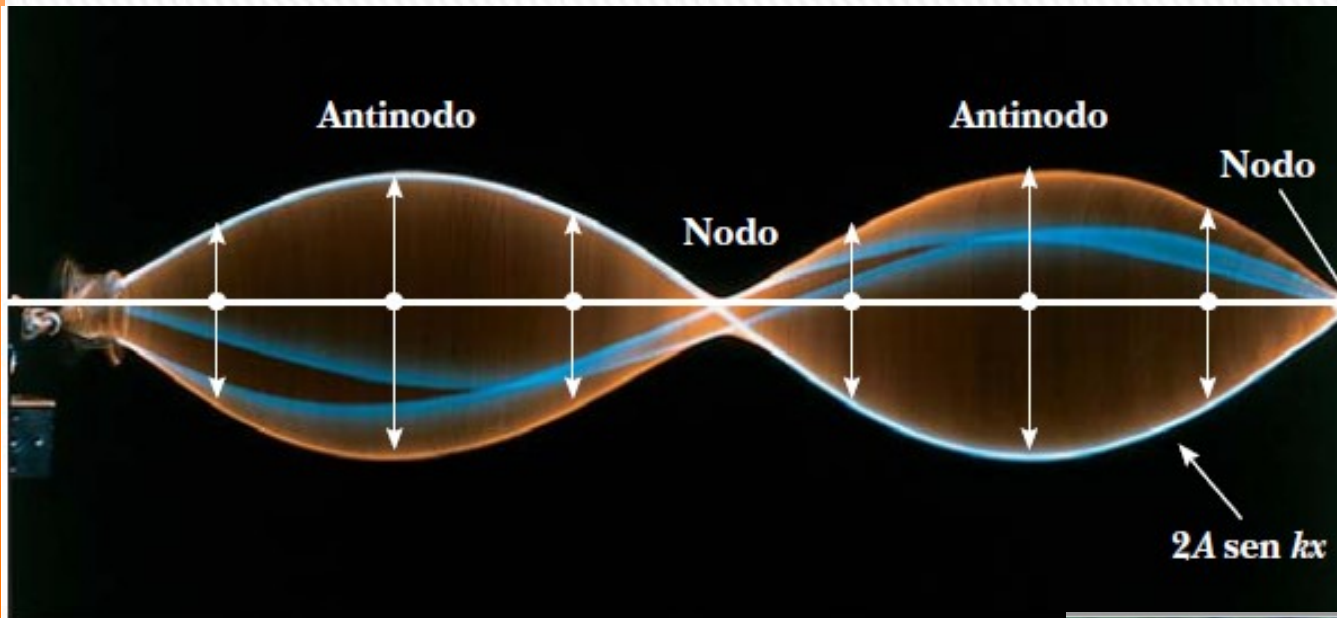


# 17-MOVIMIENTO ONDULATORIO Y SONIDO



## Repaso de lo visto anteriormente

**Ondas:** perturbación del estado de equilibrio de un sistema, la cual se *propaga* de una región del sistema a otra, transportando energía.

**Ondas mecánicas:** las que viajan por un material (*medio*). No todas las ondas son mecánicas.

- La perturbación se *propaga por el medio con una rapidez definida llamada rapidez de propagación* o rapidez de la onda o de fase ( $v$ ),
- El medio mismo no viaja en el espacio.
- *Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento, pero no materia, de una región a otra.*

*Ondas transversales y longitudinales, pulsos y trenes de onda.*

Ecuación de onda plana unidimensional

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Función de onda:  $y(x, t) = f(x \pm vt)$

**Sentido de propagación:** signo de “-” hacia las  $x$  positivas, signo de “+” hacia las  $x$  negativas.



# Repaso de lo visto anteriormente

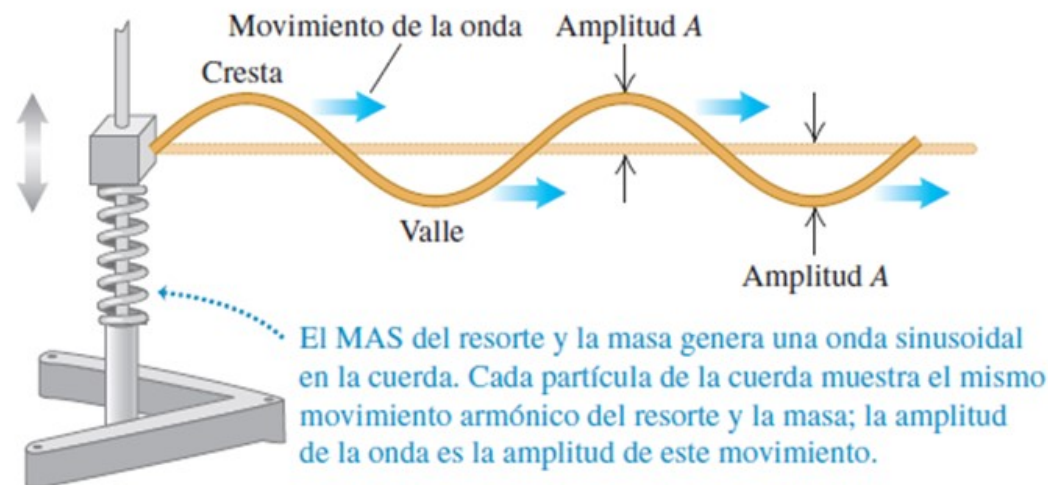
$$y(x, t) = f(x \pm vt)$$

La función  $y$ , se llama **función de onda**, depende de las dos variables  $x$  y  $t$ , y se escribe  $y(x, t)$ .

La función de onda  $y(x, t)$  representa la coordenada  $y$ , posición transversal, de cualquier elemento ubicado en la posición  $x$  en cualquier tiempo  $t$ .

Además si  $t$  es fijo (como en el caso de tomar una instantánea del pulso), la función de onda  $y(x)$ , a veces llamada **forma de onda**, define una curva que representa la forma geométrica del pulso en dicho tiempo.

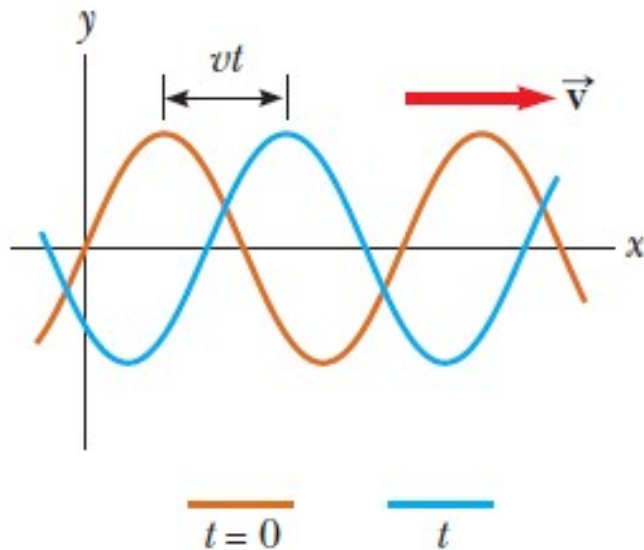
## Ondas transversales periódicas



Ejemplo: excitación de la cuerda mediante movimiento hacia arriba y hacia abajo con un **MAS de amplitud  $A$ , frecuencia  $f$** : la onda producida es una sucesión simétrica de *crestas* y *valles* transversales:

**onda progresiva sinusoidal**

## Repaso de lo visto anteriormente



La forma de onda completa se mueve hacia la derecha: **movimiento de la onda ( $y(x-vt)$ )**.

