# 16-MOVIMIENTO ONDULATORIO

Las olas combinan propiedades de las ondas transversales y longitudinales. Con el equilibrio y el ritmo adecuados, un surfista puede capturar una ola y dar un paseo en ella.

# INTRODUCCIÓN: ONDAS

**Ondas: perturbación del estado de equilibrio de un sistema, la cual se *propaga* de una región del sistema a otra, transportando energía.**

**Ondas mecánicas:** las que viajan por un material (*medio)*. No todas las ondas son mecánicas.

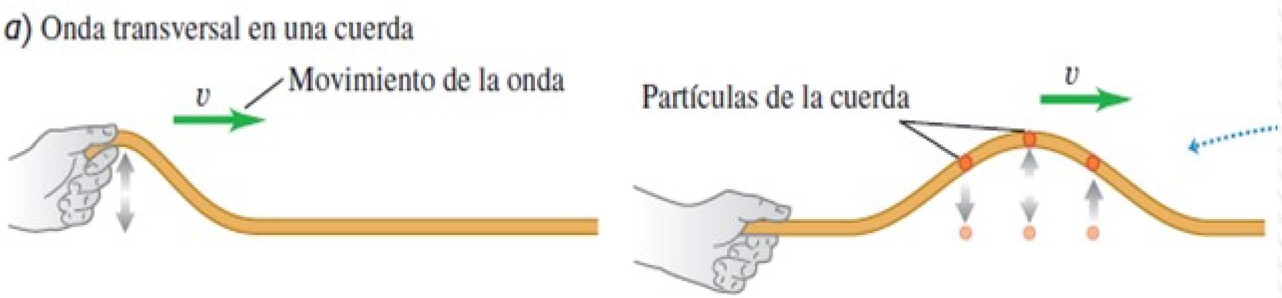
**Ondas *electromagnéticas*** (luz, ondas de radio, radiaciones infrarroja y ultravioleta, rayos X) se pueden propagar incluso en el espacio vacío, donde *no* hay un medio material.

## Características de las ondas:

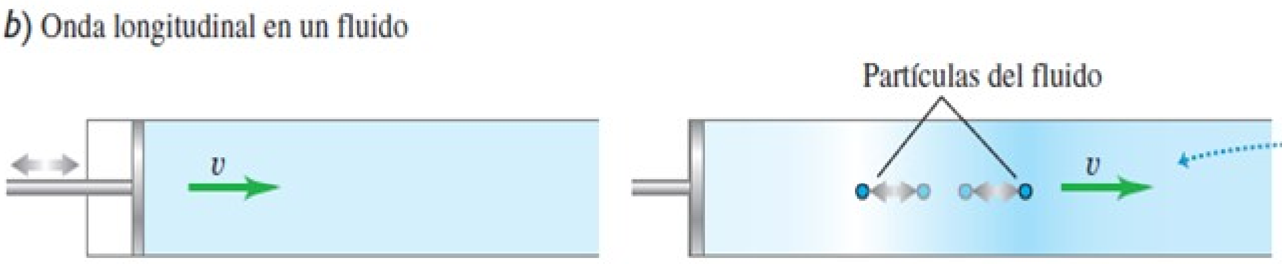
- La perturbación se *propaga por el medio con una rapidez definida llamada rapidez de propagación* o rapidez de la onda o de fase ($v$),
- El medio mismo no viaja en el espacio. *Ejemplo de la "ola" en un estadio.*
- *Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento, pero no materia, de una región a otra.*

Veremos ecuaciones básicas que describen las ondas, en especial las ***ondas sinusoidales*** donde el patrón de la onda es una función repetitiva seno o coseno. Ejemplo más sencillo: ondas periódicas que viajan por una cuerda estirada.

# TIPOS DE ONDAS MECÁNICAS

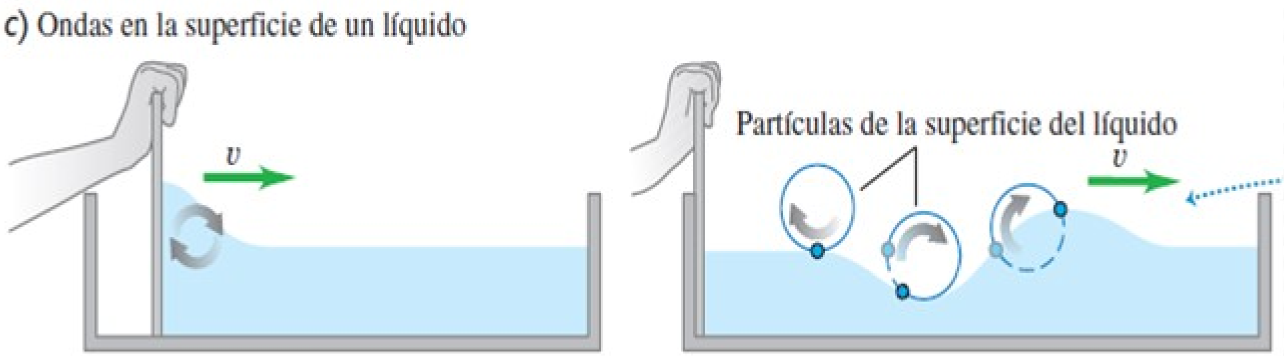



**Medio: cuerda tensa.** Los desplazamientos del medio son perpendiculares o *transversales a* la dirección en que la onda viaja por el medio, se trata de una **onda transversal**.




***Medio: líquido o gas en un tubo con pared rígida* en un extremo derecho y un pistón en el otro**.

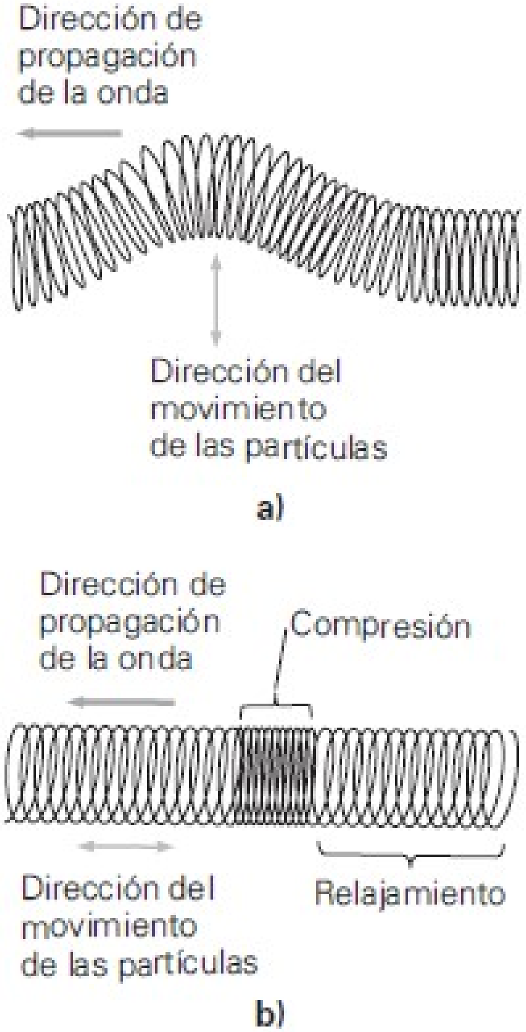
Los movimientos de las partículas del medio son hacia adelante y hacia atrás en la *misma dirección en que viaja la onda,* se trata de una **onda longitudinal**.




