05-CAPACITANCIA Y DIELÉCTRICOS

Cuando un paciente recibe una descarga eléctrica desde un desfibrilador, La energía liberada incialmente proviene de un capacitor

Pieter van Musschenbroek
(1692-1761)
Inventor de la "Botella de Leyden" primer capacitor

REPASO CLASE PASADA

Dos conductores (placas) separados por un aislante (o vacío) constituyen un **capacitor**.

Los conductores llevan carga de igual magnitud y signo opuesto y existe una diferencia de potencial ΔV *entre ellos.*

Capacitancia o capacidad *C* *de un capacitor o condensador: relación de la magnitud de* la carga en cualquiera de los conductores a la magnitud de la diferencia de potencial entre dichos conductores:

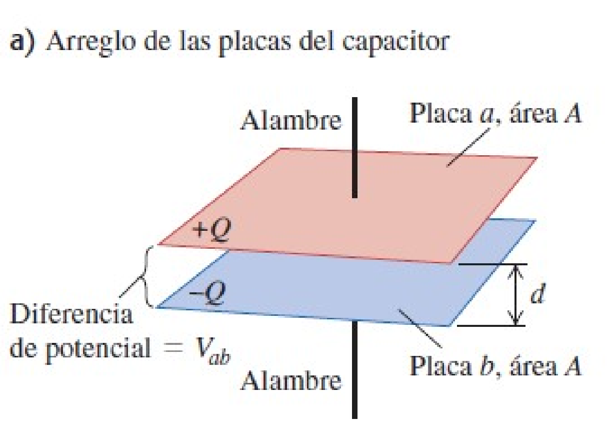
$$C \equiv \frac{Q}{V}$$

La carga total en el capacitor es cero, ya que existe tanta carga positiva en exceso en un conductor como carga negativa en exceso en el otro, sin embargo se habla de la magnitud de carga de cualquiera de los conductores como "**carga del capacitor**".

La *capacitancia siempre es una cantidad positiva.* *La carga Q y la* diferencia de potencial *V siempre se expresan como cantidades* positivas.

Unidades del SI: se expresa en coulombs por cada volt, **farad (F)**, nombre puesto en honor de Michael Faraday: 1F = 1 C/V

REPASO CLASE PASADA



Capacitor de placas paralelas: dos placas conductoras paralelas, cada una con una superficie *A,* separadas una distancia *d.*

Cuando se carga el capacitor al conectar las placas a las terminales de una batería, las placas adquieren cargas de igual magnitud. Una de las placas tiene carga positiva y la otra carga negativa.

La capacitancia depende sólo de la geometría del capacitor y del material entre las placas.

Si las placas están muy juntas (en comparación con su longitud y ancho), se puede suponer que el campo eléctrico es uniforme entre las placas y cero en cualquier otra parte.

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m $= 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2/(N.m^2)$

La capacitancia de un capacitor de placas paralelas es proporcional al área de sus placas e inversamente proporcional a la separación de las placas.

REPASO CLASE PASADA

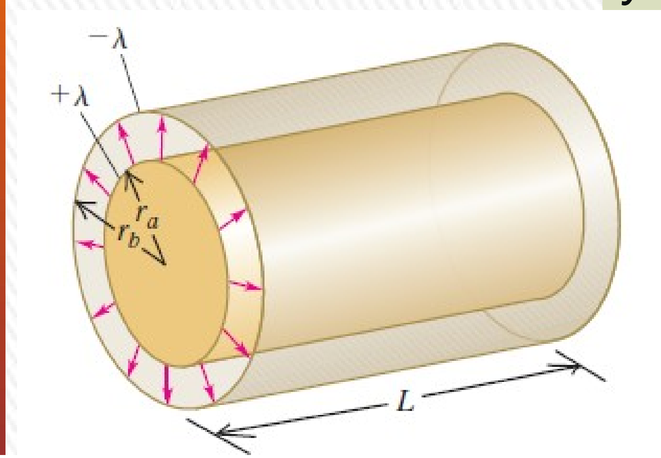
Capacitor esférico

Dos esferas huecas conductoras y concéntricas separadas por vacío. La esfera hueca interior tiene una carga total +Q *y* radio exterior *r_a, y la esfera hueca exterior tiene carga -Q y radio interior r_b.*

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a}$$

Capacitor cilíndrico

Dos conductores cilíndricos coaxiales y largos separados por vacío. El cilindro interior tiene un radio r_a *y densidad de* carga lineal +λ. El cilindro exterior tiene n radio interior r_b *y densidad* de carga lineal - λ.