Si vemos un elemento del medio (por ejem.  $x=0$ ) se tiene que cada elemento se mueve hacia arriba y hacia abajo a lo largo del eje  $y$  en un MAS: **movimiento de los elementos del medio.**

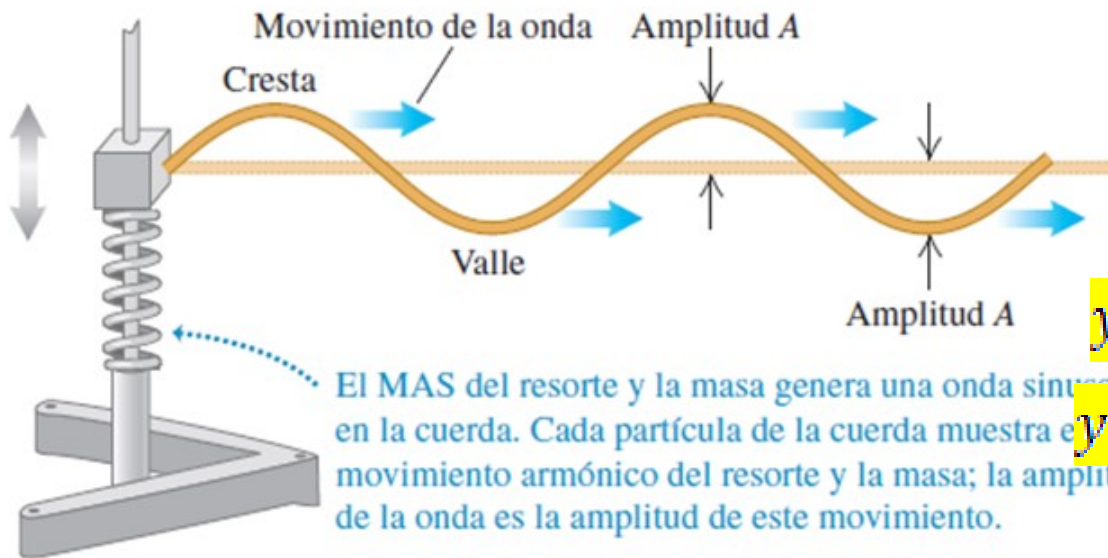
No se debe confundir el movimiento de la onda transversal a lo largo de la cuerda con el de una partícula de la cuerda.

La onda avanza con rapidez constante  $v$  a lo largo de la cuerda; mientras que el movimiento de la partícula es armónico simple y transversal (perpendicular) a la longitud de la cuerda con una velocidad dada por

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t}$$



# Repaso de lo visto anteriormente



El MAS del resorte y la masa genera una onda sinusoidal en la cuerda. Cada partícula de la cuerda muestra el mismo movimiento armónico del resorte y la masa; la amplitud de la onda es la amplitud de este movimiento.

**Onda transversal periódica:**  
en una cuerda tensa.  
Expresiones correspondientes a una onda transversal periódica:

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \varphi')$$

**Parámetros:** frecuencia ( $f$ ), periodo ( $T$ ), velocidad ( $v$ ), longitud de onda ( $\lambda$ ), amplitud ( $A$ ); número de onda ( $k$ ), constante de fase ( $\varphi$ )

**Velocidad de la onda** es  $v = \lambda/T = \lambda \cdot f$        $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

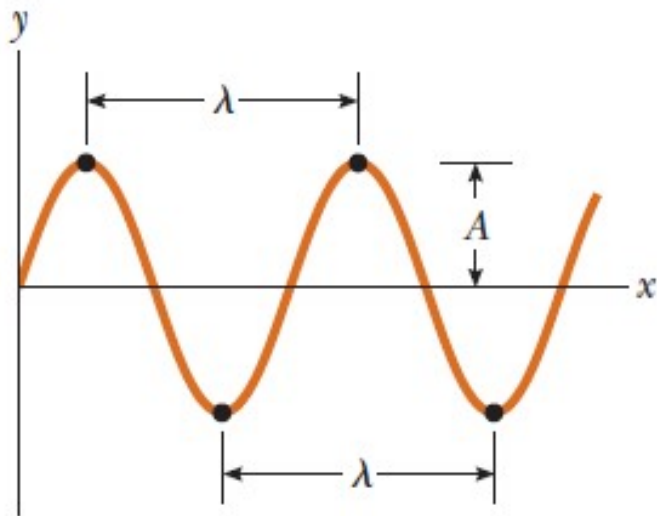
Cuando una **onda sinusoidal** pasa a través de un medio, todas las partículas del medio experimentan movimiento armónico simple con la misma frecuencia.

$$y(x, t) = A \cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right) = A \cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right) = A \cos(kx - \omega t)$$

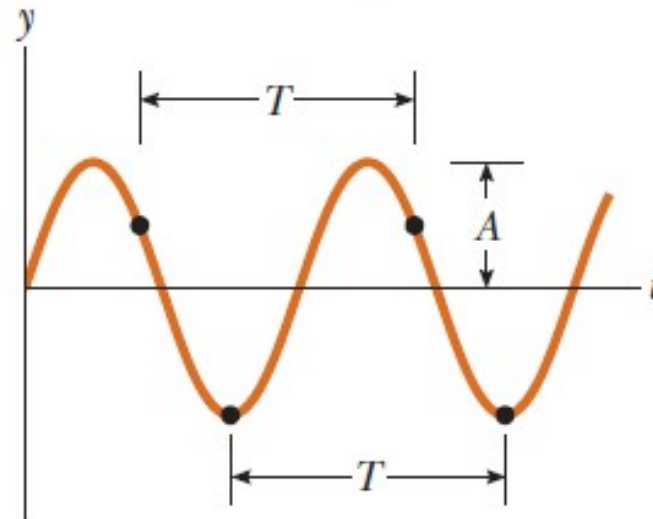


$$y(x, t) = A \cos\left[\omega\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A \cos\left[2\pi f\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right] = A \cos(kx + \omega t)$$

# Repaso de lo visto anteriormente



a)



b)

Parámetros en la visualización espacial (x-y) y temporal (t - y)

**Velocidad transversal y aceleración transversal:** son las correspondientes a cada elemento de la cuerda en su movimiento vertical, según el eje y.

$$\text{Si: } y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \varphi) \quad v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \pm \omega A \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$\text{Si: } y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \varphi) \quad v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \mp \omega A \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$$

**Velocidad de propagación de una onda en una cuerda:**

F es la tensión de la cuerda y  $\mu$  la densidad de masa lineal (m/L)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

# Repaso de lo visto anteriormente

## INTERFERENCIA DE ONDAS

**Interferencia:** fenómeno en el que dos o más ondas se superponen para formar una onda resultante. Se cumple el principio de superposición o linealidad:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

### SUPERPOSICIÓN DE ONDAS SINUSOIDALES

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

### EFFECTO DE LOS LÍMITES

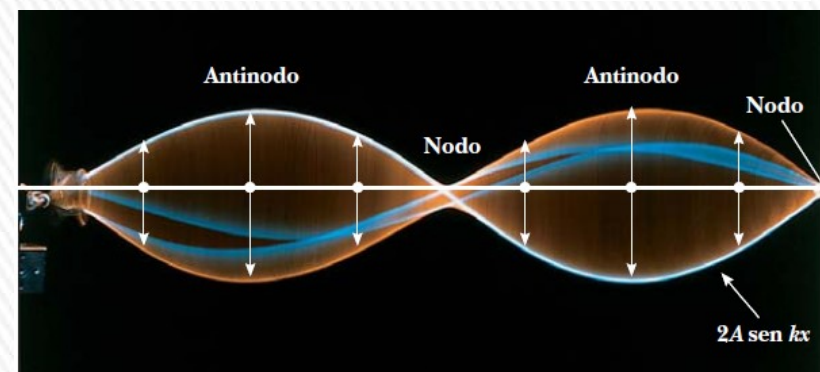
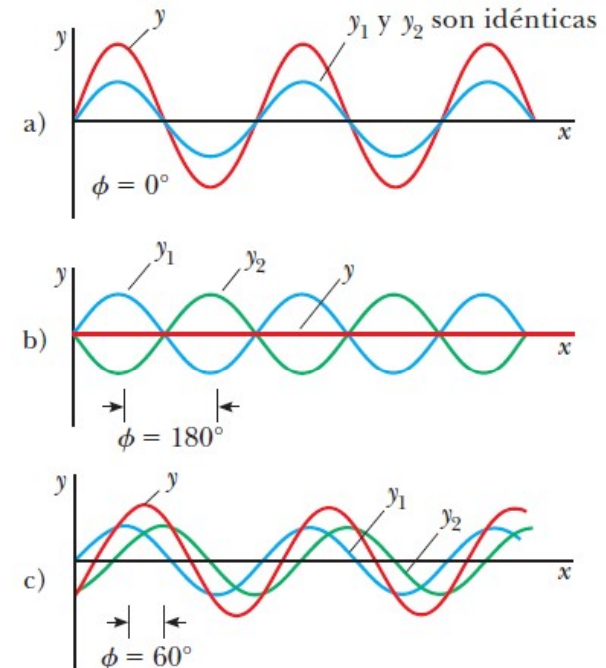
**Extremo FIJO:** reflexión **INVERTIDA**

