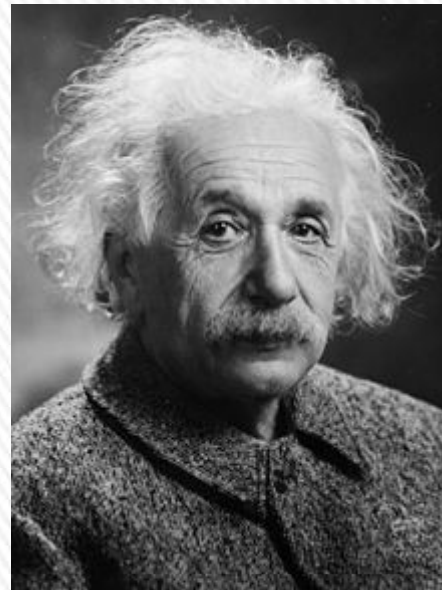


6.3- FÍSICA MODERNA



Max Planck
(1858-1947).
Nobel de Física 1918
Considerado como el fundador de la teoría cuántica (1900)



Albert Einstein
(1879-1955).
Nobel de Física 1921
Autor de la Teoría de la Relatividad,
explicación del efecto fotoeléctrico.



Louis Víctor de Broglie
(1892-1987).
Nobel de Física 1929
Ondas de materia,
descubrimiento ondulatorio del electrón.

Niels Bohr
(1885-1962).
Nobel de Física 1922
Estructura del átomo y mecánica cuántica

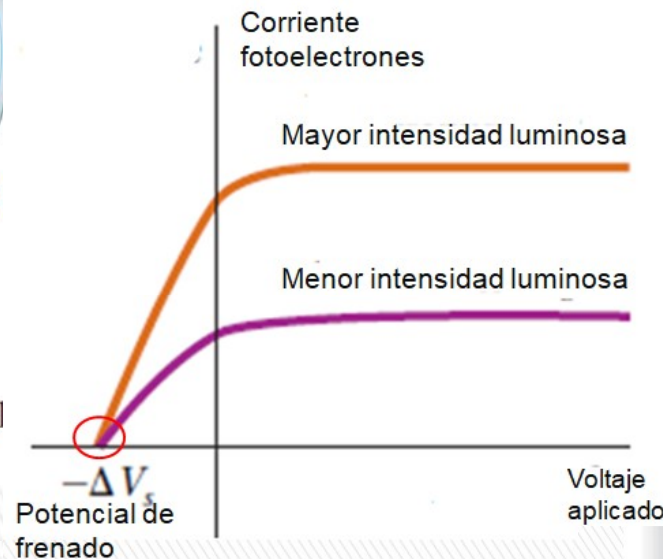
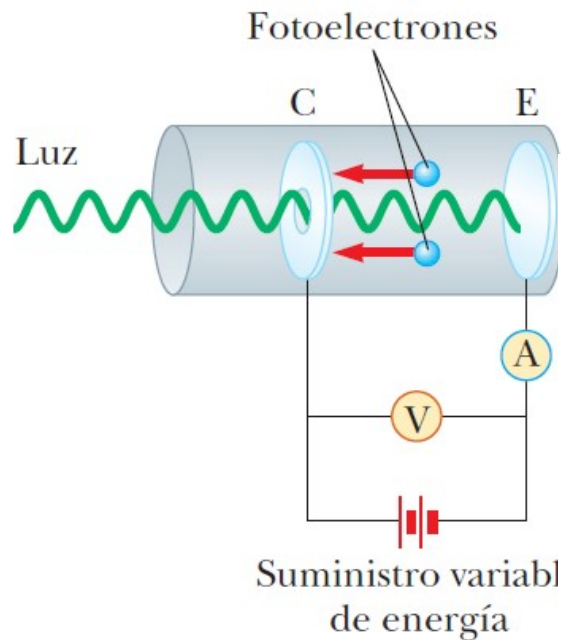
QUÉ VIMOS LA CLASE PASADA...

