y*, siendo *y* la estimación del mensurando *Y*, es decir, el resultado de la medición, está determinada por las incertidumbres típicas de las estimaciones de entrada $x_1, x_2, \dots x_n$. Esta incertidumbre resultante, se denomina *incertidumbre típica combinada* de la estimación *y*, se denota como $u_c(y)$.

Para la combinación de las incertidumbres se utiliza la llamada Ley de propagación de incertidumbres (GUM), que se obtiene a partir del desarrollo en serie de Taylor de primer orden en torno al valor esperado, que puede hacerse debido a las propiedades de la varianza.

Entonces, la *incertidumbre típica combinada* $u_c(y)$, es la raíz cuadrada positiva de la varianza combinada $u^2(y)$, que está dada por:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2\, u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} c_i\, c_j\, u(x_i)u(x_j)r(x_i, x_j)$$

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

Ejemplo:

$$Y = c\frac{X_1 X_2 \ldots \ldots X_n}{X_{n+1} \ldots \ldots X_N}$$

$$\left[\frac{u_2(y)}{y}\right]^2 = \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{u(x_i)}{x_i}\right]^2$$

1.5. Incertidumbre expandida

La incertidumbre típica combinada sirve para caracterizar la calidad de las medidas. En la práctica lo que se necesita es conocer el intervalo dentro del cual es razonable suponer, con alta probabilidad de no equivocarse, que se encuentran los infinitos valores que pueden ser “razonablemente” atribuidos al mensurando.

Nos podríamos preguntar si podríamos emplear la incertidumbre típica combinada para definir dicho intervalo (y-u, y+u). En este caso, la probabilidad de que el valor verdadero del mensurando esté comprendido en el intervalo (y-u, y+u) es baja ya que, en el supuesto de que la función de distribución del mensurando “y” sea una función normal, estamos hablando de un 68,3 %.

Para aumentar la probabilidad hasta valores más útiles de cara a la toma posterior de decisiones, podemos multiplicar la incertidumbre combinada por un número denominado “factor de cobertura” k_p y emplear el intervalo (y-$u_c(y)k_p$, y+ $u_c(y)k_p$).

El producto $kp\ uc(y) = Up$ se denomina incertidumbre expandida, donde kp es el factor de cobertura para un nivel de confianza p.

2. SISTEMA DOSIMETRICO

2.1. Sistema de dosimetría TLD, compuesto por:

- Lector TLD
- Detector: LiF:Mg,Ti (TLD-100)
- Dosímetro: portadosímetro filtro de Al de 1 mm de espesor

2.2. Dosímetros calibrados para medir la magnitud Hp(10)

2.3. Pruebas tipo para energías entre 20 keV y 2000 keV y ángulos entre 0 y 75

En la Tabla 1 se muestran los resultados normalizados con respecto a la respuesta para la energía de 1250 keV (60Co).

Se asume que en cada punto se utilizaron tres dosímetros, para los cuales la desviación estándar combinada es de 0.05 ($u_{R,E,\alpha}$). Para simplificar se considera que es el mismo valor para cada punto de la tabla. Esta incertidumbre combinada comprende todas las fuentes de incertidumbre, incluyendo las asociadas a la calibración de las fuentes.

Tabla 1. Respuesta en energía y angular

E (keV)	0°	15°	30°	45°	60°	75°
20	1.01	0.99	0.97	0.92	0.82	0.52
30	1.17	1.17	1.17	1.19	1.22	1.30
40	1.14	1.15	1.16	1.18	1.26	1.50
60	1.03	1.04	1.04	1.08	1.15	1.42
80	0.97	0.97	0.99	1.01	1.10	1.34
100	0.95	0.95	0.96	0.99	1.07	1.34
1250	1.00	1.00	1.00	1.01	1.04	1.12
1500	1.00	1.00	1.00	1.01	1.04	1.12
2000	1.00	1.00	1.00	1.01	1.04	1.11

2.4. Procedimiento de estimación de dosis

Calibración de lectura cero (L_o)

Grupo de 20 dosímetros no irradiados, se les aplica el procedimiento de borrado estándar y son leídos. Se determina el valor del de la lectura cero L_o.

Calibración de la sensibilidad individual de los dosímetros

El servicio de dosimetría tiene un grupo de calibración (dosímetros de referencia), que ha sido seleccionado de manera que los detectores tengan la misma sensibilidad. El valor de sensibilidad del Grupo de Calibración se fija igual a 1.00 y tiene una desviación estándar de 0.02 (u_{fRef}).

Todos los dosímetros de campo fueron irradiados en un campo homogéneo de radiaciones, para determinar Factor Individual de Sensibilidad (f_{si}) (llamado también Factor de Corrección por Elemento (*ECC*)). El valor de este Factor Individual de Sensibilidad, se calcula como el cociente de la respuesta de cada dosímetro (o detector) y el valor promedio de la respuesta del Grupo de Referencia.

El servicio determina diariamente la sensibilidad del lector, mediante la lectura de 5 dosímetros del grupo de calibración.
Las irradiaciones se realizan con una fuente trazable a un patrón primario (calibrada)

Factor de Calibración del sistema

El Grupo de Calibración (20 dosímetros) fue irradiado en el Laboratorio Secundario de Calibración Dosimétrica (LSCD), en las condiciones de referencia para la magnitud Hp(10). Se irradiaron con una fuente de ^{137}Cs, a una dosis de 5 mSv.
Se realizan las lecturas de los dosímetros (L_{LSCD}).

El mismo grupo de calibración fue irradiado empleando el irradiador local del laboratorio (fuente externa o interna). Se realizan las lecturas de los dosímetros (L_{IRR}).

El Factor de Calibración (*Cd o RCF*) se determina como:

$$Cd = \frac{D_{LSCD} L_{IRR}}{L_{LSCD}}$$

2.5. Modelo matemático

A partir de este procedimiento de calibración, la dosis de un dosímetro incógnita (del usuario), se puede determinar como:

$$De = Dm - Fn$$

De- dosis estimada
Dm. Dosis medida
Fn- Dosis fondo natural

Dosis debida al fondo natural

Esta dosis se determina a partir de la tasa de dosis de fondo natural del país, tomando en tiempo entre dos lecturas consecutivas (importancia de registrar el tiempo, tiempo que transcurre entre la lectura y el envío del dosímetro).

$$Fn = f_B T$$

Dosis medida

Modelo 1:

$$Dm = \frac{(L - Lo)Sd\ Cd}{SL}$$

L	Medición del dosímetro durante el proceso de lectura
Lo	Lectura cero del dosímetro
Sd	Sensibilidad del detector
Cd	Factor de calibración del sistema
SL	Sensibilidad del lector

Modelo 2:

$$D = \frac{Q\ x\ ECC}{RCF}$$

where:
D - Reported Reading Integral
Q - Measured Charge (in nanocoulombs)
ECC - Element Correction Coefficient
RCF - Reader Calibration Factor

3. EJERCICIO A RESOLVER

Identificar las fuentes de incertidumbre que se deben tener en cuenta para estimar la incertidumbre típica combinada $u_c(De)$ de las medidas de Hp(10).

Clasificar las fuentes según el tipo de evaluación que corresponda.

Obtener una expresión para calcular el valor de $u_c(De)$, para cada modelo.