**Extremo LIBRE:** reflexión **NO INVERTIDA**

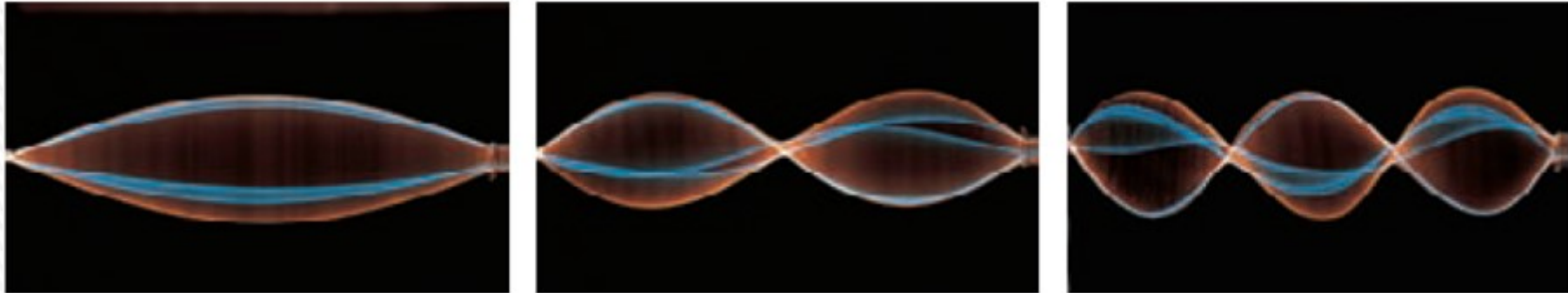
### ONDAS ESTACIONARIAS

Interferencia de dos ondas idénticas que viajan en direcciones opuestas en el mismo medio:  $y_1 = A \sin(kx - \omega t)$   $y_2 = A \sin(kx + \omega t)$

$$y = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$



## Repaso de lo visto anteriormente



Ondas estacionarias en una cuerda estirada: al aumentar la frecuencia de oscilación disminuye la longitud de onda...

Cuerda de longitud  $L$  fija en ambos extremos: se establecen ondas estacionarias por la superposición continua de ondas incidentes y reflejadas desde los extremos. Existe una **condición frontera**: los extremos están fijos tienen desplazamiento cero (son nodos), por lo que la cuerda tiene un número de patrones de oscilación naturales discretos, llamados **modos normales (con una frecuencia característica)**.

Sólo se permiten ciertas frecuencias de oscilación: **cuantización**.

Solamente puede existir una onda estacionaria si su longitud de onda satisface:

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

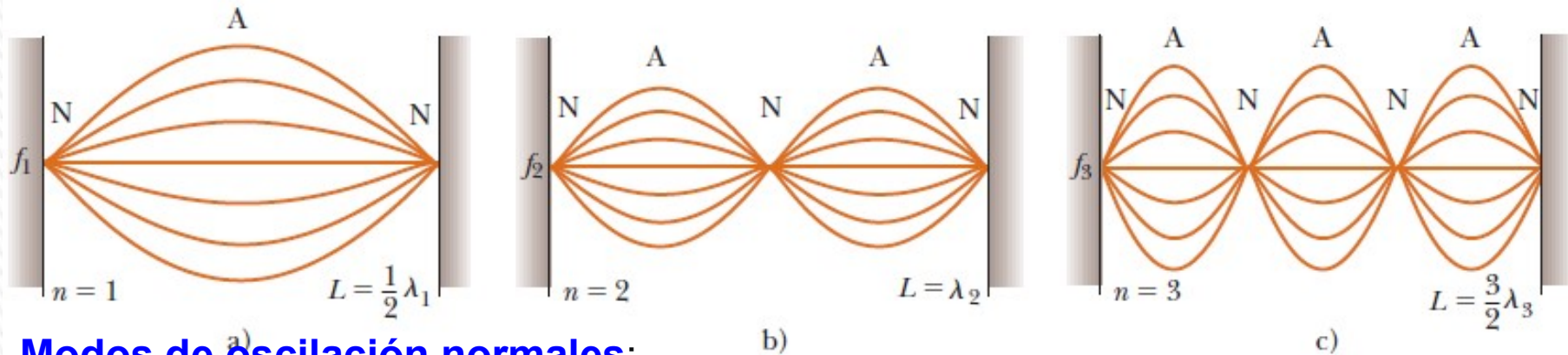
$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (\text{cuerda fija en ambos extremos})$$

Pueden existir ondas en la cuerda si la longitud de onda no es igual a uno de estos valores; sin embargo, no puede haber un patrón de onda estacionaria con  $n$  nodos y antinodos, y la onda total no puede ser estacionaria.



# Repaso de lo visto anteriormente

## ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS



**Modos de oscilación normales:**

**1er. modo normal:** 2 nodos en extremos y 1 antinodo en medio (1 bucle):  $\lambda_1 = 2L$ .

**2do. modo normal:** cuerda vibra en dos bucles.  $\lambda_2 = L$ .

**3er. modo normal**  $\lambda_3 = 2L/3$ ; cuerda vibra en 3 bucles.

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

**Frecuencias naturales ( $f_n$ )** asociadas con los modos de oscilación ( $f = v/\lambda$ ) donde la rapidez de onda  $v$  es la misma para todas las frecuencias.

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Frecuencia fundamental

Frecuencias modos restantes: son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental:

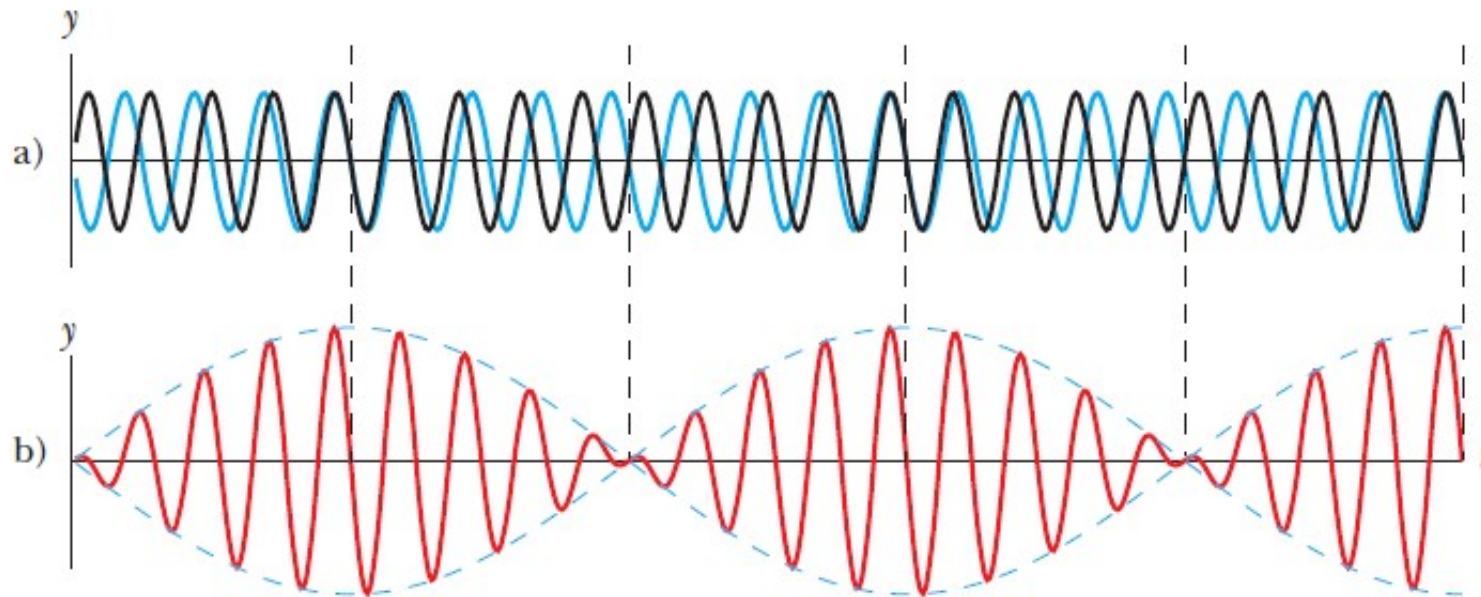
$$f_n = n \cdot f_1 \quad f_1 = \frac{v}{2L} \quad f_n = n \frac{v}{2L}$$

Forman una **serie armónica**, los **modos normales se llaman armónicos**.