Los límites de la física clásica...
Comportamiento corpuscular de la radiación

Efecto fotoeléctrico:

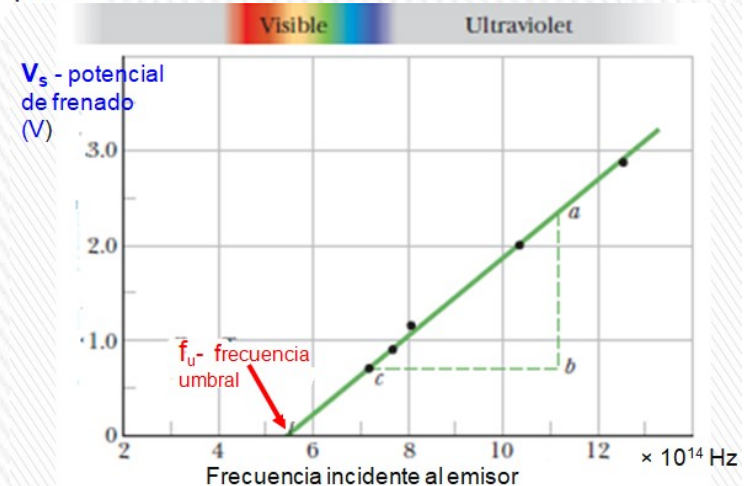
Desprendimiento de electrones de una placa metálica iluminada.

Diversos experimentos se resumen en dos gráficas.



Corriente fotoeléctrica vs, voltaje aplicado a dos intensidades de luz. Corriente aumenta al incrementar la intensidad, pero con valores altos de V llega a un nivel de saturación. Con voltajes iguales o más negativos que V_s , (V_s potencial de frenado), la corriente es igual a cero: $K_{MÁX} = eV_s$

El potencial de frenado V_s como una función de la frecuencia f de la luz incidente sobre un blanco de sodio. Existe una frecuencia f_u , **frecuencia de corte o umbral** por debajo de la cual no ocurre efecto fotoeléctrico.



QUÉ VIMOS LA CLASE PASADA...

Hechos que no puede explicar la teoría electromagnética clásica:

1. K_{MAX} de los fotoelectrones arrancados de la placa es independiente de la intensidad de iluminación I (V_S no depende de I).
2. Para frecuencias menores a f_U no ocurre el fenómeno fotoeléctrico cualquiera sea el valor de la intensidad I de iluminación.
3. Emisión casi instantánea ($< 10^{-9}$ s después de que se ilumina incluso con intensidades de luz muy bajas).
4. K_{MAX} de los fotoelectrones aumenta al incrementarse la frecuencia de la luz.

Explicación de Einstein (1905)

La luz formada por “paquetes de onda” **fotones** con energía cuantizada: $E = h.f$

$h = 6,626 \times 10^{-34}$ J.s y f la frecuencia.

Cuando el fotón incide sobre la placa, su energía se invierte en:

- trabajo de extracción del electrón **función de trabajo ϕ** (energía mínima necesaria para que un electrón escape de las fuerzas atractivas del metal característica del metal de la placa) y,
- proporcionarle energía cinética K .

Si el electrón no colisiona cuando escapa se cumple: $h.f = K_{MÁX} + \phi$

Si se aumenta la intensidad de la iluminación aumenta proporcionalmente el número de fotones incidentes que arrancan un electrón, aumentando la corriente de saturación.

$V_S \approx K_{MÁX}$ independiente del nro. fotones, y por tanto intensidad de iluminación I .

$$\bullet h.f = eV_S + \phi$$



QUÉ VIMOS LA CLASE PASADA...

La teoría de Einstein predice una relación lineal entre V_S y f .

La intersección de la línea recta con el eje horizontal (de las f) es la **frecuencia de corte o umbral** f_U : $h.f_U = \phi$ Por tanto: $f_U = \phi/h$

Por tanto también existe una longitud de onda umbral: $\lambda_U = \frac{h.c}{\phi}$

En el efecto fotoeléctrico, los fotones son absorbidos, lo que exige que los electrones estén ligados a los átomos o en sólidos, ya que de lo contrario no podrían absorber un fotón conservando en el proceso tanto la energía relativista total como la cantidad de movimiento.

Si el electrón no colisiona cuando escapa (no “hay pérdidas”) se cumple:

$$h.f = \frac{h.c}{\lambda} = K_{MÁX} + \phi = e.V_S + \phi$$

$$h.c = 1.240 \text{ eV.nm}$$



REPASO DE CLASE PASADA

Louis de Broglie (1923) postuló que ya que los fotones tienen a la vez características ondulatorias y de partículas, es posible que todas las formas de la materia tengan ambas propiedades.

Los electrones, igual que la luz, tienen una **naturaleza dual partícula-onda**.