$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}$$

Almacenamiento de energía en capacitores y energía de campo eléctrico

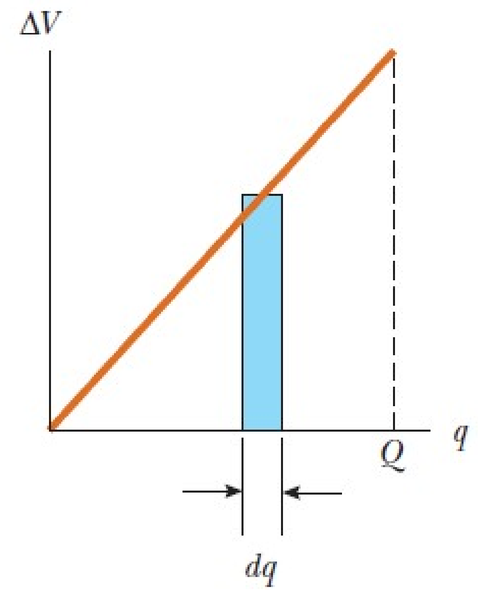
Energía potencial eléctrica almacenada en un capacitor cargado: exactamente igual a la cantidad de trabajo requerido para cargarlo, es decir, para separar cargas opuestas y colocarlas en conductores diferentes.

Cuando el capacitor se descarga, esta energía almacenada se recupera en forma de trabajo realizado por las fuerzas eléctricas.

Sea la carga final Q *y la diferencia de potencial final V, y q y v la carga y la diferencia de potencial, respectivamente, en una etapa intermedia* del proceso de carga; entonces: *v = q/C.*

El trabajo dW requerido para transferir un elemento adicional de carga *dq es*

$$dW = v\,dq = \frac{q}{C}dq \qquad W = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{Q^2}{2C}$$



Definiendo la energía potencial de un capacitor *sin carga como cero, entonces W* es igual a la energía potencial *U del capacitor con carga:*

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

Energía de campo eléctrico

Es posible considerar la energía como si estuviera almacenada *en el campo, en la región* entre las placas.
Para desarrollar esta relación, debemos encontrar la energía *por unidad de volumen en el espacio entre las placas paralelas de un capacitor con área A* y separación *d, es decir la* ***densidad de energía (u).***
La energía potencial almacenada es $U = \frac{1}{2}CV^2$ y el volumen entre las placas es *Ad; por lo tanto, la densidad de energía vale:*

$$u = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{A.d} = \left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right)\frac{V^2}{2Ad} = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{V}{d}\right)^2$$

Como modelamos que E entre las placas del capacitor es uniforme, tenemos que la diferencia de potencial entre las placas se puede expresar como: V= E.d, lo que lleva a que: E=V/d

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Energía de campo eléctrico

Esta relación es válida para cualquier capacitor con vacío y, desde luego, *para cualquier configuración de campo eléctrico en el vacío.*

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

La densidad de energía en cualquier campo eléctrico en un punto dado es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico.

Este resultado tiene una implicación interesante.
El vacío se considera como espacio en el que no hay materia; sin embargo, el vacío puede tener campos eléctricos y, por lo tanto, energía.
Así que, después de todo, el espacio "vacío" en realidad no lo está del todo.
Esta idea y la ecuación obtenida se usarán más adelante en relación con la energía transportada por las ondas electromagnéticas.