# PULSACIONES O BATIDOS

Veamos otro tipo de interferencia, uno que resulta de la superposición de dos ondas que tienen frecuencias ligeramente distintas.

**Batido** o **pulsación**: **variación periódica en intensidad en un punto dado debido a la superposición de dos ondas que tienen frecuencias ligeramente diferentes.** Es una interferencia temporal y no espacial.



- a) Ondas individuales.
- b) Onda combinada.

La **onda envolvente** (línea punteada) representa el **batido** de los sonidos combinados.

**ANIMACIÓN:** [https://www.walter-fendt.de/html5/phes/beats\\_es.htm](https://www.walter-fendt.de/html5/phes/beats_es.htm)

# PULSACIONES O BATIDOS (BATIMIENTOS)

Dos ondas de igual amplitud que viajan a través de un medio con frecuencias ligeramente diferentes  $f_1$  y  $f_2$  y elijo un punto de modo que  $kx = \pi/2$ :

$$y_1 = A \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_1 t\right) = A \cos(2\pi f_1 t) \quad y_2 = A \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_2 t\right) = A \cos(2\pi f_2 t)$$

La onda resultante vale:  $y = y_1 + y_2 = A[\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)]$

Usando la relación trigonométrica:  $\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

Resulta:  $y = \left[2A \cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right] \cos 2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t$

**Onda resultante:** una frecuencia efectiva igual a la **frecuencia promedio**  $(f_1 + f_2)/2$  *multiplicada por una **onda envolvente**:*

$$y_{\text{envolvente}} = 2A \cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t$$

Hay un máximo en la amplitud siempre que:  $\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t = \pm 1$

Como hay *dos máximos en cada periodo de la onda envolvente* y como la amplitud varía con la frecuencia como  $(f_1 - f_2)/2$ , el número de batidos por segundo, o la

**frecuencia de batido**  $f_{\text{batido}}$  es el doble de este valor.

$$f_{\text{batido}} = |f_1 - f_2|$$

## PULSACIONES O BATIDOS (BATIMIENTOS)

**En resumen:** La superposición de ondas de frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  muy cercanas entre sí produce un fenómeno particular denominado **pulsación (o batido)**.

Para el sonido, nuestro sistema auditivo no es capaz de percibir separadamente las dos frecuencias presentes, sino que se percibe una frecuencia única promedio  $(f_1 + f_2)/2$ , pero que cambia en amplitud a una frecuencia de  $f_2 - f_1$ .

**Ejemplo:** si superponemos dos ondas senoidales de 300 Hz y 304 Hz, nuestro sistema auditivo percibirá un único sonido cuya frecuencia corresponde a una onda de 302 Hz y cuya amplitud varía con una frecuencia de 4 Hz (es decir, cuatro veces por segundo).



## EJEMPLO: Ejercicio 4.1.9

La frecuencia fundamental de una cuerda con extremos fijos es de 100 Hz y la velocidad de la onda es de 300 m/s.

- a) ¿Cuál es la longitud de onda de la frecuencia fundamental?
- b) ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

La velocidad de la onda está dada por:  $v = f \cdot \lambda = f_1 \cdot \lambda_1$  con  $f = f_1$  la frecuencia fundamental y  $\lambda_1$  la longitud de onda correspondiente a la frecuencia fundamental.

$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{300}{100} = 3,00 \text{ m}$$

Como  $\lambda_1 = 2L$ , se deduce que  $L = 1,50 \text{ m}$



## EJEMPLO: Ejercicio 4.1.11

Un alambre de acero de 25,0 g de masa y 1,35 m de longitud se coloca en un bajo de tal modo que la distancia desde el peine hasta el puente es de 1,10 m.

- Calcule la densidad lineal de la cuerda.
- ¿Qué velocidad de onda sobre la cuerda producirá la frecuencia fundamental deseada de la cuerda de Mi, 41,2 Hz?
- Calcule la tensión requerida para obtener la frecuencia apropiada.
- Calcule la longitud de onda de la vibración de la cuerda.
- ¿Cuál es la longitud de onda del sonido producido en el aire? (Suponga que la velocidad del sonido en el aire es de 343 m/s.)

a) La densidad de masa lineal vale:  $\mu = \frac{m}{L'} = \frac{0,025 \text{ kg}}{1,35 \text{ m}} = 0,0185 \text{ kg/m}$

**$\mu = 0,0185 \text{ kg/m} = 18,5 \text{ g/m}$**

b)  $f_1 = 41,2 \text{ Hz}$

La longitud efectiva vale:  $L = 1,10 \text{ m}$ .

La longitud de onda para la frecuencia fundamental vale:

$$\lambda_1 = 2L = 2(1,10) = 2,20 \text{ m}$$

Por tanto la velocidad de la onda debe valer:

$$v = f \cdot \lambda = f_1 \cdot \lambda_1 = (41,2) (2,20) = 90,64 \text{ m/s}$$

**$v = 90,6 \text{ m/s}$**

c) Como  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  resulta  $F = \mu v^2 = (0,0185) (90,64)^2 = 152,14 \text{ N}$

**$F = 152 \text{ N}$**

## EJEMPLO: Ejercicio 4.1.11

Un alambre de acero de 25,0 g de masa y 1,35 m de longitud se coloca en un bajo de tal modo que la distancia desde el peine hasta el puente es de 1,10 m.

- Calcule la densidad lineal de la cuerda.
- ¿Qué velocidad de onda sobre la cuerda producirá la frecuencia fundamental deseada de la cuerda de Mi, 41,2 Hz?
- Calcule la tensión requerida para obtener la frecuencia apropiada.
- Calcule la longitud de onda de la vibración de la cuerda.
- ¿Cuál es la longitud de onda del sonido producido en el aire? (Suponga que la velocidad del sonido en el aire es de 343 m/s.)

d) La longitud de onda de la vibración de la cuerda vale  $\lambda_1 = 2,20 \text{ m}$   **$\lambda_1 = 2,20 \text{ m}$**

e) Al cambiar el medio, lo que se mantiene constante es la frecuencia, por tanto la longitud de onda en el aire valdrá:

$$\lambda_{\text{aire}} = \frac{v_{\text{aire}}}{f_1} = \frac{343}{41,2} = 8,3252 \text{ m}$$

**$$\lambda_{\text{aire}} = 8,33 \text{ m}$$**

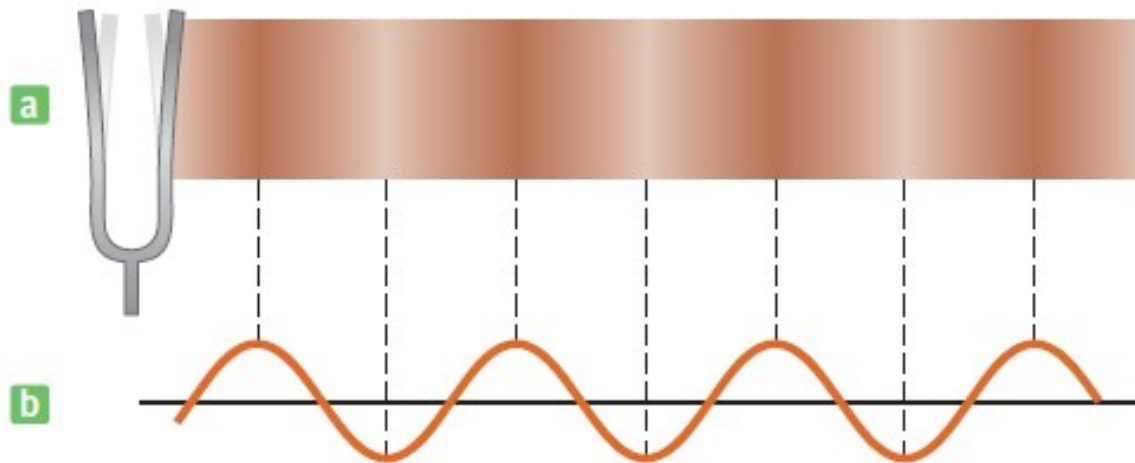


# ONDAS SONORAS

Las **ondas de sonido o acústicas** son el ejemplo más importante de **ondas mecánicas longitudinales**.