***Medio: líquido en un canal****, agua en una zanja.* Desplazamientos del agua tienen componentes ***tanto longitudinales como transversales.***

# Tipos de ondas mecánicas

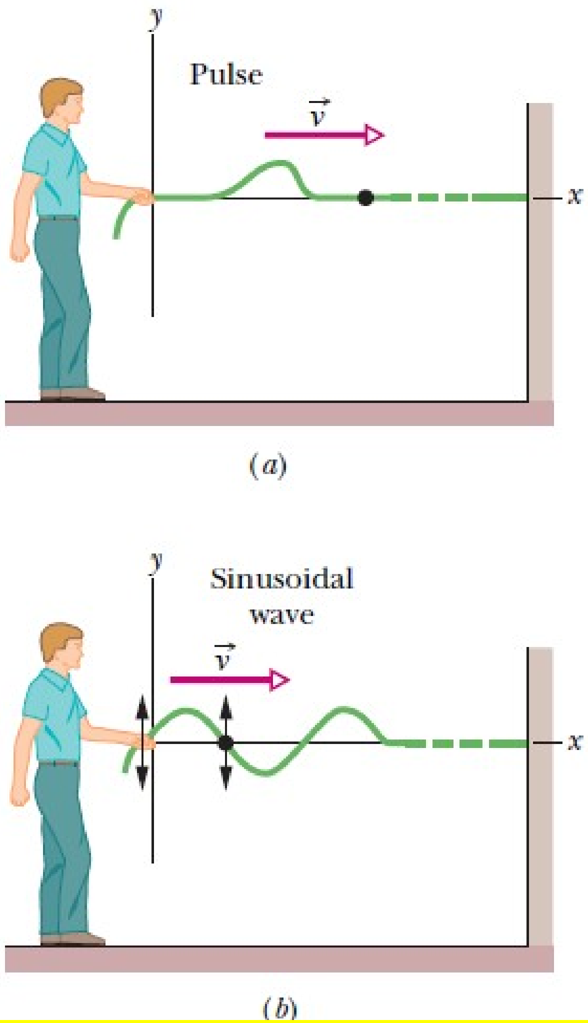
“Hacer la ola” en un estadio deportivo es un ejemplo de onda mecánica: la perturbación se propaga en la multitud, pero no transporta materia (ninguno de los espectadores se mueve de un asiento a otro).




Onda longitudinal y transversal en un resorte

# Tipos de ondas mecánicas

La caída  de una piedra en un estanque o cuando se agita brevemente una cuerda por un extremo,  son un solo **pulso ondulatorio** que viaja a partir de la perturbación.
También se presentan de forma continua (**trenes de ondas**) u **ondas progresivas** y  otras además en forma regular: **ondas periódicas.**




La función que representa una onda (para el caso unidimensional)  se expresa como una función ***y(x,t),*** que por ejemplo puede representar la posición transversal de una cuerda que depende de dos variables: la posición *x*  de cualquier elemento  de la cuerda y en cualquier instante de tiempo *t.*

**Función de onda unidimensional: y(x,t)**

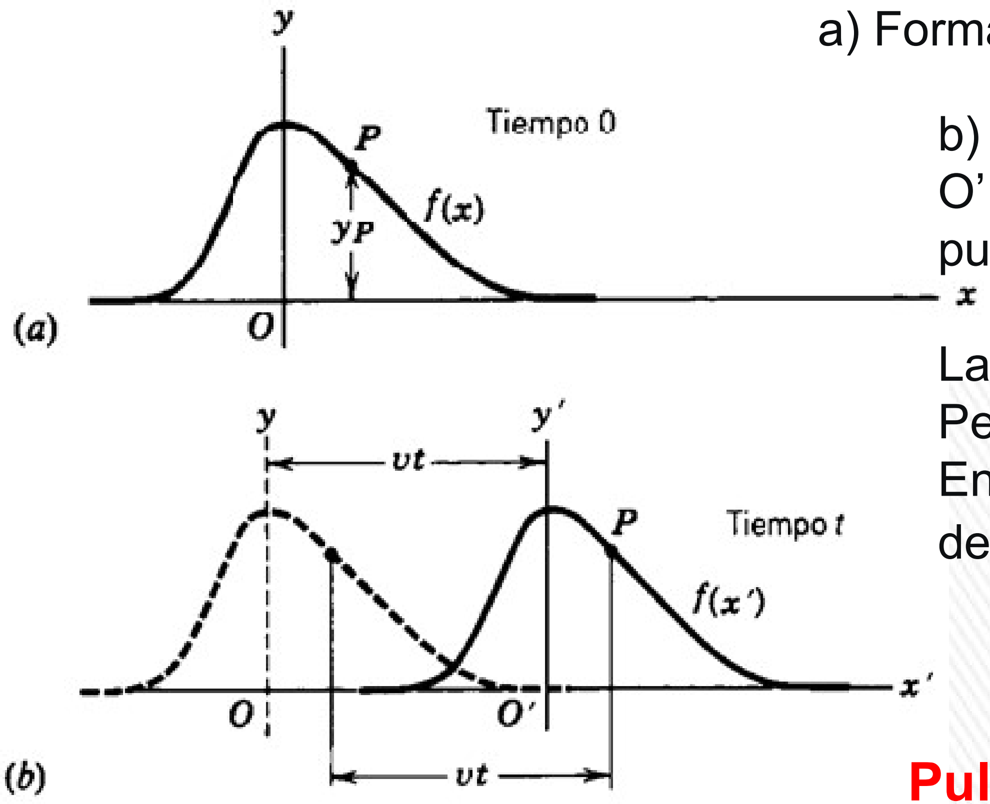
Se puede deducir la ecuación de onda plana unidimensional:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\delta x^2}$$

Se prueba que cualquier función del tipo  *f(x± vt)* es solución de la ecuación de onda

*Si t es fijo* (como en el caso de tomar una instantánea del pulso), la función de onda *y(x), a veces* llamada **forma de onda, define una curva que representa la forma geométrica del pulso** en dicho tiempo.

# Movimiento de un pulso de onda




a) Forma del pulso de onda: *y(x,0)= f(x)*.

b) Pulso en un instante posterior.
O' marco de referencia que viaja con el pulso, hacia la derecha con velocidad *v*.

La forma se describe como *f(x')*.
Pero: *x'= x-vt*.
Entonces en un tiempo *t*, el pulso se describe como: *y(x,t)= f(x')= f(x-vt)*.

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

**Pulso que viaja hacia la derecha**

**Pulso que viaja hacia la izquierda:** $y(x,t) = f(x + vt)$

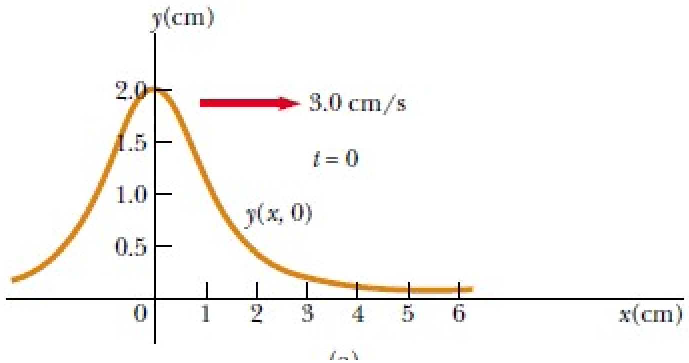
# Ejemplo: movimiento de un pulso de onda

Un pulso de onda dado por la expresión:

$$y(x,t) = \frac{2}{(x-3{,}0t)^2+1}$$

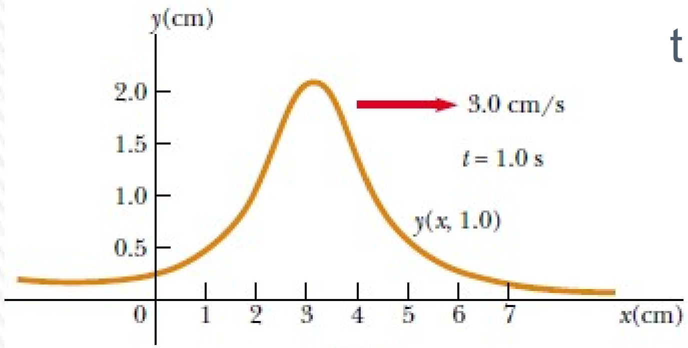
($x$, $y$ en cm y $t$ es s)