La energía del campo eléctrico es energía potencial eléctrica

CAPACITORES CON MATERIAL DIELÉCTRICO

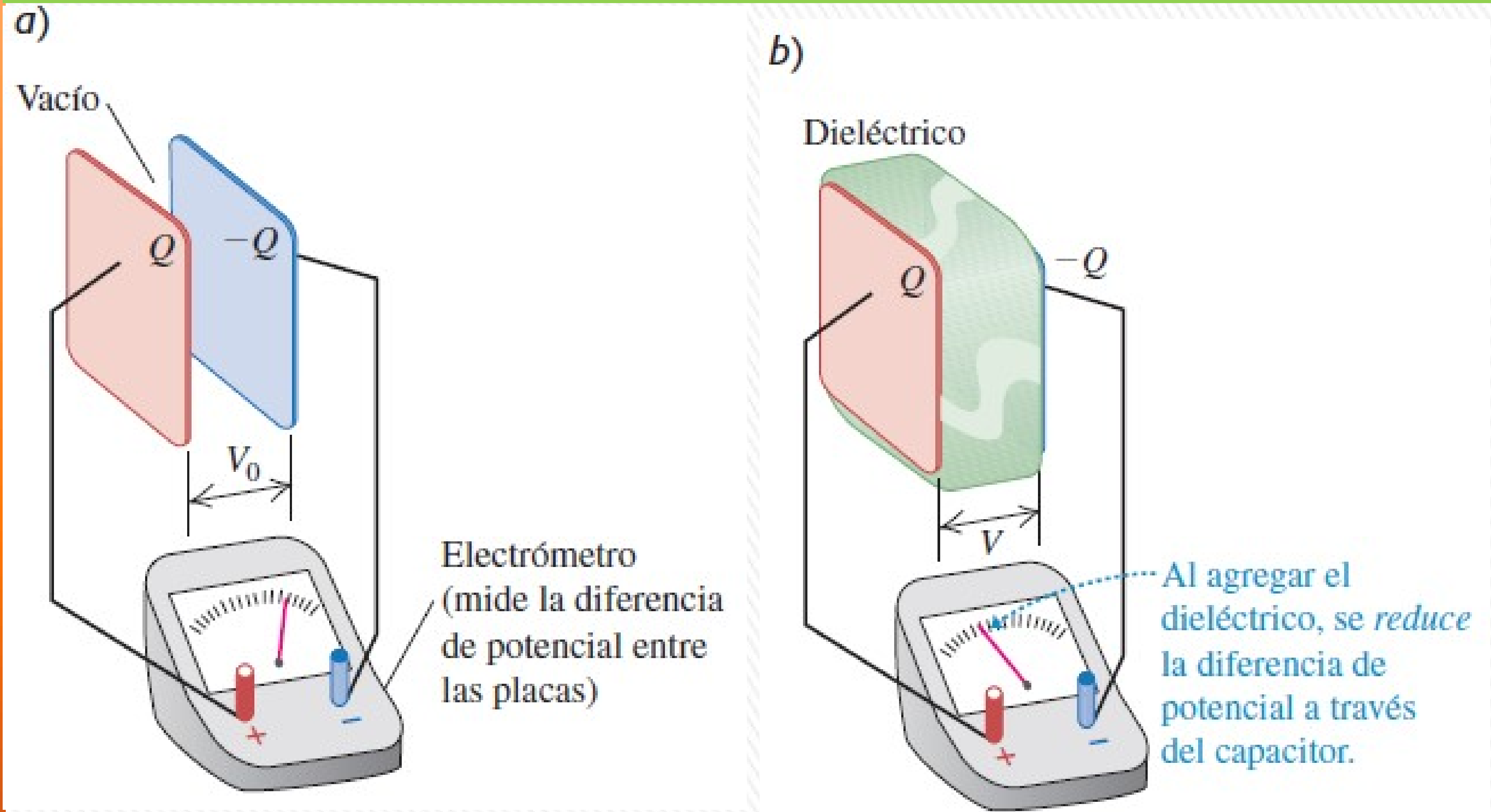
La mayoría de los capacitores tienen un material no conductor o **dieléctrico** entre sus placas conductoras.
La colocación de un dieléctrico sólido entre las placas de un capacitor tiene tres funciones:

1) Mantiene dos hojas metálicas grandes con una separación muy pequeña sin que hagan contacto.

2) Incrementa al máximo posible la diferencia de potencial entre las placas del capacitor, al tener una mayor rigidez dieléctrica (mayor capacidad de tolerar campos eléctricos intensos sin experimentar una ionización que provoca la conducción a través de él). Por tanto puede *almacenar cantidades más grandes de carga y energía.*

3) Aumenta la capacitancia del capacitor. *Cuando se inserta una lámina sin carga de material dieléctrico,* los experimentos indican que la diferencia de potencial *disminuye a un valor $V < V_0$, voltaje con el que se cargó inicialmente el capacitor cuando no había dieléctrico. Al retirar el dieléctrico, la diferencia* de potencial vuelve a su valor original *V_0, lo que demuestra que la carga original en* las placas no ha cambiado.