La cantidad de movimiento de un fotón puede ser expresada de la forma $p = h/\lambda$

De Broglie sugirió que las partículas materiales que tengan una cantidad de movimiento p tienen una longitud de onda característica (**longitud de onda de De Broglie**) de dicha partícula es igual a

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

De ese modo se puede hablar de “ondas de materia”

De Broglie postuló que las partículas obedecen también la relación de Einstein $E = hf$, donde E es la energía total de la partícula.

En tal caso, la frecuencia de una partícula es:

$$f = \frac{E}{h}$$



Microscopio electrónico

Dispositivo práctico basado en las propiedades ondulatorias de los electrones.

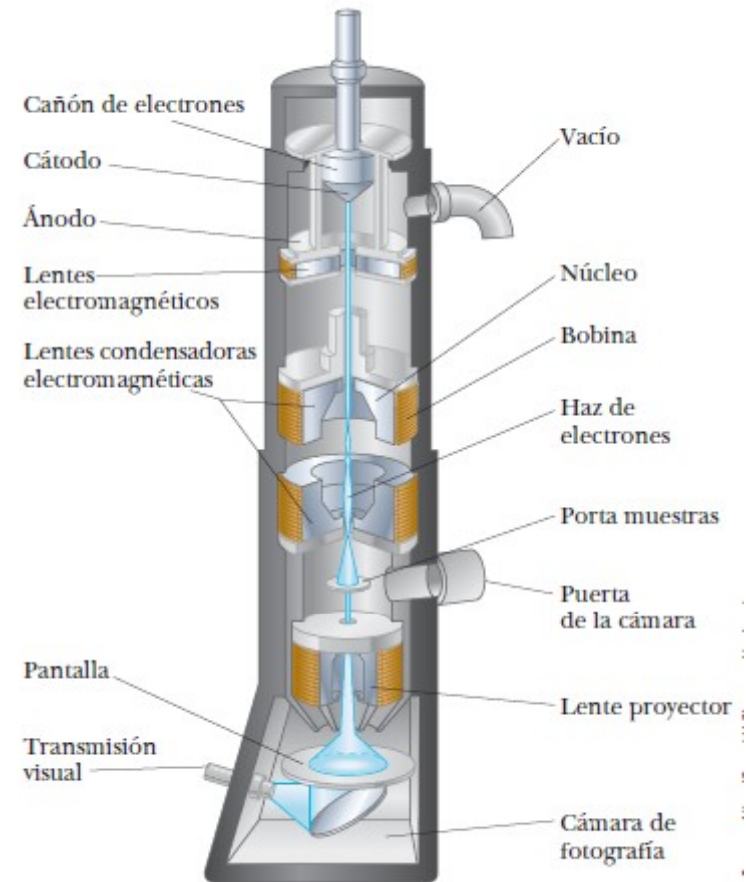
Se muestra **microscopio electrónico de transmisión**, usado para ver delgadas muestras planas.

Ningún microscopio puede resolver detalles que sean significativamente menores que la λ de la radiación que se usa para iluminar el objeto.

Poder de resolución mucho mayor que el óptico porque puede acelerar electrones a energías cinéticas muy altas, lo que les da λ muy cortas.

λ de electrones de microscopio electrónico son menores que las λ visibles en factor de aprox. 10^{-5} .

Sin embargo, debido a limitaciones en las lentes electromagnéticas usadas, la mejora en resolución sobre los microscopios ópticos sólo es de un factor aproximado de dos órdenes de magnitud menor que el implicado por la longitud de onda del electrón.



PROPIEDADES ONDULATORIAS DE LA MATERIA

Confirmaciones experimentales (1927): Medición directa de λ de electrones (Davisson y Germer): dispersión de electrones en un blanco de níquel y observaron la difracción de los mismos.

G.P. Thomson: difracción de electrones en la transmisión de los mismos a través de hojas metálicas delgadas.

Posteriormente: se observó difracción de neutrones, protones y otras partículas.

DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

La luz, normalmente considerada como una onda, presenta propiedades corpusculares cuando interacciona con la materia, mientras que los electrones, considerados partículas, presentan propiedades ondulatorias.

Todos los fenómenos (electrones, átomos, luz, sonido, etc.) tienen características tanto de ondas como partículas.

Conceptos partículas y ondas clásicas no describen adecuadamente comportamiento de ningún fenómeno.

Se debe adoptar la dualidad onda-partícula.

EJEMPLO: Ejercicio 6.2.8

Calcule la longitud de onda de De Broglie para un núcleo de átomo de hidrógeno de $1,0 \text{ \AA}$ de diámetro y para un automóvil de $1,0$ tonelada de masa y $2,0 \text{ m}$ de longitud, si ambos se mueven a 80 km/h .