Representar el pulso, para los instantes t =0,0 s, t = 1,0 s y t = 2,0 s




t = 0

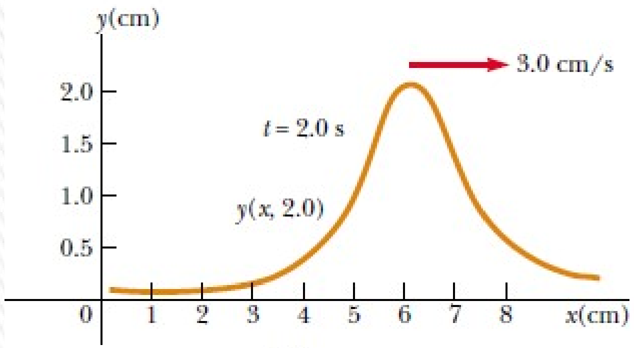
$$y(x,0) = \frac{2}{x^2+1}$$



(b)

t = 1,0 s

$$y(x,1.0) = \frac{2}{(x-3{,}0)^2+1} = \frac{2}{x^2-6{,}0x+10}$$

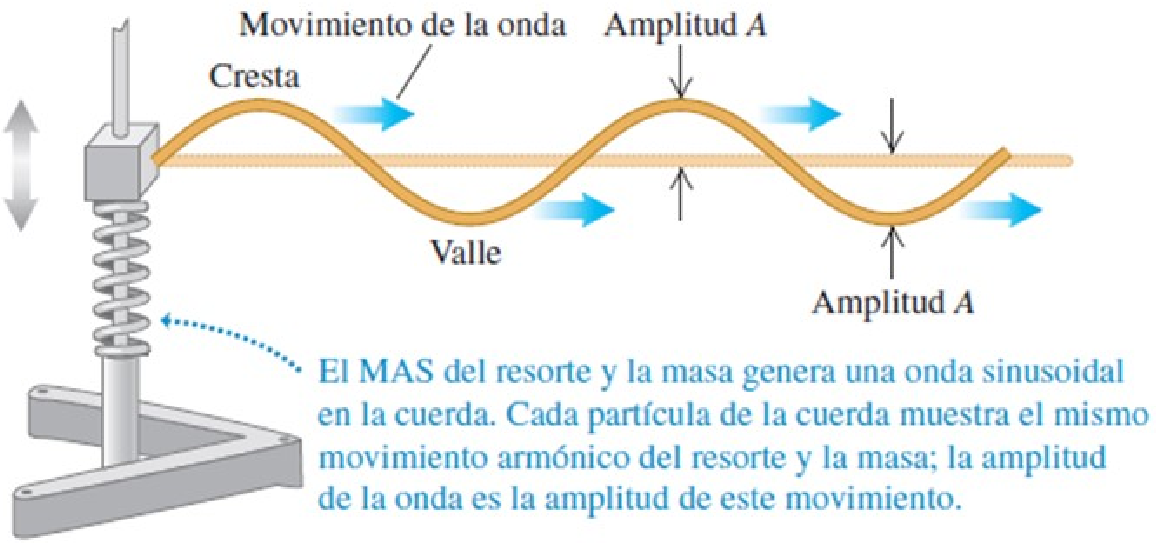


(c)

t = 2,0 s

$$y(x,2.0) = \frac{2}{(x-6{,}0)^2+1} = \frac{2}{x^2-12{,}0x+37}$$

# Ondas transversales periódicas

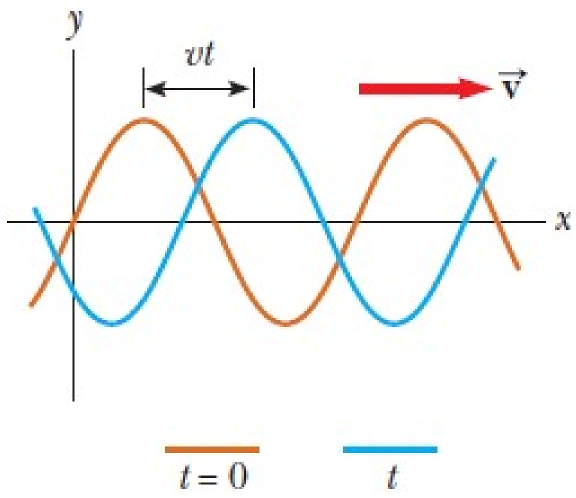



Excitación con un movimiento *periódico en extremo libre de la cuerda:* cada partícula de la cuerda también experimenta un movimiento periódico al propagarse la onda: **onda transversal periódica.**

Ejemplo: excitación de la cuerda mediante movimiento hacia arriba y hacia abajo con un ***movimiento armónico simple de amplitud A, frecuencia f:*** la onda producida es una sucesión simétrica de *crestas y valles transversales:*

***onda progresiva sinusoidal***

La forma de onda completa se mueve hacia la derecha. *Si vemos* un elemento del medio (por ejem. *x= 0 ) se tiene que cada* elemento se mueve hacia arriba y hacia abajo a lo largo del eje *y en un MAS: es el* **movimiento de los *elementos del medio*.**




**Movimiento ondulatorio contra movimiento de las partículas:** no se debe confundir el movimiento de la *onda transversal a lo largo de la cuerda con el de una partícula de la cuerda.*

# Ondas transversales periódicas

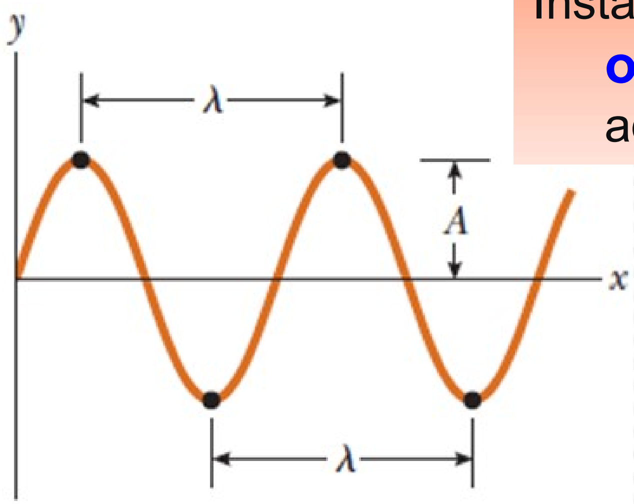
*Las* ondas periódicas generadas a través de un MAS son fáciles de analizar; las llamamos **ondas sinusoidales.**

**Se puede probar que *cualquier onda* periódica puede representarse como una combinación de ondas sinusoidales (análisis de Fourier).**

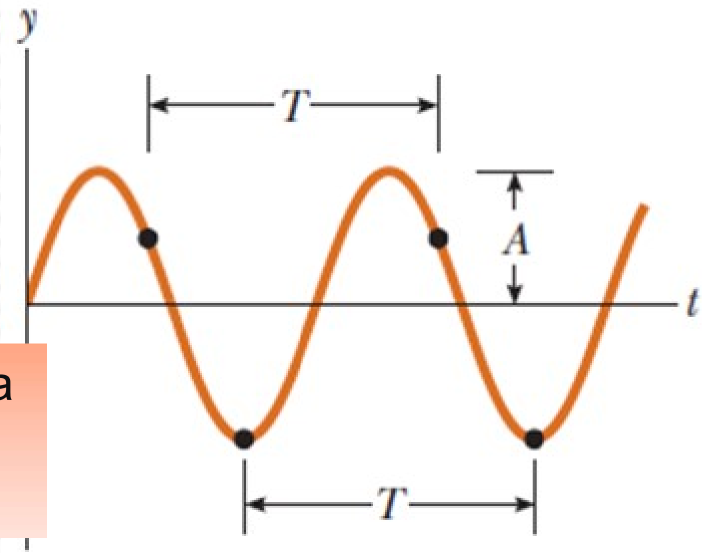
*Cuando una onda sinusoidal pasa a través de un medio, todas las partículas del medio experimentan movimiento armónico simple en el sentido transversal con la misma frecuencia.*

*La* onda avanza con rapidez constante *v a lo largo de la cuerda; mientras que el movimiento de* la partícula es armónico simple y *transversal (perpendicular) a la longitud de la cuerda.*

Instantánea (foto) de una onda sinusoidal. La **longitud de onda λ** es la distancia entre crestas o valles adyacentes.




Posición de un elemento del medio como función del tiempo.




El **periodo *T*** *es el intervalo de* tiempo requerido para que el elemento complete un ciclo de su oscilación y para que la onda viaje una longitud de onda.

# Ondas transversales periódicas

**Longitud de onda (λ): distancia entre una cresta y la siguiente, o bien, entre un valle y el siguiente**, o de cualquier punto al punto correspondiente en la siguiente repetición de la forma de la onda.

Una cresta de onda viaja una distancia de una longitud de onda, λ, en un tiempo igual a un periodo *T.*

*Por lo tanto, la velocidad de la onda es v* = λ */T.*

*Como f = 1/T,*

$$v = \lambda f$$

La rapidez de propagación es igual al producto de la longitud de onda por la frecuencia.

