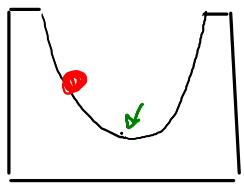
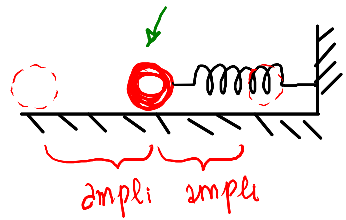
MOVIMIENTO OSCILATORIO

→ Fuerza restaurativa





→ Amplitud, ciclo, periodo T, frecuencia f y frecuencia angular $\omega = 2\pi f$

→ $ma = -kx \rightsquigarrow m\ddot{x} = m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -kx \rightsquigarrow \ddot{x} = -\dfrac{k}{m}\,x$ $\quad \dfrac{k}{m} = \omega^2$

$$x(t) = A\cos(\underbrace{\omega}_{\sqrt{\frac{k}{m}}} t + \underbrace{\phi}_{\text{fase}}) = A\sin(\omega t + \phi') = B\cos(\omega t) + C\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$6 = 2\times 3 = 1\times 6 = 3+3$$

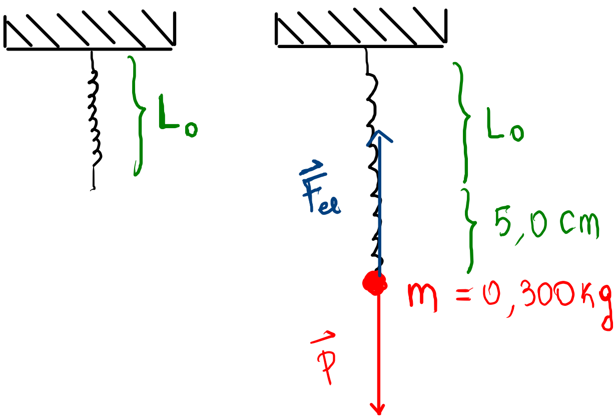
$$\boxed{A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \qquad \phi = \operatorname{atan}\left(\frac{-v_0}{\omega x_0}\right)}$$

4.1.1- Un resorte se estira 5,0 cm cuando se le cuelga una masa de 0,300 kg.

a) ¿Cuál es la constante del resorte?

b) Si la masa se estira 10,0 cm de la posición anterior, ¿cuál es la amplitud y el periodo de oscilación?

c) Suponiendo que cuando el sistema masa-resorte se estira se suelta con velocidad inicial nula, escriba una ecuación del movimiento del sistema del tipo $x(t) = A\ \cos(\omega t + \phi)$.



a) $K \qquad \vec{F}_{el} = -K\,\Delta\vec{x}$

$$mg = K\,\Delta x$$

$$\frac{mg}{\Delta x} = K = 58,8\ \frac{N}{m}$$

b) $A = \sqrt{x_0^2 + \cancel{\frac{v_0^2}{\omega^2}}^{\,0}} = \sqrt{x_0^2} = x_0 = 10\ \text{cm}$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \doteq 14\ \text{rad/s}$

$2\pi f = \omega$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{2\pi}{\omega} = 0,45\ \text{s}$$

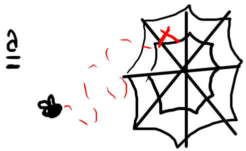
c) Deberes

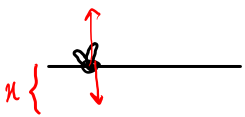
4.1.2- Utilizando unos órganos sensoriales de sus patas, las arañas pueden detectar vibraciones de sus telas cuando su presa queda prendida de ellas. Al quedar atrapado en una telaraña un insecto de masa 1,00 g hace que la red vibre a 15 Hz.

a) ¿Cuál es la constante elástica de la telaraña?

b) ¿Cuál sería el período de oscilación cuando quedara capturado en la red un insecto de 5,00 g?