En base a estos resultados, explique porque la naturaleza ondulatoria de la materia no es evidente a escala macroscópica.

$$\text{masa protón: } 1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{masa auto: } 1.000 \text{ kg}$$

$$v = 80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}$$

$$p_{\text{átomo}} = m \cdot v = 3,717 \times 10^{-26} \text{ kg.m/s}$$

$$p_{\text{auto}} = m \cdot v = 2,222 \times 10^4 \text{ kg.m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$\lambda_{\text{átomo}} = 1,78 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{auto}} = m \cdot v = 2,98 \times 10^{-38} \text{ m}$$



EJEMPLO: Ejercicio 6.2.9

Calcular el potencial bajo el cual debe acelerarse un electrón de forma que éste adquiera una longitud de onda de De Broglie de $1,0 \text{ \AA}$.

Datos: $\lambda_B = 1,0 \text{ \AA}$ $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

A partir de la ecuación de De Broglie $p = \frac{h}{\lambda_B} = \frac{6,626 \times 10^{-34}}{1,0 \times 10^{-10}} = 6,626 \times 10^{-24} \text{ kg.m/s}$

Considero que la energía potencial eléctrica es igual a la energía cinética

$$e \cdot \Delta V = K = \frac{p^2}{2m}$$

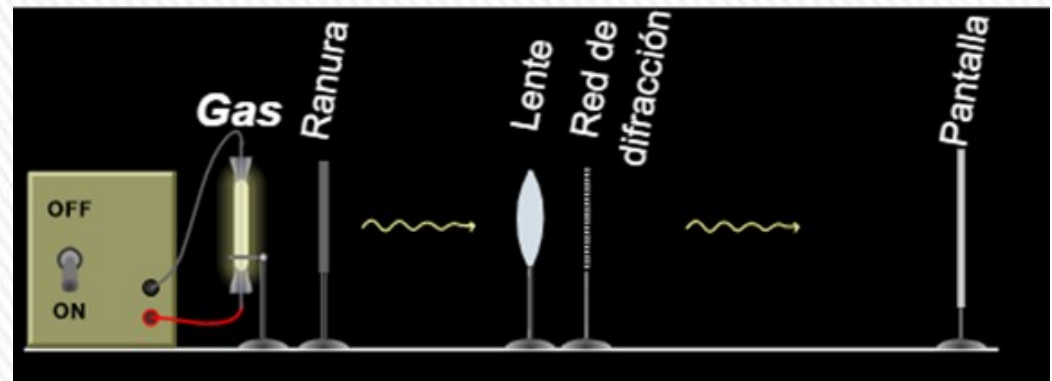
$$\Delta V = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{(6,626 \times 10^{-24})^2}{2(9,11 \times 10^{-31})(1,602 \times 10^{-19})} = 150 \text{ V}$$

$$\Delta V = 0,15 \text{ KV}$$



ESPECTROS ATÓMICOS

Tubo de vidrio con vacío se llena con hidrógeno a baja presión y se aplica un voltaje suficientemente grande como para producir una corriente eléctrica en el gas: el tubo emite una luz característica.



Al analizar la luz se observan líneas brillantes tenues y cada una tiene una λ o color diferente.

Esta serie de líneas espectrales se llama **espectro de emisión**.

Las longitudes de onda contenidas en tal espectro son características del gas que emite la luz. Como ningún par de elementos emite el mismo espectro de líneas, este fenómeno representa una técnica confiable para identificar elementos en una sustancia gaseosa.



El **espectro de emisión del hidrógeno** incluye 4 líneas prominentes que ocurren a estas λ : 656,3 nm; 486,1 nm; 434,1 nm y 410.2 nm.

En 1885, Johann Balmer descubrió que las longitudes de onda de éstas y de líneas menos prominentes pueden describirse mediante una simple ecuación empírica.

$$\lambda = 364,6 \frac{m^2}{m^2 - 4}$$

$$m = 3, 4, 5, 6, \dots$$

ESPECTROS ATÓMICOS

Hacia fines siglo XIX: se tenían numerosos datos sobre la emisión de luz por átomos de un gas al ser excitados por una descarga eléctrica.

El análisis con espectroscopio permitía determinar una serie discreta de rayas de distintos colores (distintas λ), con separación e intensidades de los rayos características de cada elemento.