CAPACITORES CON MATERIAL DIELÉCTRICO



Efecto de un dieléctrico entre las placas paralelas de un capacitor.

a) *Con una* carga determinada, la diferencia de potencial es V_0.

b) Con la misma carga pero con un dieléctrico entre las placas, la diferencia de potencial V *es menor que* V_0.

CAPACITORES CON MATERIAL DIELÉCTRICO

La capacitancia original C_0 *está dada por* $C_0 = Q/V_0$, *y la capacitancia* C *con el* dieléctrico presente es $C = Q/V$.
La carga Q es la misma en ambos casos.

$$\kappa = \frac{C}{C_0}$$

κ se llama **constante dieléctrica** del material (que varía de un material a otro)

La constante dieléctrica κ *es solo un número mayor que la unidad.*
Para el vacío, $\kappa = 1$, *por definición.*
Para el aire a temperaturas y presiones ordinarias, $\kappa \cong 1{,}0006$;
valor tan cercano a 1 que para fines prácticos, un capacitor con aire es equivalente a uno con vacío.

Capacitor de placas planas paralelas con dieléctrico:

$$C = \kappa \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

La capacitancia *aumenta en un factor* κ *cuando el material dieléctrico llena por* completo la región entre placas.

Ruptura del dieléctrico

Para cualquier separación *d conocida, el voltaje máximo* que puede aplicarse a un capacitor sin causar una descarga depende de la **resistencia o rigidez dieléctrica (campo eléctrico máximo) del dieléctrico.**

Si la magnitud del campo eléctrico en el dieléctrico excede la resistencia dieléctrica, las propiedades aislantes fallan, y el dieléctrico empieza a conducir.

Si un dieléctrico se somete a un campo eléctrico suficientemente intenso, tiene lugar la *ruptura del dieléctrico y entonces el dieléctrico se* convierte en conductor.

Esto ocurre cuando el campo eléctrico es tan intenso que arranca los electrones de sus moléculas y los lanza sobre otras moléculas, con lo cual se liberan aún más.

El rayo es un ejemplo notable de la ruptura del dieléctrico en el aire.

Debido a esto los capacitores siempre tienen voltajes máximos nominales.

Cuando un capacitor se somete a un voltaje excesivo, se forma un arco a través de la capa de dieléctrico, y lo quema o perfora. Este arco crea una trayectoria conductora (un cortocircuito) entre los conductores.

La magnitud máxima de campo eléctrico a que puede someterse un material sin que ocurra la ruptura se denomina **rigidez dieléctrica.**

Varía con la temperatura, impurezas, pequeñas irregularidades en los electrodos metálicos. y otros factores que son difíciles de controlar.

La rigidez dieléctrica del aire seco es de alrededor de 3×10^6 V/m.

Constante y resistencia dieléctrica

Constantes dieléctricas y resistencias dieléctricas aproximadas de diversos materiales a temperatura ambiente

Material	Constante dieléctrica κ	Intensidad dieléctrica[a] (10^6 V/m)
Aceite de silicón	2.5	15
Agua	80	—
Aire (seco)	1.000 59	3
Baquelita	4.9	24
Cloruro de polivinilo	3.4	40
Cuarzo fundido	3.78	8
Hule de neopreno	6.7	12
Mylar	3.2	7
Nylon	3.4	14
Papel	3.7	16
Papel impregnado en parafina	3.5	11
Poliestireno	2.56	24
Porcelana	6	12
Teflón	2.1	60
Titanato de estroncio	233	8
Vacío	1.000 00	—
Vidrio pirex	5.6	14

[a] La resistencia dieléctrica es igual al campo eléctrico máximo que puede existir en un dieléctrico sin que se rompa el aislamiento. Observe que estos valores dependen en gran medida de si existen o no impurezas o defectos en los materiales.

CARGA INDUCIDA Y POLARIZACIÓN

Al insertarse un dieléctrico entre las placas de un capacitor, la carga se mantiene constante y la diferencia de potencial entre aquellas disminuye en un factor κ.