a





$$m\ddot{x} = -\underbrace{k}\,x$$

$$f \rightsquigarrow \omega = 2\pi\,(15\,Hz)$$

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

$$k = m\omega^2$$

$$= 8{,}88\ \frac{N}{m}$$

b

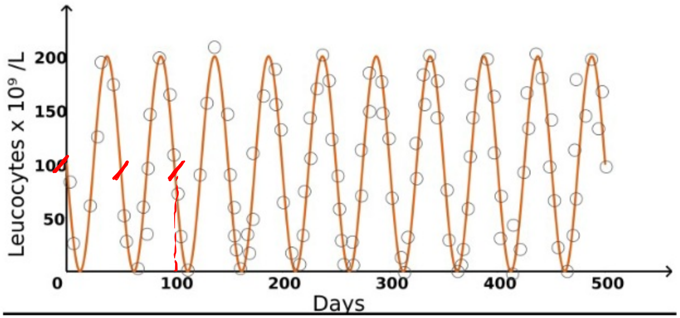
$$m = 5{,}00\,g$$

¿T?

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}15\,s \rightsquigarrow f = 6{,}71\,Hz$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{5{,}00\times10^{-3}\,kg}}$$

4.1.3- En ciertas enfermedades sanguíneas como la leucemia, el número de células de distinto tipo comienza a oscilar. Actualmente se cree que este comportamiento emerge por la pérdida de estabilidad en los mecanismos de regulación de las células madre pluri-potenciales. Supongamos que tenemos una concentración de leucocitos en sangre como se muestra en la figura.



a) ¿Cuánto vale la amplitud de las oscilaciones de la concentración de leucocitos? ¿Cuánto vale el período, su frecuencia y la frecuencia angular?

b) Queremos modelar la dinámica de la concentración de leucocitos como un oscilador armónico. Basándose en el gráfico, escriba la ecuación diferencial que describe la dinámica de la concentración de leucocitos. Escriba la solución a esta ecuación, esto es, la ecuación de la concentración del número de leucocitos como función del tiempo, considerando la concentración que había en el momento inicial (mostrada en la gráfica).

a) $A = 100$

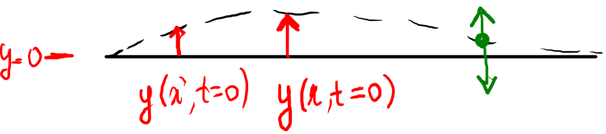
$2T = 100$ días

$T = 50$ días $\rightarrow 50 \times 24 \times 60 \times 60$ s

$f = \frac{1}{T} = 2{,}32 \times 10^{-7}$ Hz

$\omega = 1{,}45 \times 10^{-6} \frac{rad}{s}$

b) $$\frac{d^2 C(t)}{dt^2} = -\omega^2 \left(C(t) - \underbrace{C_0}_{100 \text{ Leuco...}} \right) \rightsquigarrow \boxed{C(t) = C_0 \left(1 - \operatorname{sen}(\omega t)\right)}$$



$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

vel fase

c xa ondas EM

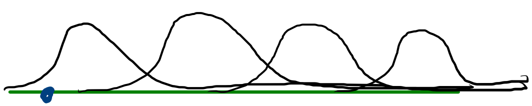
nº onda $\equiv \frac{2\pi}{\lambda}$

$$y(x,t) = f(x+vt) + h(x-vt) = A \,\text{sen}\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm ft\right)\right) = A\,\text{sen}(kx \pm \omega t)$$