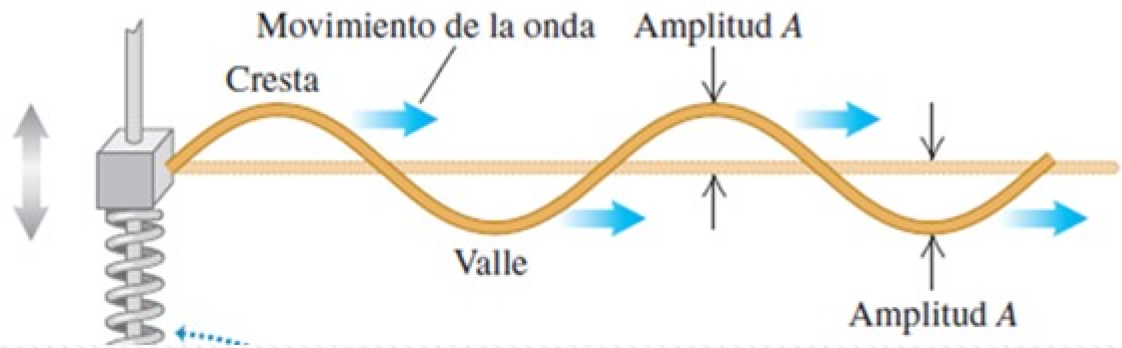
*La* onda avanza con rapidez constante *v a lo largo de la cuerda; mientras que el movimiento de* la partícula es armónico simple y *transversal (perpendicular) a la longitud de la cuerda con una velocidad dada por*

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t}$$

**Ondas en una cuerda estirada (onda transversal periódica):** despreciamos la curvatura de la cuerda por la gravedad, **posición de equilibrio es una línea recta (eje *x de un sistema de coordenadas)***

***Onda transversal:*** *una partícula en* la posición de equilibrio *x se desplaza cierta distancia y en la dirección perpendicular* al eje *x.*

# Función de onda de una onda sinusoidal




Vamos a elegir una función de onda apropiada

$$y(x,t) = f(x \pm vt)$$

$$y(x,t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \pm vt)\right)$$

Podemos considerar en forma indistinta , funciones de ondas sinusoidales tanto de la forma de seno o coseno, ya que *el coseno es un seno con un desfasaje de π/2*

$$\cos\alpha = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \text{ o que } \sin\alpha = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$$

*Se puede hacer más general la ecuación anterior considerando diferentes valores del* ángulo de fase, como se hizo para el MAS.

$$y(x,t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \pm vt) + \varphi\right)$$

Es posible reescribir la función de onda dada por la ecuación anterior de varias formas distintas pero útiles. Por simplicidad consideraremos ángulo de fase nulo y función coseno.

Se define el **número de onda k** como: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

Consideremos diferentes formas la ecuación de onda, que viaja hacia la iderecha

$$y(x,t) = A\cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right) = A\cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right) = A\cos(kx - \omega t)$$

# Función de onda de una onda sinusoidal

$$y(x,t) = A\cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right) = A\cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right) = A\cos(kx - \omega t)$$

**Onda que viaja en la dirección *x negativa (hacia la izquierda):***

$$y(x,t) = A\cos\left[\omega\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A\cos\left[2\pi f\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right] = A\cos(kx + \omega t)$$

La función y(x,t) también se puede describir como una función seno en lugar de una función coseno, y además puede tener una constante de fase Φ

Las **ondas periódicas** de cualquier tipo se caracterizan por las mismas magnitudes.

**Frecuencia (f):** es la cantidad de ondas que pasan por segundo en un punto y viene determinado por la fuente de la onda.

**Periodo (T):** es el tiempo entre sucesivas crestas y coincide con el inverso de la frecuencia $T = 1/f$.

**Velocidad (v ó c):** es la velocidad con que viaja la cresta de la onda.

**Longitud de onda (λ):** es la distancia entre dos crestas sucesivas.

**Amplitud (A):** valor máximo del desplazamiento, el desplazamiento de una onda periódica varía entre –A y +A.

**Número de onda *k*:** $k = 2\pi/\lambda$.

**Fase de la onda:** es el argumento de la función trigonométrica $(kx \pm \omega t + \phi)$

# Velocidad y aceleración de partículas en una onda sinusoidal

**Velocidad transversal** de cualquier *partícula en una onda transversal, que llamaremos* $\mathbf{v_y}$ *para distinguirla de la* rapidez $\mathbf{v}$ *de propagación de la onda.*
*Para calcular* $v_y$ *en un punto x dado, derivamos* la función de onda *y(x, t) con respecto a t, manteniendo x constante , es decir calculamos una derivada parcial.*

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t) \qquad v_y(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

La velocidad transversal de una partícula varía con el tiempo.
La rapidez máxima de una partícula es $\omega A$; *la cual puede ser mayor, menor o igual que la rapidez de onda v, según* la amplitud y la frecuencia de la onda.
La *aceleración de cualquier partícula es la segunda derivada parcial de y(x, t) con* respecto a *t:*

$$a_y(x,t) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega t) = -\omega^2 y(x,t)$$

La aceleración transversal de una partícula es igual a $-\omega^2$ veces su desplazamiento, que es el resultado que se obtuvo para el movimiento armónico simple.

# VELOCIDAD DE LAS ONDAS

Cada tipo de onda tiene un origen físico específico y una velocidad característica. La velocidad de una onda puede deducirse a partir de las leyes físicas que describen los diferentes fenómenos, depende del tipo de onda, de las propiedades del medio en el que se propaga y algunas veces de la frecuencia.

**Ondas electromagnéticas** no necesitan un medio material para propagarse: se originan en campos eléctricos y magnéticos mutuamente inducidos.

Su velocidad en el vacío vale: $c_0 = 2{,}998 \times 10^8$ m/s (en medios materiales, su velocidad siempre es menor).

$$c_o = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

## VELOCIDAD DE UNA ONDA EN UNA CUERDA

Cuando una onda se desplaza en una cuerda, su rapidez es igual a la raíz cuadrado del cociente entre la tensión en la cuerda *F* y la masa por unidad de longitud de la cuerda μ:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

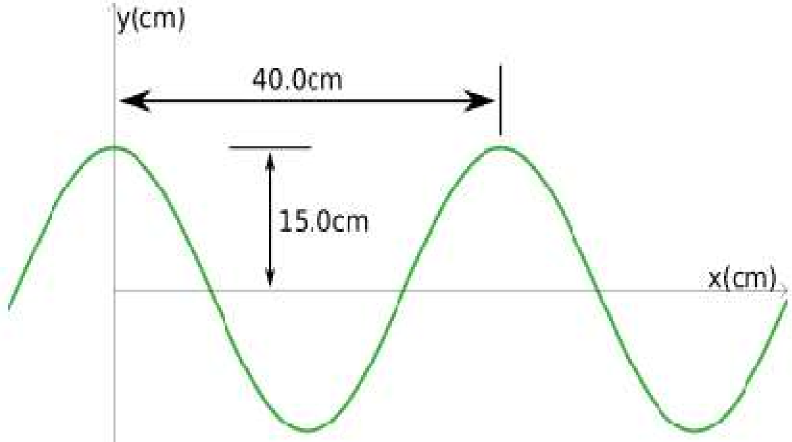
Esta ecuación da la rapidez de onda únicamente para el caso especial de las ondas mecánicas en un alambre o una cuerda estirados.

Para muchos tipos de ondas mecánicas, incluidas las ondas en una cuerda, la expresión para la rapidez de la onda tiene la misma forma general:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Fuerza de restitución que vuelve el sistema al equililbrio}}{\text{Inercia que se opone a volver al equilibrio}}}$$

# EJEMPLO: Ejercicio 4.1.6

Una onda sinusoidal progresiva en la dirección *x* positiva tiene una amplitud de 15,0 cm, longitud de onda de 40,0 cm y frecuencia de 8,00 Hz. La posición vertical de un elemento del medio en *t* = 0 y *x* = 0 también es de 15.0 cm, como se muestra en la figura.




