

2023 FÍSICA DE PARTÍCULAS - Práctico 4

1. a) Considere I, R_+, R_-, R_a, R_b y R_c , las transformaciones de simetría de un triángulo equilátero de alturas a, b, c . Escriba la tabla de multiplicación del grupo.

b) Muestre que las matrices unitarias $n \times n$ forman un grupo $U(n)$: muestre que cumplen las cuatro propiedades vistas en clase, por ejemplo para probar la clausura, muestre que el producto de dos matrices unitarias $n \times n$ es otra matriz unitaria $n \times n$, etc. Haga lo mismo pero para las unitarias de determinante uno.

2. La tabla muestra las primeras funciones de onda espaciales normalizadas del electrón de un átomo hidrogenoide con Z protones en el núcleo.

a) Verifique, para el estado base, que la normalización de la función de onda es correcta.

Quantum Numbers			Eigenfunctions
n	l	m_l	
1	0	0	$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}$
2	0	0	$\psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{Zr}{a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}$
2	1	0	$\psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/2a_0} \cos \theta$
2	1	± 1	$\psi_{21\pm 1} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/2a_0} \sin \theta e^{\pm i\phi}$

b) Calcule la probabilidad de encontrar al electrón en el hemisferio superior del átomo de hidrógeno ($\theta < \pi/2$) y a una distancia menor o igual a la mitad del radio de Bohr para los estados con $l=1$.

3. a) Muestre que el decaimiento beta, tal como se lo pensó originalmente, $n \rightarrow p + e^-$, viola la conservación de momento angular.

Indique el spin que debería asignarse al antineutrino :

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

b) En el decaimiento $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$ indique los valores posibles del momento angular orbital en el estado final.

c) Un electrón en el átomo de hidrógeno tiene momento angular orbital uno. Si el momento angular total es $J=3/2$, y $m_j = 1/2$ indique la probabilidad de medir al electrón con $m_s = 1/2$.

d) Considere dos partículas de spin 2, cada una en un estado con $m_s=0$. Indique los valores posibles y las probabilidades de medir diferentes valores del momento angular total del sistema si el momento angular orbital es cero.

4. Spin $\frac{1}{2}$:

a) Calcule los autovectores normalizados y autovalores del operador S_y .

b) Si un electrón está en el estado $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$, indique qué valores se pueden obtener midiendo S_y y con qué probabilidades.

c) Un electrón se encuentra en el estado de espín $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} \end{pmatrix}$. Indique para los tres operadores $S_{x,y,z}$ los valores posibles que se obtienen en una medida y las probabilidades respectivas.

5. Considere las matrices de Pauli σ_i con $i=x,y,z$.

a) Muestre que $\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \epsilon_{ijk} \sigma_k$.

b) Calcule $[\sigma_i, \sigma_j] = \sigma_i \sigma_j - \sigma_j \sigma_i$ y $\{\sigma_i, \sigma_j\} = \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i$.

d) Muestre que para dos vectores \vec{a} y \vec{b} se cumple $(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + i \vec{\sigma} \cdot \vec{a} \times \vec{b}$

e) Muestre que $\exp(i \pi \sigma_z/2) = i \sigma_z$. (Recuerde la definición de la serie exponencial de matrices).

f) Calcule la matriz U que representa una rotación de 180° alrededor del eje \hat{y} , y muestre que transforma \uparrow en \downarrow .

g) Muestre que $U(\theta) = \cos(\theta/2) - i \hat{\theta} \cdot \vec{\sigma} \sin(\theta/2)$, donde el vector $\hat{\theta}$ es de módulo 1 y apunta en la dirección del eje de rotación (use la parte b). Esta matriz representa la rotación de ángulo θ en el espacio de los espinores.

6. a) Determine la asignación del isospin $|I, I_3\rangle$ de las siguientes partículas: Ω , Σ^+ , Ξ^0 , ρ^+ , η y \bar{K}^0 . Mire el pdg o la tabla en el libro de Griffiths y ayúdese con los dibujos del camino óctuple...

b) ¿Cuáles son los valores posibles del isospin total en las siguientes reacciones fuertes?
b1: $K^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$ b2: $\bar{K}^0 + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$.

7. a) ¿El neutrino es autoestado de paridad P ? En caso afirmativo, indique su paridad intrínseca.

b) Identifique los decaimientos dominantes del mesón η . Estos permiten clasificarla como partícula "estable", ya que ninguno de ellos es puramente fuerte. Explique porqué el canal a dos piones está prohibido para interacciones fuertes y electromagnéticas, mientras que el canal a 3 piones es permitido para interacciones electromagnéticas pero no para fuertes.