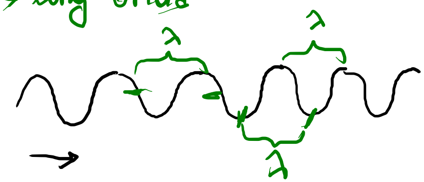
izquierda

derecha

↳ long onda



onda transversal →

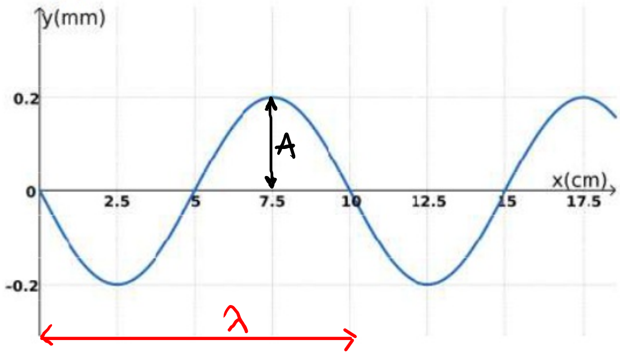


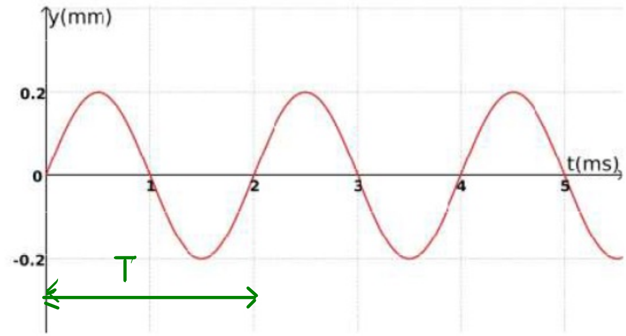
$$\boxed{v = \frac{\omega}{k} = \lambda f}$$

Relación de dispersión

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

4.1.4- En una cuerda elástica se mueve una onda progresiva transversal sinusoidal. Las siguientes dos gráficas representan el desplazamiento de la cuerda como función de *x* a tiempo *t* = 0 (A), y el desplazamiento como función de *t* en la posición *x*= 0 (B).





Dar alguna función que represente el desplazamiento *y* de la cuerda como función de *x* y *t* (*x* está medido en cm, *y* en mm, y *t* en ms).

$A \operatorname{sen}(kx \mp \omega t)$

$\parallel$

$-0{,}2\ \text{mm} \ \operatorname{sen}(kx - \omega t)$

$k = \dfrac{2\pi}{10\ \text{cm}} = 62{,}8\ \text{m}^{-1}$

$\omega = 3{,}14 \times 10^{3}\ \dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

4.1.5- Una onda transversal en una cuerda se describe por medio de la función

$$y(x,t) = (0{,}12\ m)\sin\left[\pi\left(\frac{x}{0{,}80\ m} + (4{,}0\ s^{-1})t\right)\right]$$

a) Determine la velocidad y aceleración transversales de la cuerda en t = 2,0 s para el punto sobre la cuerda localizado en x = 1,6m.

b) ¿Cuáles son la longitud de onda, el período y la velocidad de propagación de esta onda?

$$\operatorname{sen}(kx+wt) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \omega\cos(kx+wt) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} -\omega^2\operatorname{sen}(kx+wt)$$

$$A\operatorname{sen}\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+ft\right)\right) = A\operatorname{sen}(kx+wt)$$

$$y(x,t) = (0{,}12\,m)\operatorname{sen}\left[\pi\left(\frac{x}{0{,}80\,m} + 4{,}0\,s^{-1}\,t\right)\right]$$

b

$$\frac{\cancel{\pi}}{0{,}80\,m} = k = \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda} \rightarrow \boxed{\lambda} = 2\times 0{,}80\,m = \boxed{1{,}60\,m}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\cancel{\pi}\cdot 4{,}0\,s^{-1}}{2\cancel{\pi}} = 2{,}0\ Hz \rightsquigarrow \boxed{T = 0{,}50\,s}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = 3{,}2\ m/s$$

a

$$v(x,t) = \omega\,(0{,}12\,m)\cos\left(\pi\left(\frac{x}{0{,}80}+4t\right)\right)\Bigg|_{\substack{x=1{,}6\,m\\ t=2{,}0\,s}} = 4{,}0\cdot\pi\cdot 0{,}12\,\frac{m}{s}\ \underbrace{\cos(2\pi+8\pi)}_{1}$$

$$y(x,t) = 0{,}12\,m \times \underbrace{\operatorname{sen}(10\pi)}_{0}$$

$$= +0{,}48\,\pi\,\frac{m}{s} = 1{,}5\,\frac{m}{s}$$