**a)** Encuentre el número de onda *k*, período *T*, frecuencia angular $\omega$ y rapidez *v* de la onda.

**b)** Determine la constante de fase $\phi$ y escriba una expresión general para la función de onda.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}400\ m} = 15{,}7\ m^{-1}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8.00} = 0{,}125\ s$$

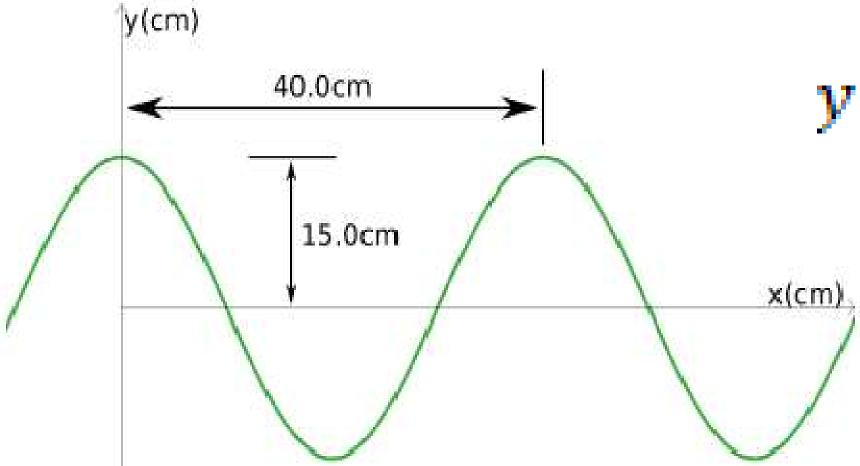
$$\omega = 2\pi f = 50{,}3\ rad/s$$

*v*= $\lambda$.f =(0,400) (8,00) = 3,2 m/s

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \psi)$$

# EJEMPLO: Ejercicio 4.1.6




$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \psi)$$

y (0,0) = A= A cos ($\psi$)

$\psi = 0$

$$y(x,t) = (0{,}150\ m)\cos\left((15{,}7\ m^{-1})x - (50{,}3\ \frac{rad}{s})\ t\right)$$

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

y (0,0) = A = A sen ($\Phi$) = A sen ($\pi/2$)

$\Phi = \pi/2$

$$y(x,t) = (0{,}150\ m)\sin\left((15{,}7\ m^{-1})x - \left(50{,}3\frac{rad}{s}\right)t + \frac{\pi}{2}\right)$$

# Interferencia de ondas, condiciones de frontera y superposición

**Principio de superposición de ondas,** o de **linealidad:** la onda resultante de la interacción entre dos ondas o más, que se desplazan en el mismo medio y a la vez, es la suma de c/u de las ondas por separado.

**Interferencia:** fenómeno en el que dos o más ondas se superponen para formar una onda resultante.

La onda resultante puede ser mayor (interferencia constructiva) o menor (interferencia destructiva) que las ondas individuales.

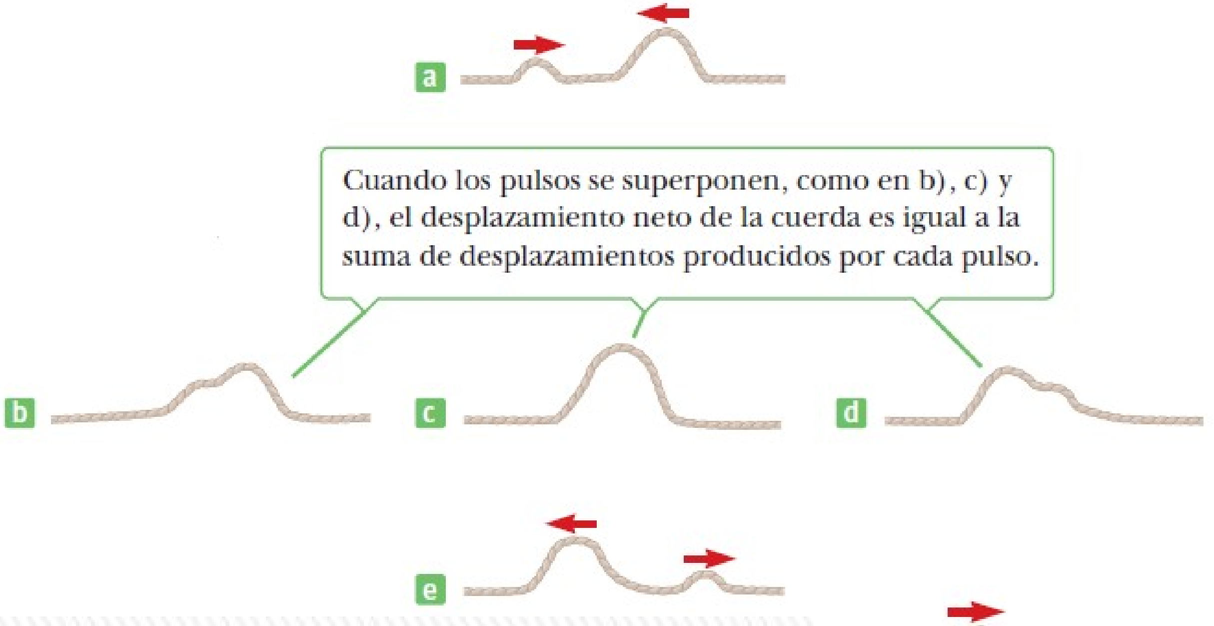
Veremos que la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza de igual amplitud, frecuencia que avanzan en sentido opuesto a través de un medio generan una **onda estacionaria.**

La función de onda *y(x, t)* que describe el movimiento resultante se obtiene *sumando las dos* funciones de onda de las ondas individuales: $\mathbf{y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)}$

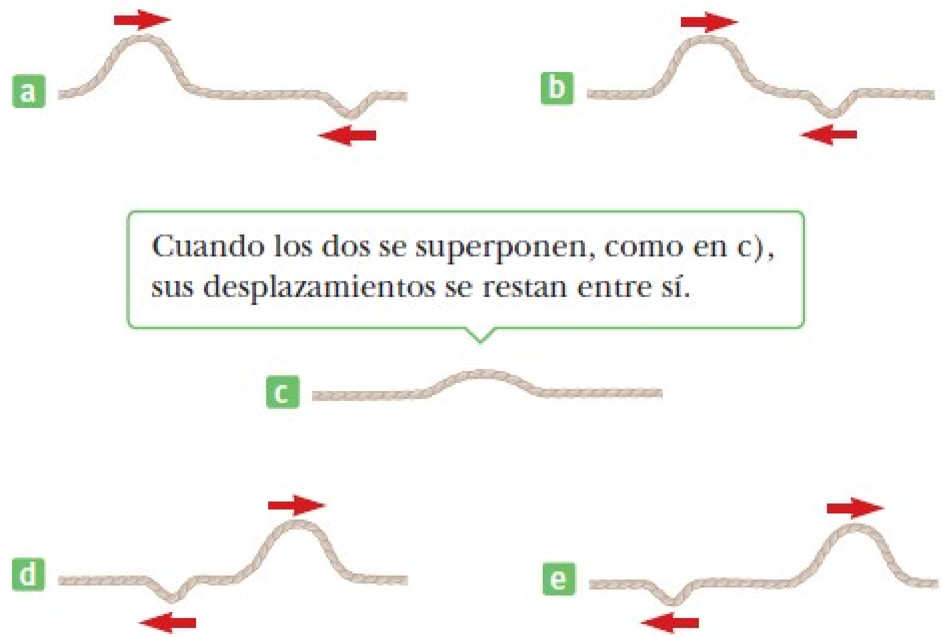
Video: Interferencia y principio de superposición: link (Dur.:2:11)
https://www.youtube.com/watch?v=6vACiTfOmWA

# INTERFERENCIA DE ONDAS

Cuando dos pulsos de onda que viajan en una cuerda estirada en direcciones opuestas se pasan uno al otro.




Dos pulsos de onda que viajan en direcciones opuestas, con desplazamientos que están invertidos uno con respecto al otro.




**Ver ejercicio 4.1.8**

# SUPERPOSICIÓN DE ONDAS SINUSOIDALES

Dos ondas sinusoidales que viajan en la misma dirección en un medio lineal, con la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud pero difieren en fase:

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t) \qquad y_2 = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

La onda resultante es: $y = y_1 + y_2 = A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \phi)]$

Usando la identidad trigonométrica: $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

Con: $a = kx - \omega t$ y $b = kx - \omega t + \varphi$ resulta: $y = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$