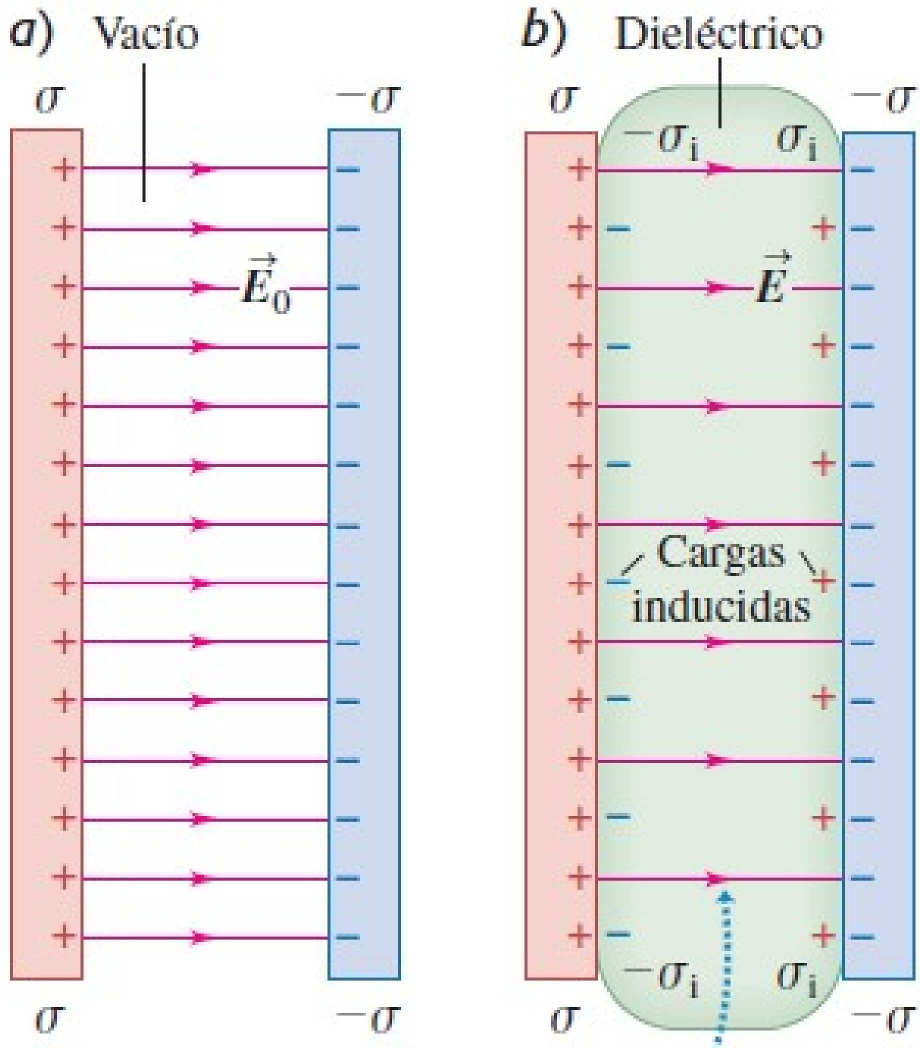
Por tanto, el campo eléctrico entre las placas debe disminuir en el mismo factor.

Si E_0 *es el valor con vacío y* E *es el valor con dieléctrico, entonces:*

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

Como $E < E_0$, la densidad de carga superficial (que crea el campo) también debe ser menor.

La carga superficial en las placas conductoras no cambia, pero en cada superficie del dieléctrico **aparece una carga *inducida de signo contrario.***



Para una densidad de carga determinada σ, las cargas inducidas en las superficies del dieléctrico reducen el campo eléctrico entre las placas.

CARGA INDUCIDA Y POLARIZACIÓN

Originalmente, el dieléctrico era neutro y todavía lo es; las cargas superficiales inducidas surgen como resultado de la *redistribución de la carga positiva y negativa dentro del material* dieléctrico; este fenómeno se llama **polarización.**

Supondremos que la carga superficial inducida es *directamente proporcional* a la magnitud *E del campo eléctrico en el material.*

Sea **σ_i la densidad de carga superficial inducida** y **σ la densidad de carga superficial en las placas del capacitor**.