Viajan por un medio, por ejemplo el aire, con una rapidez que depende de las propiedades del mismo, haciendo vibrar los elementos del medio produciendo cambios en la densidad y presión en la dirección del movimiento de la onda.

Cualquier onda acústica tiene su fuente en un objeto que vibra: un clarinete por una lengüeta que vibra, un tambor por la vibración del parche tenso en la parte superior, un piano por las cuerdas que vibran y un cantante por la vibración de las cuerdas vocales.



A medida que el diapasón vibra, se forma una sucesión de compresiones y rarefacciones que salen del diapasón.

El patrón resultante en el aire es parecido al de la figura.

Se puede usar una curva sinusoidal para representar una onda acústica. Hay crestas en la onda sinusoidal en los puntos donde la onda acústica tiene compresiones, y depresiones donde tiene rarefacciones.



# ONDAS SONORAS

Si la fuente de las ondas sonoras vibra sinusoidalmente, las variaciones de presión también son sinusoidales.

Descripción matemática de ondas sonoras sinusoidales es muy parecida a las ondas sinusoidales en cuerdas.

**1) Ondas audibles** dentro intervalo sensibilidad oído humano (20 Hz a 20 KHz)

**2) Ondas infrasónicas** frecuencias por abajo del intervalo audible.

Elefantes usan ondas infrasónicas para comunicarse mutuamente, aún cuando estén separados por varios kilómetros.

**3) Ondas ultrasónicas** tienen frecuencias por arriba del alcance audible.

Los perros escuchan el sonido ultrasónico que emite un silbato, para los humanos es imposible detectarlo. Se usan para la formación de imagen médica (ecografías).

**Murciélagos y la ecolocalización-** Son casi ciegos y evitan los obstáculos y localiza sus presas mediante ondas sonoras.

Emite una serie de chillidos de alta frecuencia y detecta el tiempo que demora las ondas en volver después de ser reflejadas por el objeto.

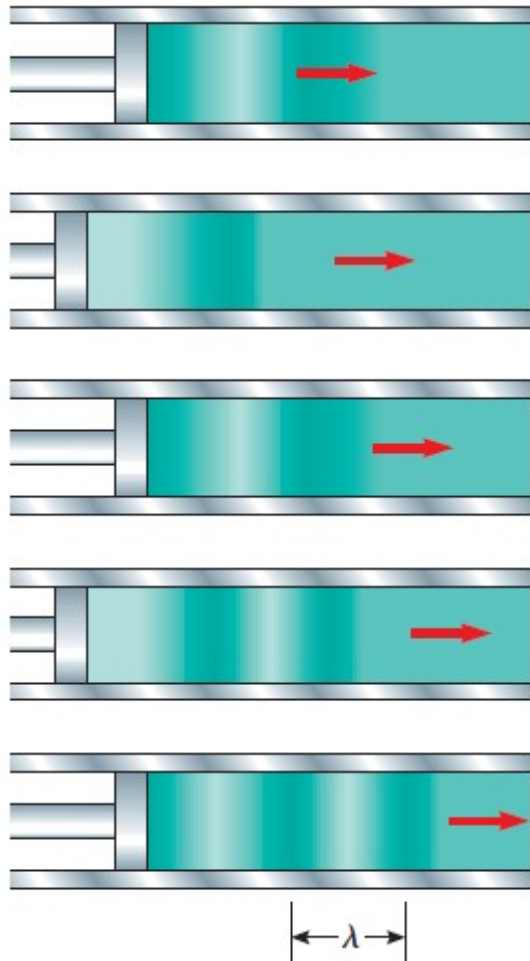
Un murciélago puede detectar sonido a frecuencias de 120 KHz.

La longitud de onda correspondiente vale:  $\lambda = v/f = (340)(120.000 \text{ Hz}) = 2,87 \times 10^{-3} \text{ m}$

**¿Por qué usan frecuencias tan altas y longitudes de ondas tan cortas?**

Una onda sólo puede ser perturbada por objetos comparables a una longitud de ondas o mayores, mientras que objetos más pequeños no originan ninguna perturbación.

# ONDAS SONORAS PERIÓDICAS



Onda sonora periódica unidimensional en tubo con gas, generado por pistón en oscilación en un extremo. Región comprimida se forma cuando el pistón empuja en el tubo, se mueve a través del tubo, y comprime continuamente la región justo enfrente de ella misma. Cuando el pistón retrocede, el gas enfrente de él se expande y la presión y la densidad en esta región caen por abajo de sus valores de equilibrio (**enrarecimiento**). Ambas regiones se mueven a la rapidez del sonido en el medio.

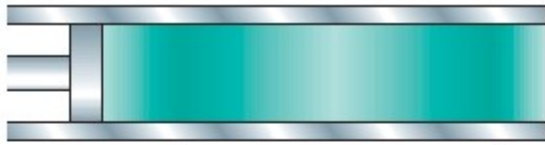
**La distancia entre dos compresiones sucesivas (o dos enrarecimientos sucesivos) es igual a la longitud de onda  $\lambda$  de la onda sonora.**

Cualquier elemento pequeño del medio se mueve con movimiento armónico simple paralelo a la dirección de la onda.

$s(x, t)$  posición de un elemento pequeño en relación con su posición de equilibrio:

$$s(x, t) = s_{max} \cos(kx - \omega t)$$

# ONDAS SONORAS PERIÓDICAS



$$s(x, t) = s_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

Variación en la presión del gas  $\Delta P$  vista desde el valor de equilibrio también es periódica

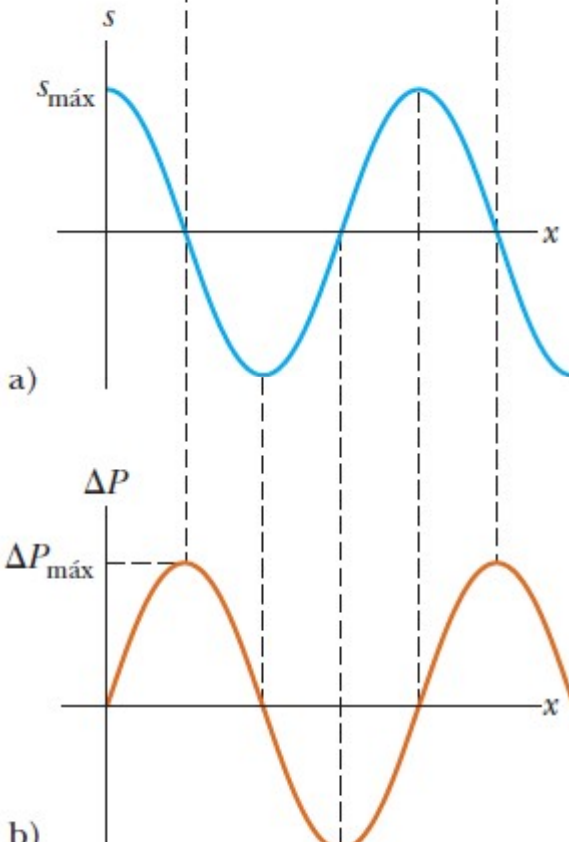
$$\Delta P(x, t) = \Delta P_{\max} \sin(kx - \omega t)$$