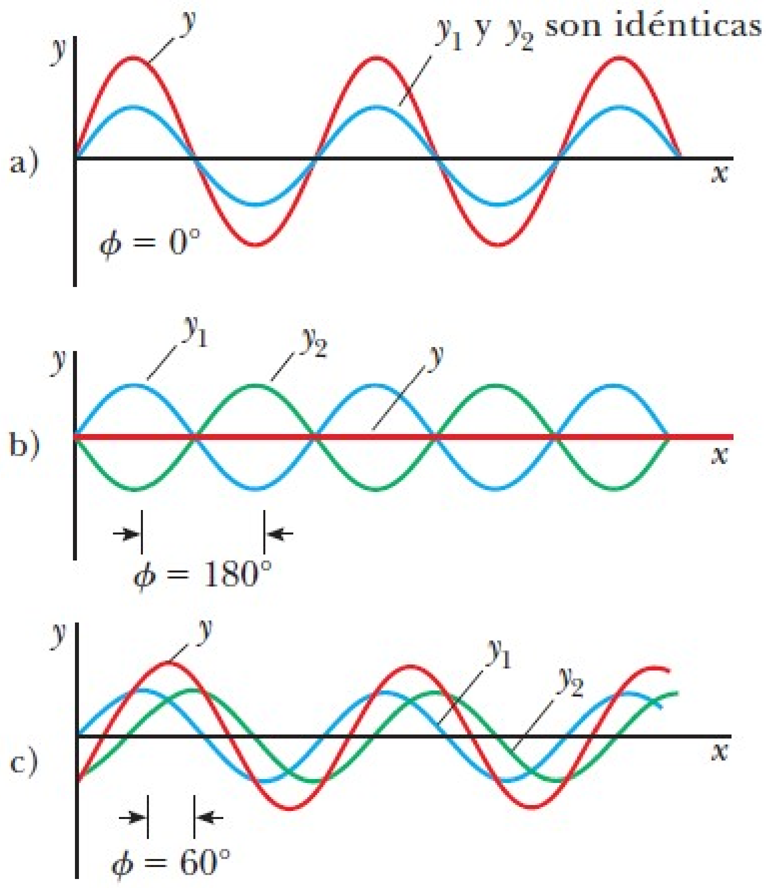
La onda resultante ***y*** también es sinusoidal, tiene la misma frecuencia y longitud de onda que las ondas individuales (tiene los mismos valores de *k y ω) y su fase* es *φ*/2
La amplitud de la onda resultante es 2*A cos(φ/2)*.
En función de la diferencia de fase se obtienen distintos resultados:

$$\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) = \pm 1 \ si\ \Phi = 2n\pi \ \ (n = 0,1,2 \ldots)$$

$$\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) = 0 \ si\ \Phi = (2n+1)\pi \ \ (n = 0,1,2 \ldots)$$

# SUPERPOSICIÓN DE ONDAS SINUSOIDALES

$$y = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\ \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$




Superposición de dos ondas idénticas $y_1$ *e* $y_2$ *(azul y verde, respectivamente) para producir* una onda resultante (rojo).

a) Cuando $y_1$ *e* $y_2$ *están en fase, el resultado es* ***interferencia constructiva****.*

b) Cuando $y_1$ *e* $y_2$ *está* $\pi$ *radianes fuera de fase, el resultado es* ***interferencia destructiva.***

*c) Cuando el á*ngulo de fase tiene un valor distinto de 0 o $\pi$ radianes, la onda resultante *y cae en alguna parte entre* los extremos que se muestran en a) y b).

# EFECTOS DE LOS LÍMITES

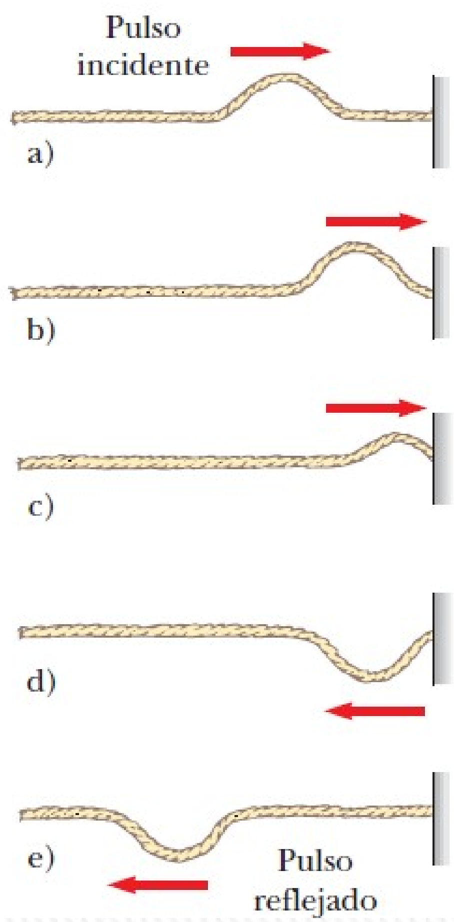
Cuando una onda encuentra un límite (punto en el que el medio varía), parte de la onda es reflejada, y parte es absorbida o es transmitida, lo cual depende de la naturaleza del límite.

Veremos dos tipos para el caso de una cuerda: **extremo totalmente fijo o libre** para moverse transversalmente, en ambos casos la onda se refleja casi totalmente, porque el sistema casi no pierde energía.

## EXTREMO FIJO: REFLEXIÓN INVERTIDA

Pulso viaja en **cuerda rígidamente unida a soporte en un extremo:** experimenta una **reflexión;** se mueve de regreso a lo largo de la cuerda en sentido opuesto y en forma ***invertida.***

Al llegar el pulso al extremo fijo de la cuerda, ésta produce una fuerza hacia arriba sobre el soporte, pero por la 3era.ley de Newton, el soporte ejerce sobre la cuerda una fuerza de reacción de igual magnitud y con dirección opuesta (hacia abajo), que origina que el pulso se invierta en la reflexión.




El pulso reflejado es la imagen especular invertida: la forma y la longitud de onda permanecen invariables.
La velocidad de fase no cambia.

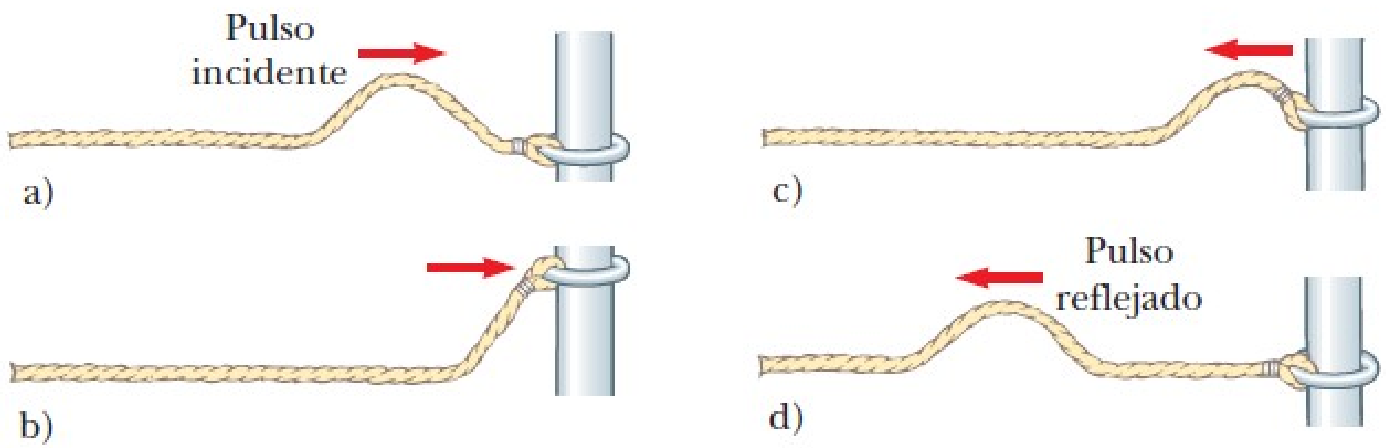
**Simulación PHET:** https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_es.html

# EFECTOS DE LOS LÍMITES

## EXTREMO LIBRE: REFLEXIÓN NO INVERTIDA

Al llegar el pulso al final de la cuerda es libre de moverse verticalmente.
La tensión en el extremo libre se mantiene porque la cuerda está atada a un anillo de masa despreciable que tiene libertad para deslizarse verticalmente sobre un poste uniforme sin fricción.
El **pulso se refleja, pero NO se invierte.**

Cuando llega al poste, el pulso ejerce una fuerza sobre el extremo libre de la cuerda, lo que hace que el anillo acelere hacia arriba. El anillo se eleva tan alto como el pulso entrante, y luego la componente hacia abajo de la fuerza de tensión jala el anillo de vuelta hacia abajo: este movimiento del anillo produce un pulso reflejado que no se invierte y que tiene la misma amplitud que el pulso entrante.




Reflexión de un pulso viajero en el extremo libre de una cuerda estirada. El pulso reflejado no está invertido.

# ONDAS ESTACIONARIAS

Interferencia de dos ondas idénticas que viajan en direcciones opuestas en el mismo medio (dos ondas sinusoidales transversales con igual amplitud, frecuencia y longitud de onda, pero con velocidades opuestas)

$y_1 = A \text{ sen } (kx - \omega t)$ $y_2 = A \text{ sen } (kx + \omega t)$

Al sumar estas dos funciones obtenemos la función resultante y:

$y = y_1 + y_2 = A \text{ sen } (kx - \omega t) + A \text{ sen } (kx + \omega t)$

Usando la identidad trigonométrica: $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$$\mathbf{y = (2A \text{ sen}(kx)) \cos (\omega t)}$$

Representa la función de onda de una **onda estacionaria.**

**Onda estacionaria:** patrón de oscilación *con un contorno estacionario que resulta de la superposición de dos ondas idénticas* que viajan en direcciones opuestas

La ecuación no contiene una función de *kx -ωt.*

*Por lo tanto, no es* una expresión para una sola onda progresiva.