Entonces, la carga superficial *neta en cada lado del capacitor tiene una* magnitud: $(\sigma - \sigma_i)$.

El campo entre las placas se relaciona con la densidad neta de carga superficial mediante $E = \sigma_{neta}/\varepsilon_0$.

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{E_0}{\kappa} \Rightarrow \frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \kappa}$$

$$\sigma_i = \sigma - \frac{\sigma}{\kappa} = \sigma\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

$$\boxed{\sigma_i = \sigma\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)}$$

CARGA INDUCIDA Y POLARIZACIÓN

$$\sigma_i = \sigma\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

Si κ *es muy grande,* σ_i *casi es tan grande como* σ*, y* σ_i casi anula a σ, y el campo y la diferencia de potencial son mucho menores que sus valores en el vacío.

Se llama **permitividad del dieléctrico ε** a:

$$\varepsilon = \kappa\varepsilon_0$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$C = \kappa C_0 = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} = \varepsilon\frac{A}{d}$$

La densidad de energía *u en un* campo eléctrico para el caso en que hay un dieléctrico vale:

$$u = \frac{1}{2}\kappa\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

EJEMPLO-Ejercicio 1.2.04

Un condensador está formado por dos hojas metálicas, cada una de ellas de 1,0 m^2 de superficie, separadas por un papel de 0,050 mm de espesor. ¿Cuánto vale su capacidad?

Datos: A= 1,0 m^2 d= 0,050 mm = $5{,}0\times10^{-5}$ m $\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}$ F/m
para el papel: $\kappa = 3{,}5$

Si no tuviera papel, el el vacío la capacitancia valdría:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{(8{,}85 \times 10^{-12} F/m)(1{,}00\, m^2)}{(5{,}00 \times 10^{-5}\, m)} = 1{,}77 \times 10^{-7}\ F$$

Con el dieléctrico entre las placas la capacitancia aumenta en un factor a κ

$C = \kappa\, C_0 = 3{,}5\times1{,}77\times10^{-7} = 6{,}195\times10^{-7}$ F

C = 0,62 μF

PREGUNTA RÁPIDA N° 1

Un capacitor de placas paralelas, inicialmente con aire entre las placas tiene una capacitancia de valor C.
A dicho capacitor se le duplica la separación entre las placas y se inserta un material dieléctrico de constante κ, llenando completamente el espacio entre las placas.
Como resultado de estos cambios, la capacitancia pasa a un valor igual a 3C.
¿Cuánto vale la constante dieléctrica κ del material insertado?

a) 1/6 b) 1/3 c) 1/2 d) 1 e) 2 f) 3 $\boxed{\text{g) 6}}$ h) 12

PREGUNTA RÁPIDA N° 2

Se inserta un material dieléctrico entre las placas de un capacitor de placas paralelas, llenando el espacio entre las mismas en forma completa mientras que la **diferencia de potencial entre las placas se mantiene constante** mediante una batería.

Una vez insertado el dieléctrico:

A. la capacitancia, la diferencia de potencial entre las placas y la carga aumentan.

B. la capacitancia, la diferencia de potencial entre las placas y la carga disminuyen.

C. la diferencia de potencial entre las placas aumenta, la carga y la capacitancia permanecen iguales.

D. la capacitancia y la carga disminuyen pero la diferencia de potencial entre las placas sigue siendo la misma.

E. la capacitancia y la carga aumentan pero la diferencia de potencial entre las placas sigue siendo la misma.

PREGUNTA RÁPIDA N° 3

Si se duplica la separación entre las placas de un capacitor de placas planas paralelas que está cargado y **aislado**, entonces:

A. el campo eléctrico se duplica

B. la diferencia de potencial se reduce a la mitad

C. la carga en cada placa se reduce a la mitad

D. la densidad de carga superficial en cada placa se duplica

E. ninguna de las anteriores

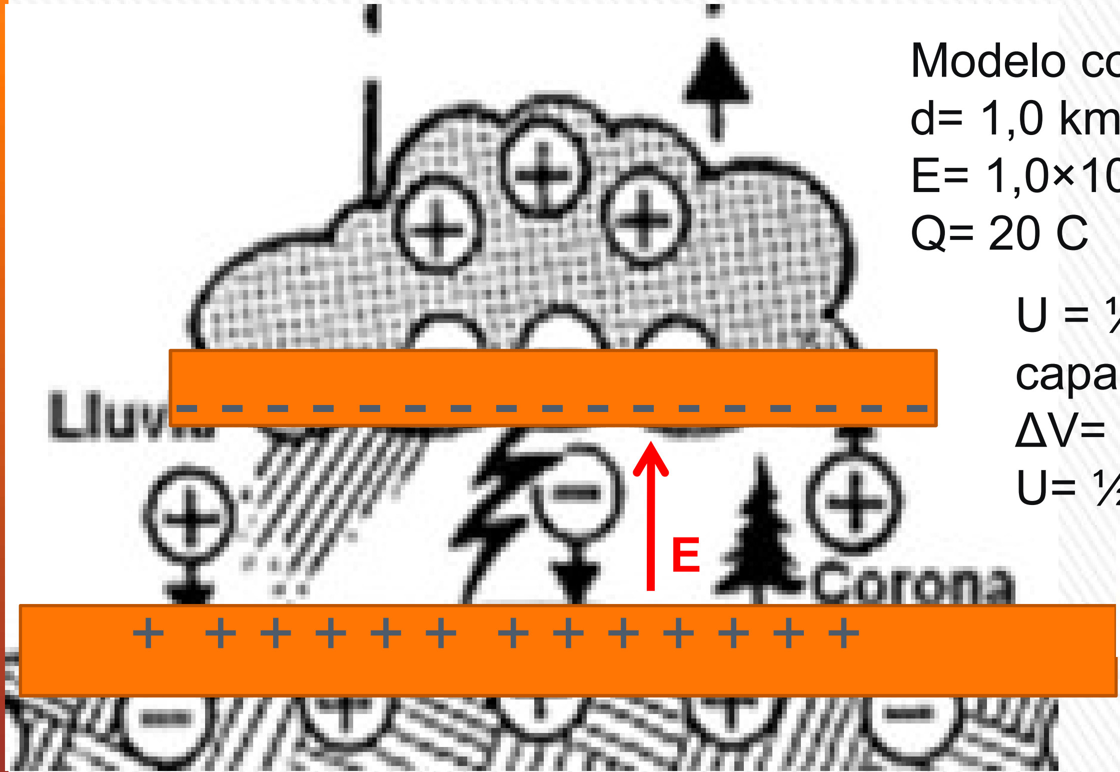
EJEMPLO- Ejercicio 1.2.6

En una tormenta eléctrica, las nubes se encuentran a una altura de 1,0 km sobre el suelo, y se mide un campo eléctrico promedio de 10^4 V/m. La zona más baja de las nubes se descarga mediante un rayo que transporta una carga de -20 C a la Tierra.

a) Si inmediatamente después el campo eléctrico desciende a un valor cercano a cero ¿cuál era la energía almacenada en el sistema formado por las nubes y la Tierra?

b) ¿Cuál es el área de las nubes que fueron descargadas por el rayo?

c) El campo eléctrico promedio tiene una intensidad mucho menor que el campo de ruptura del aire (de $3,0\times10^6$ V/m), ¿cómo es posible que se presenten rayos cuando el valor promedio del campo eléctrico es "tan bajo"?



Modelo como capacitor plano paralelo.
d= 1,0 km = $1,0\times10^3$ m
E= $1,0\times10^4$ V/m
Q= 20 C

U = ½ Q.V (energía almacenada en un capacitor, modelo de nube-tierra)
ΔV= E.d = 10^4 V/m$\times10^3$ m = $1,0\times10^7$ V
U= ½ (20).($1,0\times10^7$)= **$1,0\times10^8$ J**

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

EJEMPLO- Ejercicio 1.2.6

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \qquad A = \frac{qd}{\epsilon_0 \Delta V}$$

$$A = \frac{Qd}{\varepsilon_0 V} = \frac{(20)(1{,}0\times10^3)}{(8{,}85\times10^{-12})(1{,}0\times10^7)} = 2{,}26\times10^8\ m^2$$

$A = 2{,}3\times10^8\ m^2 = 230\ km^2$

c) El campo dado es un valor medio (espacial y temporal). Esto no impide que localmente se alcancen valores mucho mayores superiores a la rigidiz dieléctrica del aire