la amplitud de presión  $\Delta P_{\max}$ , que es el cambio máximo en presión desde el valor de equilibrio, vale:

$$\Delta P_{\max} = \rho v \omega s_{\max}$$

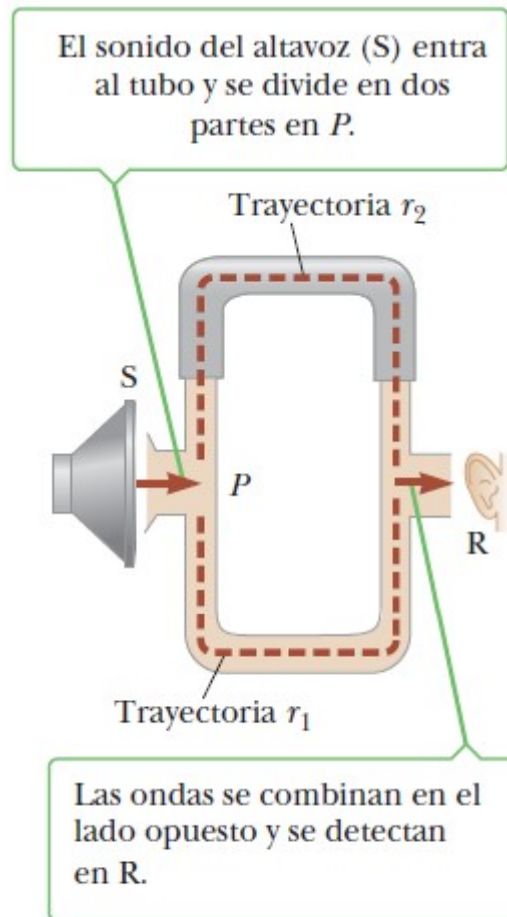
La onda de presión está  $90^\circ$  fuera de fase con la onda de desplazamiento, es decir  $\frac{1}{4}$  de ciclo (es decir un desfase de  $\pi/2$ ).

$\Delta P$  es un máximo cuando el  $s = 0$ ,  
 $s = s_{\max}$  es un máximo cuando  $\Delta P = 0$



- a) Amplitud de desplazamiento y
- b) b) amplitud de presión en función de la posición para una onda longitudinal sinusoidal

# INTERFERENCIA DE ONDAS SONORAS



Las ondas de sonido pueden interferir una con otra. El sonido de un parlante en S se envía a un tubo P, donde se divide y sigue dos trayectorias separadas  $r_1$  y  $r_2$  y finalmente se unen en una abertura donde una persona coloca su oído.

Si las dos trayectorias tienen la misma longitud se produce **interferencia constructiva** y, por lo tanto, la persona escucha un sonido fuerte.

Si la trayectoria superior se ajusta a toda una longitud de onda más larga que la trayectoria inferior, vuelve a ocurrir la interferencia constructiva de las dos ondas.

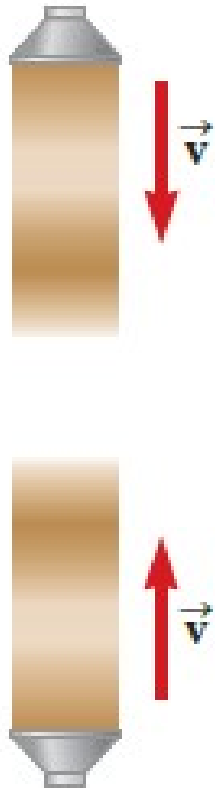
En general, si la diferencia de trayectoria  $r_2 - r_1$  es cero o un múltiplo entero de longitudes de onda, entonces hay **interferencia constructiva**:

$$|r_2 - r_1| = n\lambda \quad (n = 0, 1, 2, 3 \dots)$$

Si en cambio **la diferencia de trayectorias  $r_2 - r_1$  es  $\frac{1}{2}$ ,  $1 \frac{1}{2}$ ,  $2 \frac{1}{2}$ , ... longitudes de onda**, ocurre **interferencia destructiva**: (interferencia destructiva total, y no se detecta sonido en el receptor

$$|r_2 - r_1| = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (n = 0, 1, 2, 3 \dots)$$

## ONDAS ESTACIONARIAS de SONIDO



Supongamos que tenemos dos parlantes y que emiten ondas sonoras de la misma frecuencia y amplitud pero se propagan en sentidos opuestos en el mismo medio.

Estas ondas se combinan de acuerdo con el modelo de ondas en interferencia.

Puedo considerar funciones de onda para dos ondas sinusoidales transversales que tengan la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda pero que viajen en sentidos opuestos en el mismo medio:

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

Como vimos anteriormente, la superposición de estas dos ondas nos da:

$$y = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

Esta ecuación representa la función de onda de una **onda estacionaria**.

Una onda estacionaria, como la de una cuerda, que representa un patrón de oscilación *con un contorno estacionario que resulta de la superposición de dos ondas idénticas* que viajan en sentidos opuestos.

## ONDAS ESTACIONARIAS de SONIDO

Es posible generar ondas estacionarias en un tubo de aire; por ejemplo un tubo de órgano, como resultado de la interferencia entre ondas acústicas que se desplazan en sentidos opuestos.

La relación entre la onda incidente y la onda reflejada depende de que el extremo reflector del tubo esté abierto o cerrado.

Una parte de la onda acústica es reflejada hacia el tubo incluso en un extremo abierto.

Si un **extremo** está **cerrado**, debe existir un **nodo de desplazamiento** en él porque el movimiento de aire está restringido.

Si el **extremo** está **abierto**, los elementos de aire tienen completa libertad de movimiento y existe un **antinodo de desplazamiento**.

**Extremo cerrado** (de columna de aire): es un **nodo de desplazamiento** y **antinodo de presión** (punto de máxima variación de presión).

**Extremo abierto** (de columna de aire): es un **antinodo de desplazamiento** (aproximadamente) y un **nodo de presión** (la presión en este extremo permanece constante a presión atmosférica).

Con las **condiciones frontera** de nodos o antinodos en los extremos de la columna de aire, se tiene un **conjunto de modos normales de oscilación** (como para la cuerda fija en ambos extremos)

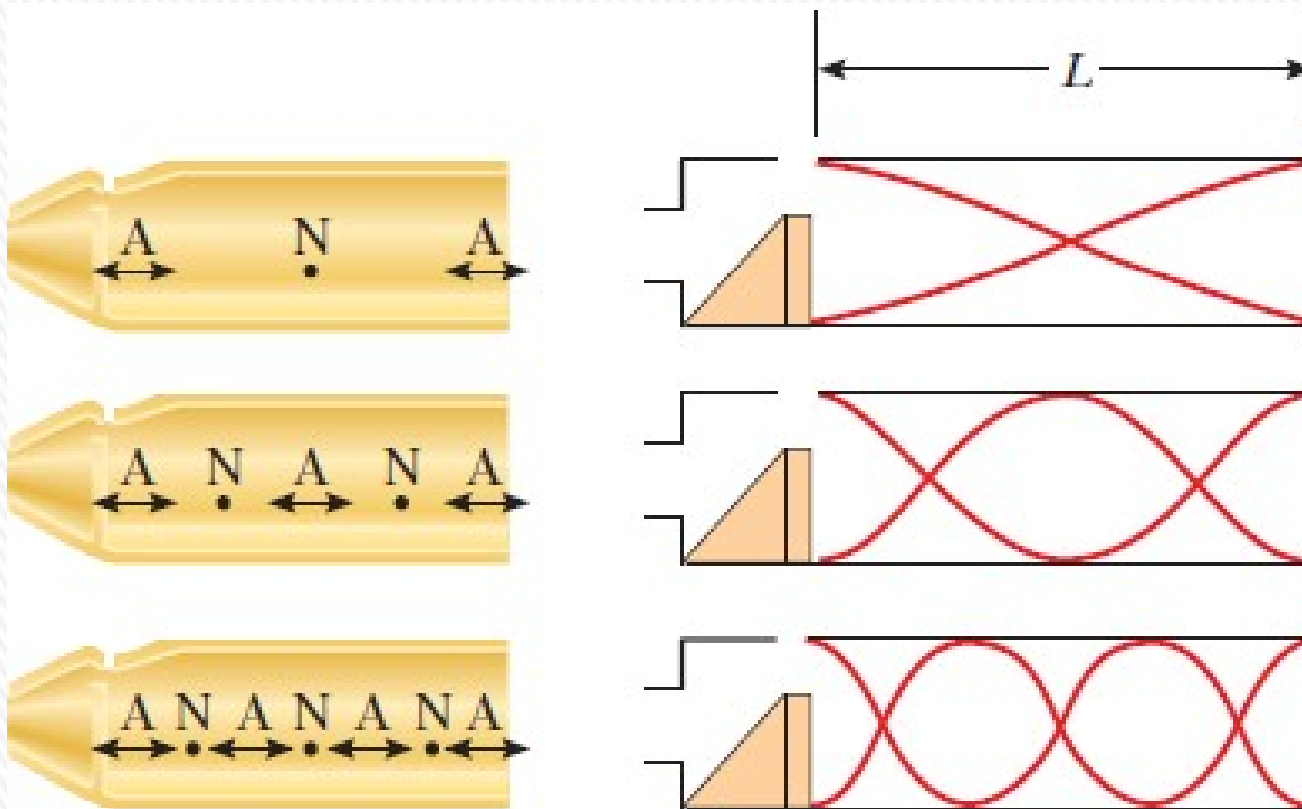
Por lo tanto, la **columna de aire tiene frecuencias cuantizadas**