**ANIMACIÓN 2:**

https://www.walter-fendt.de/html5/phes/standingwavereflection_es.htm

# ONDAS ESTACIONARIAS

**y = (2A sen(kx)) cos (ωt)**

Cada elemento oscila con MAS con la misma frecuencia angular ω.
La amplitud del MAS de un elemento (2*A sen(kx), depende de la ubicación x del elemento en el medio (efecto de modulación)*

La amplitud del MAS de un elemento del medio tiene un mínimo de cero cuando:
*sen(kx) = 0, es decir, cuando kx= 0, π, 2π, 3π…*

*Como k= 2π/λ, estos valores de kx generan:*

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda \ldots = \frac{n\lambda}{2} \quad con \;\; n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Estos puntos corresponden a los **nodos**.

El elemento del medio, con el mayor desplazamiento posible desde el equilibrio tiene una amplitud 2A, que se define como la amplitud de la onda estacionaria.

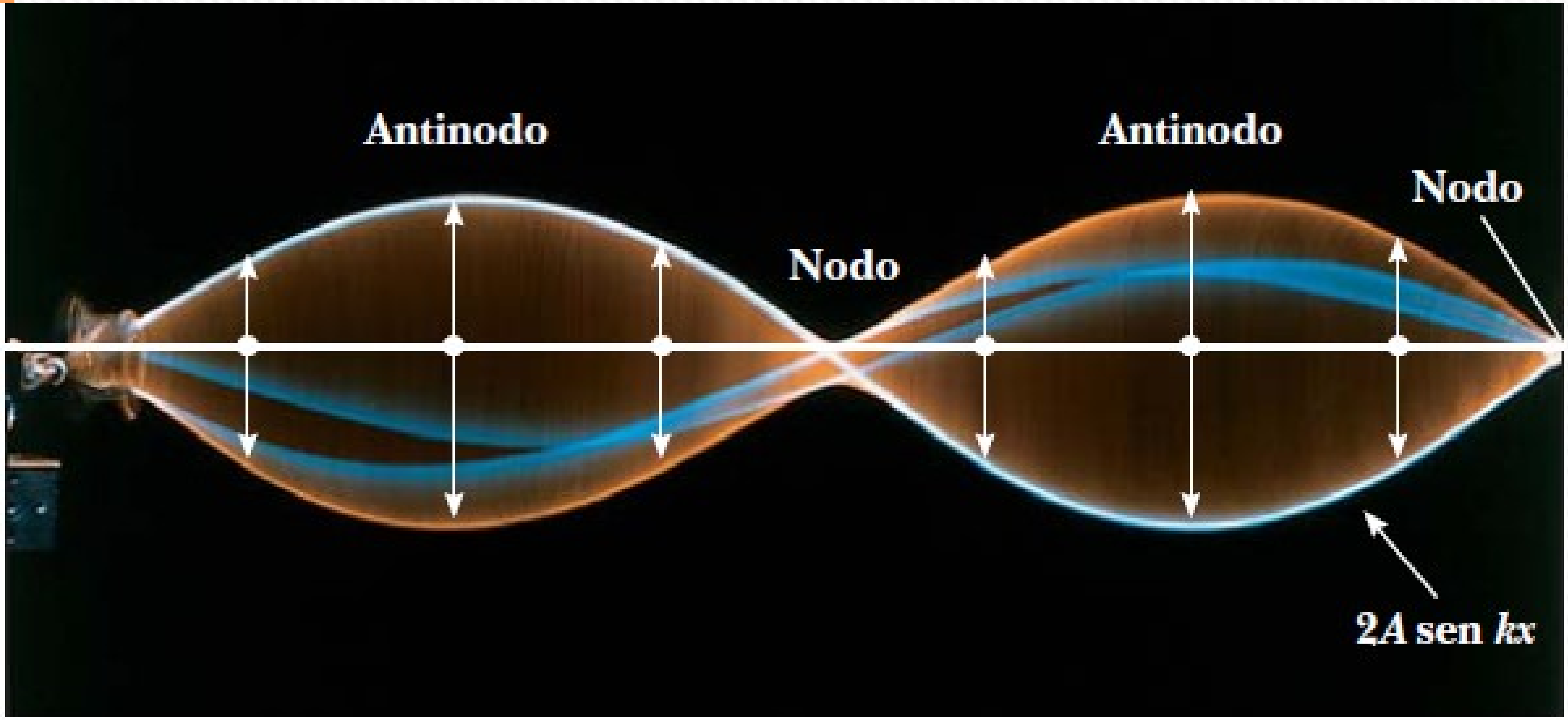
Estos puntos corresponden a los **antinodos.**

Estos puntos satisfacen la condición: sen(kx) = ±1 es decir cuando:

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \ldots$$

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots = \frac{(2n-1)}{4}\lambda \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

# ONDAS ESTACIONARIAS




Fotografía múltiple de una onda estacionaria en una cuerda. El comportamiento temporal del desplazamiento vertical desde el equilibrio de un elemento individual de la cuerda se conoce por Cos ω*t. Es decir, cada elemento vibra con una frecuencia angular ω. La amplitud de la oscilación vertical* de cualquier elemento de la cuerda depende de la posición horizontal del elemento. Cada elemento vibra dentro de los confines de la función envolvente 2*A sen kx.*

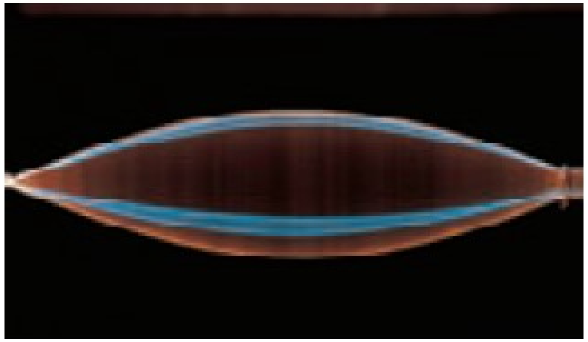
Distancia entre antinodos adyacentes es igual a λ/2.
Distancia entre nodos adyacentes es igual a λ /2.
Distancia entre un nodo y un antinodo adyacente es λ/4.

**Animación:** https://www.educaplus.org/game/ondas-estacionarias

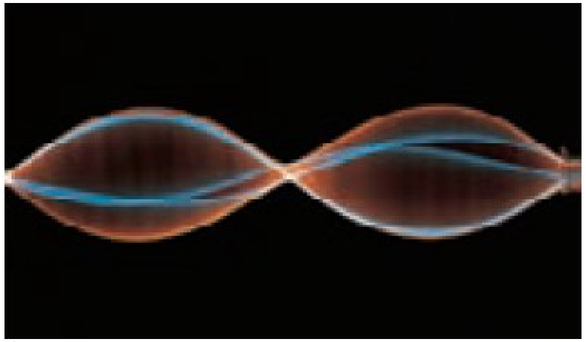
# ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA

**15.23** *a*) a *d*) Exposiciones sucesivas de ondas estacionarias en una cuerda estirada. De *a*) a *d*), aumenta la frecuencia de oscilación del extremo derecho, en tanto que disminuye la longitud de onda de la onda estacionaria. *e*) Los extremos del movimiento de la onda estacionaria de *b*), con nodos en el centro y en los extremos. El extremo derecho de la cuerda se mueve muy poco en comparación con los antinodos, así que es prácticamente un nodo.

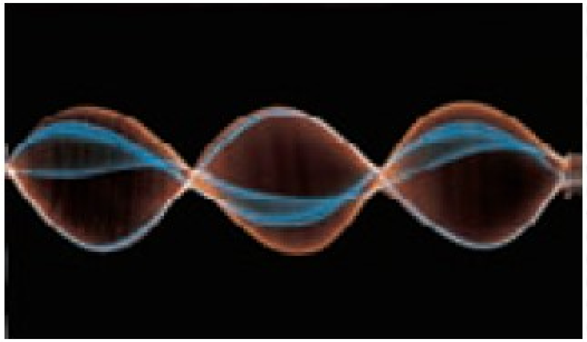
*a*) La cuerda tiene media longitud de onda.