# ONDAS ESTACIONARIAS EN COLUMNAS DE AIRE

## Tubo abierto en ambos extremos

Si el **extremo está abierto**, los elementos de aire tienen completa libertad de movimiento y existe **un antinodo de desplazamiento**.

Ambos extremos son antinodos de desplazamiento.



**1er. modo normal:**

dos antinodos  
adyacentes  
equivale a media  
longitud de onda:

$$\lambda_1 = 2L = 2L/1$$

**2do. modo normal:**

$$\lambda_2 = L = 2L/2$$

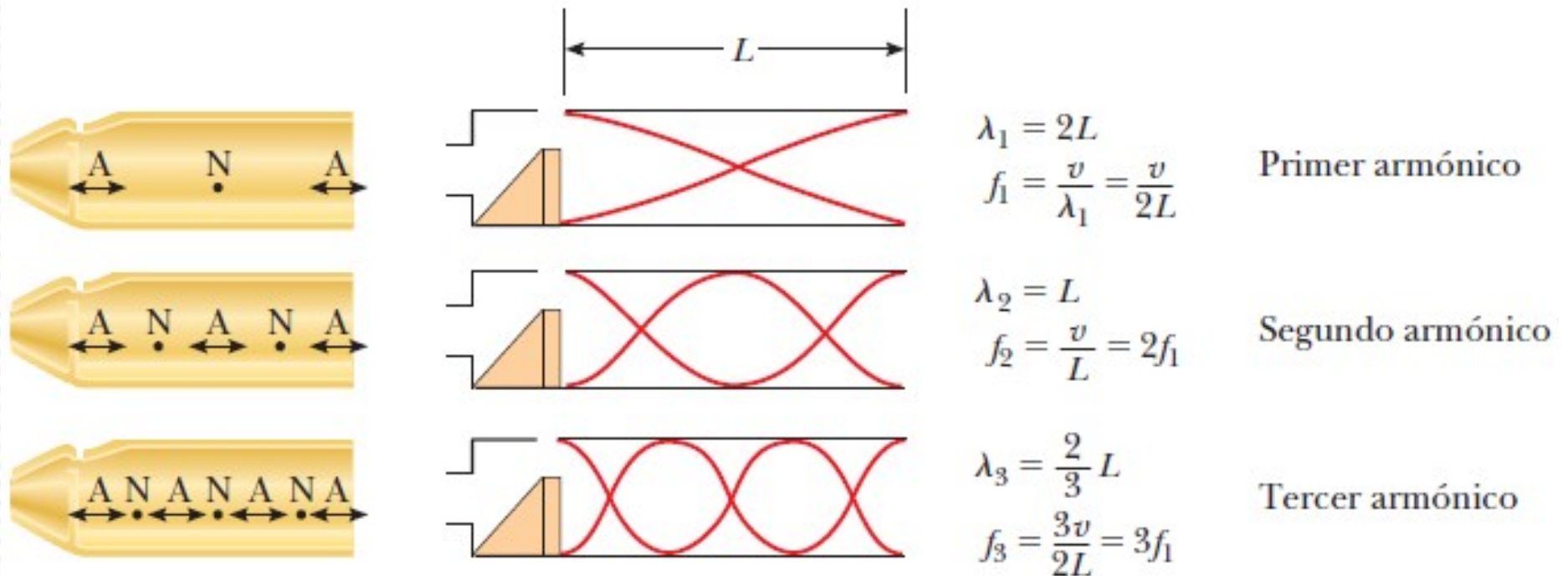
**3er. modo normal:**

$$\lambda_3 = 2L/3$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} \quad f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L}$$

# ONDAS ESTACIONARIAS EN COLUMNAS DE AIRE

## Tubo abierto en ambos extremos



a) Abierto en ambos extremos

$$f_1 = \frac{v}{2L} \quad f_n = nf_1 = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad f_n = n \frac{v}{2L}$$

Las frecuencias naturales de oscilación forman una serie armónica que incluye todos los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

**Idéntico a las frecuencias de una cuerda con extremos fijos**, pero  $v$  en esta ecuación es la rapidez del sonido en el aire.



# ONDAS ESTACIONARIAS EN COLUMNAS DE AIRE

## Tubo con un extremo abierto y otro cerrado

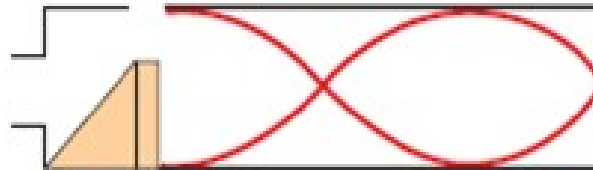
**Extremo cerrado:** debe existir un **nodo** en él porque el movimiento de aire está restringido.

**Extremo abierto:** elementos de aire tienen completa libertad de movimiento y existe un **antinodo**

**Nodo de desplazamiento en extremo cerrado y antinodo en el abierto.**



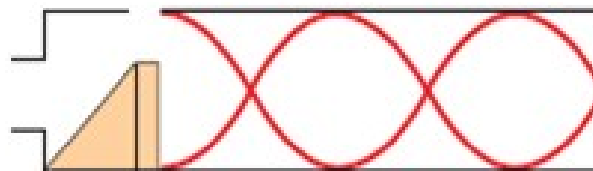
**1er. modo normal:** nodo y antinodo adyacentes equivale a cuarta longitud de onda:  $\lambda_1 = 4L$



**2do. modo normal:**

$$L = 3\lambda_2/4$$

$$\lambda_2 = 4L/3$$



**3er. modo normal:**

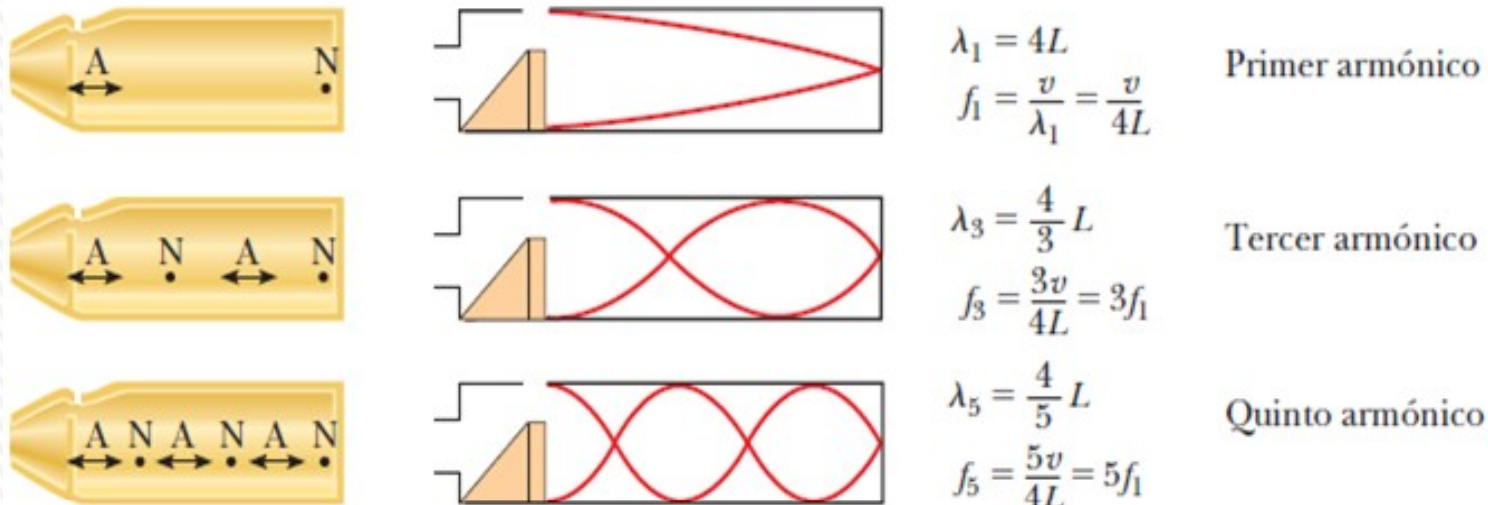
$$L = 5\lambda_3/4$$

$$\lambda_3 = 4L/5$$

$$\lambda_1 = 4L; \lambda_2 = \frac{4L}{3}; \lambda_3 = \frac{4L}{5} \dots \lambda_n = \frac{4L}{2n-1} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

# ONDAS ESTACIONARIAS EN COLUMNAS DE AIRE

## Tubo con un extremo abierto y otro cerrado



$$\lambda_1 = 4L; \lambda_2 = \frac{4L}{3}; \lambda_3 = \frac{4L}{5} \dots \lambda_n = \frac{4L}{2n-1} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}; f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{3v}{4L}; f_3 = \frac{5v}{4L} \dots f_n = \frac{(2n-1)v}{4L} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

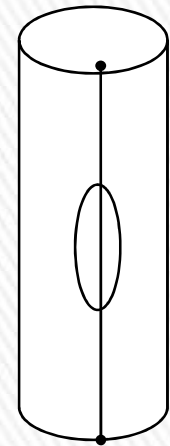
$$f_{2n-1} = (2n-1) \frac{v}{4L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Los armónicos superiores tienen frecuencias  $3f_1, 5f_1, \dots$

**Tubo cerrado en un extremo, frecuencias naturales forman una serie armónica que incluye sólo múltiplos enteros impares de la frecuencia fundamental.**

## EJEMPLO- Ejercicio 4.2.2

Un instrumento musical consiste de un tubo cerrado en los dos extremos, con una apertura en la pared lateral, y una cuerda estirada fuera y paralela al tubo tal que pasa sobre la apertura. La cuerda y el tubo tienen la misma longitud de 50 cm. Al tocar la cuerda, los primeros 5 armónicos son excitados apreciablemente. Los armónicos de la cuerda dan lugar a un sonido fuerte solo si su frecuencia es cercana a una frecuencia resonante del tubo. La tensión en la cuerda es 588 N y su masa es 10 g.



a) ¿Cuáles son las frecuencias de los armónicos que están amplificados de esta manera?

b) ¿Cuáles serían las frecuencias si uno de los extremos del tubo se abre?

La cuerda tiene sus dos extremos fijos, por lo que aparecerán ondas estacionarias cuyas frecuencias (armónicas) están dadas por:

$$f_n = n f_1 = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Debo conocer la velocidad con que se propagan las ondas en la cuerda:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Para la cuerda:  $L = 0,50 \text{ m}$      $m = 10 \text{ g} = 0,010 \text{ kg}$      $T = 588 \text{ N}$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0,010 \text{ kg}}{0,50 \text{ m}} = 0,020 \text{ kg/m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{588}{0,020}} = 171 \text{ m/s} \quad (171,46 \text{ m/s})$$

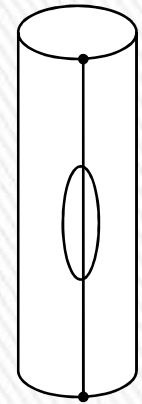
$$f_n = n \frac{v}{2L} = n \frac{171}{2(0,50)}$$

$$f_1 = 1,7 \times 10^2 \text{ Hz}; f_2 = 3,4 \times 10^2 \text{ Hz}; f_3 = 5,1 \times 10^2 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 6,9 \times 10^2 \text{ Hz}; f_5 = 8,6 \times 10^2 \text{ Hz};$$

## EJEMPLO- Ejercicio 4.2.2

Un instrumento musical consiste de un tubo cerrado en los dos extremos, con una apertura en la pared lateral, y una cuerda estirada fuera y paralela al tubo tal que pasa sobre la apertura. La cuerda y el tubo tienen la misma longitud de 50 cm. Al tocar la cuerda, los primeros 5 armónicos son excitados apreciablemente. Los armónicos de la cuerda dan lugar a un sonido fuerte solo si su frecuencia es cercana a una frecuencia resonante del tubo. La tensión en la cuerda es 588 N y su masa es 10 g.



a) ¿Cuáles son las frecuencias de los armónicos que están amplificados de esta manera?

b) ¿Cuáles serían las frecuencias si uno de los extremos del tubo se abre?

Los modos normales para un tubo con ambos extremos cerrados, son iguales a los correspondientes a uno con ambos extremos abiertos, ya que tiene un nodo en c/u de los extremos, por lo que la longitud de onda del primer modo vale:  $\lambda_1=2L$  (igual que cuando ambos extremos están cerrados).

Considero que la velocidad del sonido en el aire vale  $v_s = 343$  m/s.

$$f_n = n \frac{v_s}{2L}$$

$$f_n = n \frac{v_s}{2L} = n \frac{343}{2(0,50)}$$

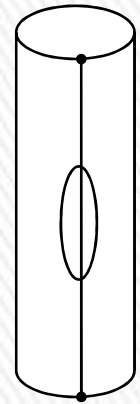
Los primeros armónicos son:

$$f_1 = 3,4 \times 10^2 \text{ Hz}; f_2 = 6,9 \times 10^2 \text{ Hz}; f_3 = 1,0 \times 10^3 \text{ Hz}$$

**Se amplificarían los siguientes armónicos:  $3,4 \times 10^2$  Hz,  $6,9 \times 10^2$  Hz**

## EJEMPLO- Ejercicio 4.2.2

Un instrumento musical consiste de un tubo cerrado en los dos extremos, con una apertura en la pared lateral, y una cuerda estirada fuera y paralela al tubo tal que pasa sobre la apertura. La cuerda y el tubo tienen la misma longitud de 50 cm. Al tocar la cuerda, los primeros 5 armónicos son excitados apreciablemente. Los armónicos de la cuerda dan lugar a un sonido fuerte solo si su frecuencia es cercana a una frecuencia resonante del tubo. La tensión en la cuerda es 588 N y su masa es 10 g.



a) ¿Cuáles son las frecuencias de los armónicos que están amplificadas de esta manera?

b) ¿Cuáles serían las frecuencias si uno de los extremos del tubo se abre?

Si ahora el tubo tiene uno de los extremos abierto, las frecuencias de los modos normales están dados por:

$$f_{2n-1} = (2n - 1) \frac{v}{4L} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$f_{2n-1} = (2n - 1) \frac{v_s}{4L} = (2n - 1) \frac{343}{4(0,50)} =$$

Los primeros armónicos son:

$$f_1 = 1,7 \times 10^2 \text{ Hz}; f_3 = 5,1 \times 10^2 \text{ Hz}; f_5 = 8,6 \times 10^2 \text{ Hz} \dots$$

Se amplificarían los siguientes armónicos:  $1,7 \times 10^2 \text{ Hz}$ ,  $5,1 \times 10^2 \text{ Hz}$  y  $8,6 \times 10^2 \text{ Hz}$