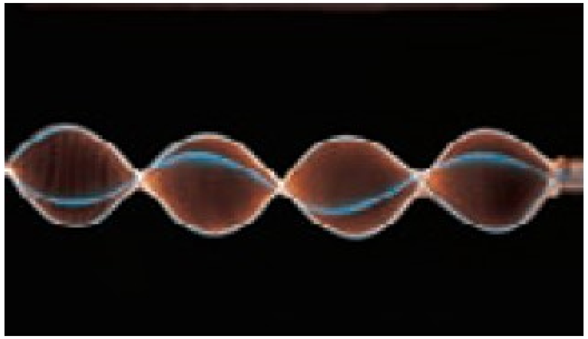
*b*) La cuerda es de una longitud de onda.



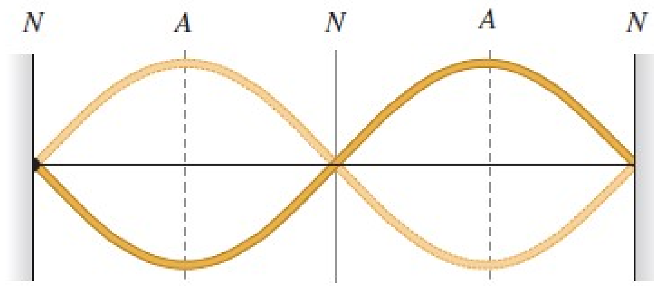
*c*) La cuerda es de una y media longitudes de onda.



*d*) La cuerda es de dos longitudes de onda.



*e*) La forma de la cuerda en *b*) en dos instantes diferentes.

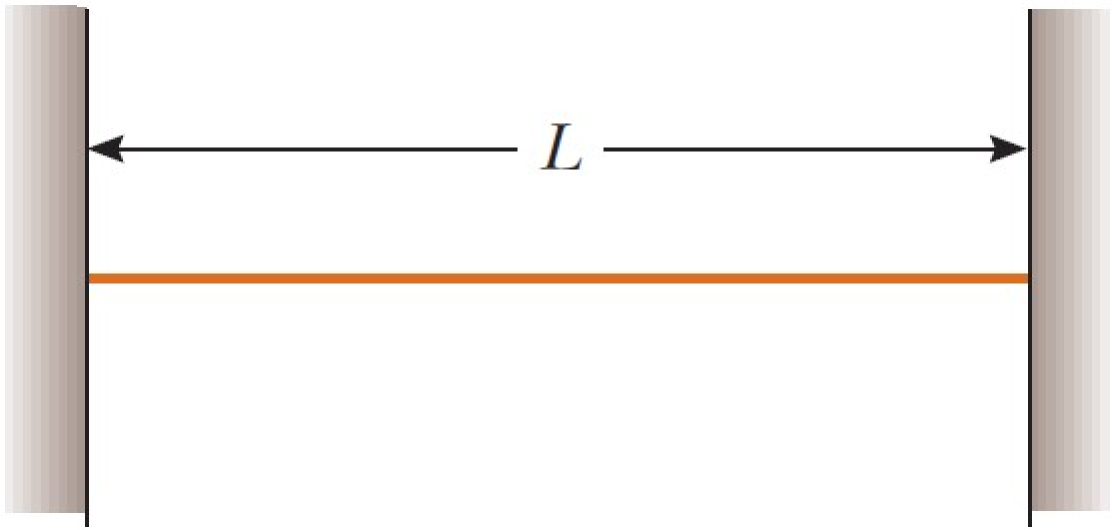



*N* = **nodos**: puntos donde la cuerda nunca se mueve

*A* = **antinodos**: puntos donde la amplitud del movimiento de la cuerda es máximo

Observar que: a) hay un $\lambda/2$; b) hay dos $\lambda/2$; c) hay tres $\lambda/2$; d) hay cuatro $\lambda/2$…

# ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS




Cuerda de longitud *L fija en ambos extremos:* modelo p/ cuerda de guitarra o piano.

Se establecen ondas estacionarias por la superposición continua de ondas incidentes y reflejadas desde los extremos.

Existe una **condición frontera**: los extremos están fijos tienen desplazamiento cero (son nodos), por lo que la cuerda tiene un número de patrones de oscilación naturales discretos, llamados **modos normales (con una frecuencia característica) .**

Sólo se permiten ciertas frecuencias de oscilación: **cuantización.**

# MODOS NORMALES DE UNA CUERDA

Cuando se pulsa una cuerda de guitarra, se produce una onda en ella; que se refleja una y otra vez en los extremos de la cuerda, formando una onda estacionaria. Ésta, a la vez, produce una onda sonora en el aire, cuya frecuencia está determinada por las propiedades de la cuerda.

Si una cuerda de longitud L está fija en ambos extremos, solamente puede existir una onda estacionaria si su longitud de onda satisface esta ecuación

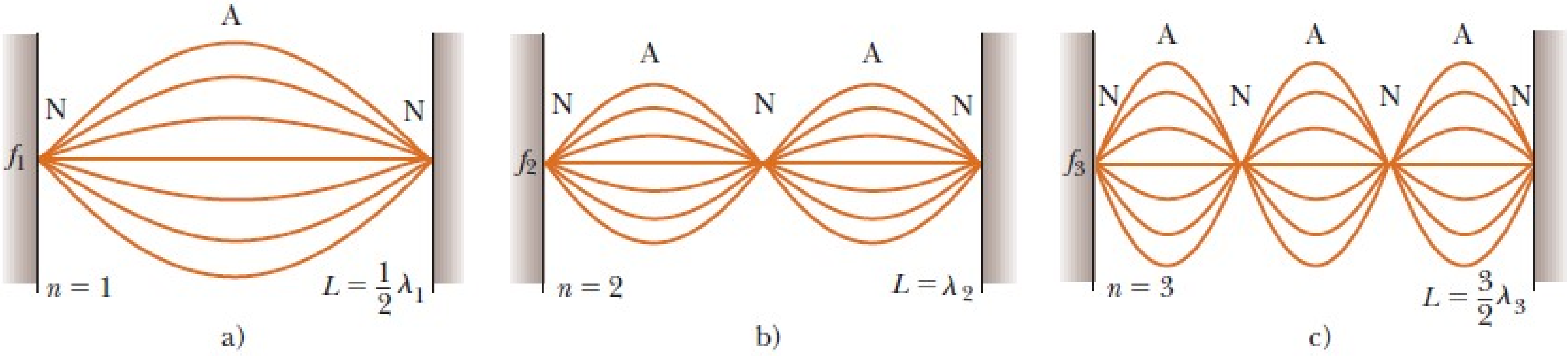
$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

Como los nodos están separados $\lambda/2$, si la longitud de la cuerda es L, se debe cumplir que:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad \text{(cuerda fija en ambos extremos)}$$

Pueden existir ondas en la cuerda si la longitud de onda no es igual a uno de estos valores; sin embargo, no puede haber un patrón de onda estacionaria con nodos y antinodos, y la onda total no puede ser estacionaria.

# ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS




**Modos de oscilación normales**:

**1er. modo normal**: nodos en sus extremos y un antinodo en medio (hay 1 bucle): $\lambda_1 = 2L$.

2do.modo normal la cuerda vibra en dos bucles. $\lambda_2 = L$.

*3er. modo normal* $\lambda_3 = 2L/3$ *y la cuerda vibra en tres bucles.*

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1,2,3\ldots$$

**Frecuencias naturales ($f_n$)** asociadas con los modos de oscilación ($f = v/\lambda$) *donde la rapidez de onda v es la misma para todas las frecuencias.*

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2L}n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Frecuencia fundamental

## ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS

Las frecuencias de los modos restantes son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental: $f_n = n.f_1$

$$f_1 = \frac{v}{2L} \qquad f_n = n\frac{v}{2L}$$

Forman una **serie armónica, los modos normales se llaman armónicos.**

**La frecuencia fundamental *$f_1$* *es la frecuencia del primer armónico,***
*$f_2 = 2f_1$ es la frecuencia del segundo armónico*
*y la frecuencia $f_n = nf_1$ es la frecuencia* del *n–ésimo armónico.*

Estas frecuencias se conocen como **armónicos**, y la serie es una **serie armónica**. Y a $f_2$,$f_3$, etc.: **sobretonos**;
$f_2$ es el 2do. armónico o 1er. sobretono, $f_3$ es el 3er. armónico o 2do. sobretono, y así sucesivamente

**ANIMACIÓN:**
https://www.educaplus.org/game/vibracion-de-una-cuerda-de-extremos-fijos