Las λ de estos rayos fueron determinadas con gran exactitud y se buscaron fórmulas que expresaran las regularidades en los espectros.

La primera fue obtenida en 1885 por Johann Balmer.

En 1888 se alcanzó una fórmula general para espectros de varios elementos (Rydberg). Para caso del hidrógeno era:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{con } m = 3, 4, 5, 6 \dots$$

R_H constante de Rydberg para el hidrógeno con $R_H = 1,0973732 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

La primera línea en la serie de Balmer, a 656,3 nm, corresponde a $m=3$ en la ecuación anterior, la línea a 486,1 nm corresponde a $m=4$, etc.

Además de la serie de Balmer de líneas espectrales, después se descubrió la serie de Lyman en el ultravioleta lejano y las longitudes radiadas se describen mediante una ecuación similar, pero con 1^2 en lugar de 2^2 en la ecuación anterior y el entero m mayor que 1.

La serie de Paschen corresponde a longitudes de onda mayores que la serie de Balmer, pero con 3^2 en lugar de 2^2 en la ecuación y $m > 3$.

ESPECTROS ATÓMICOS

Estos modelos, junto con muchas otras observaciones, se pueden combinar para producir la ecuación de Rydberg:

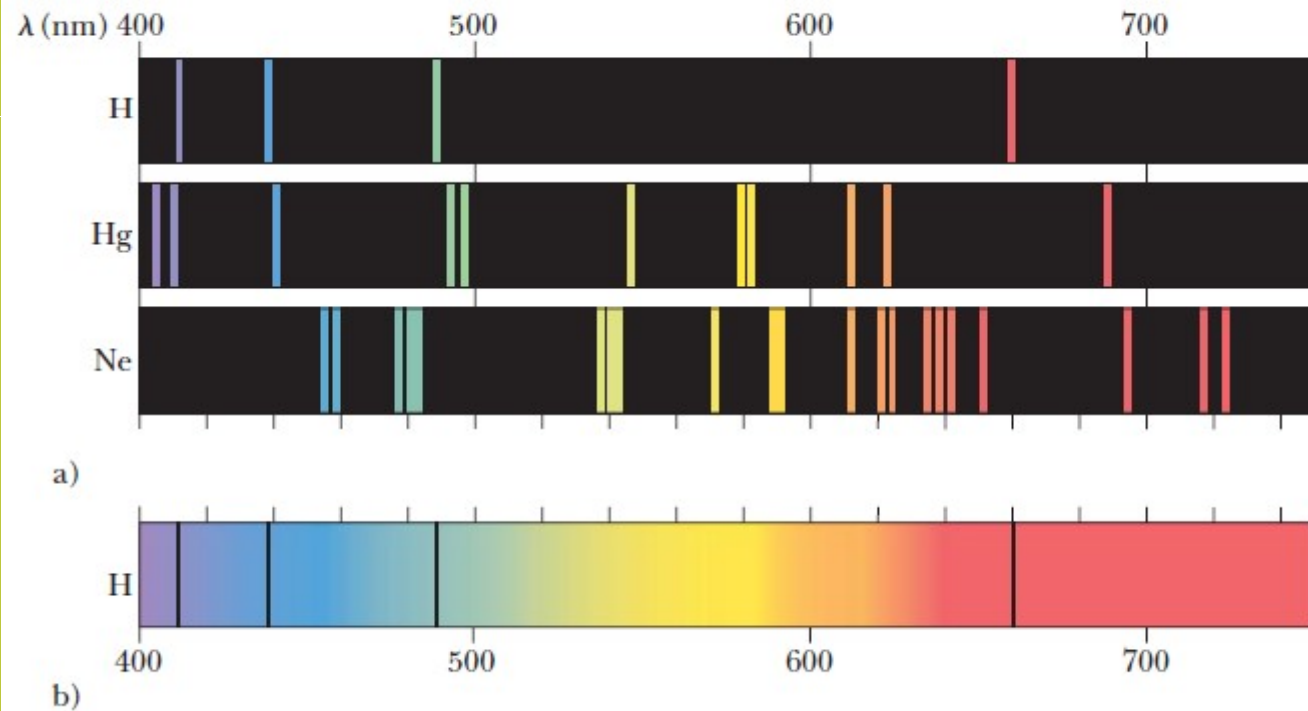
$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{donde } m \text{ y } n \text{ son enteros positivos y } m > n.$$

La ecuación de Rydberg no podía ser explicada a través de la física clásica, recién pudo explicarse a través del modelo del átomo de Bohr.

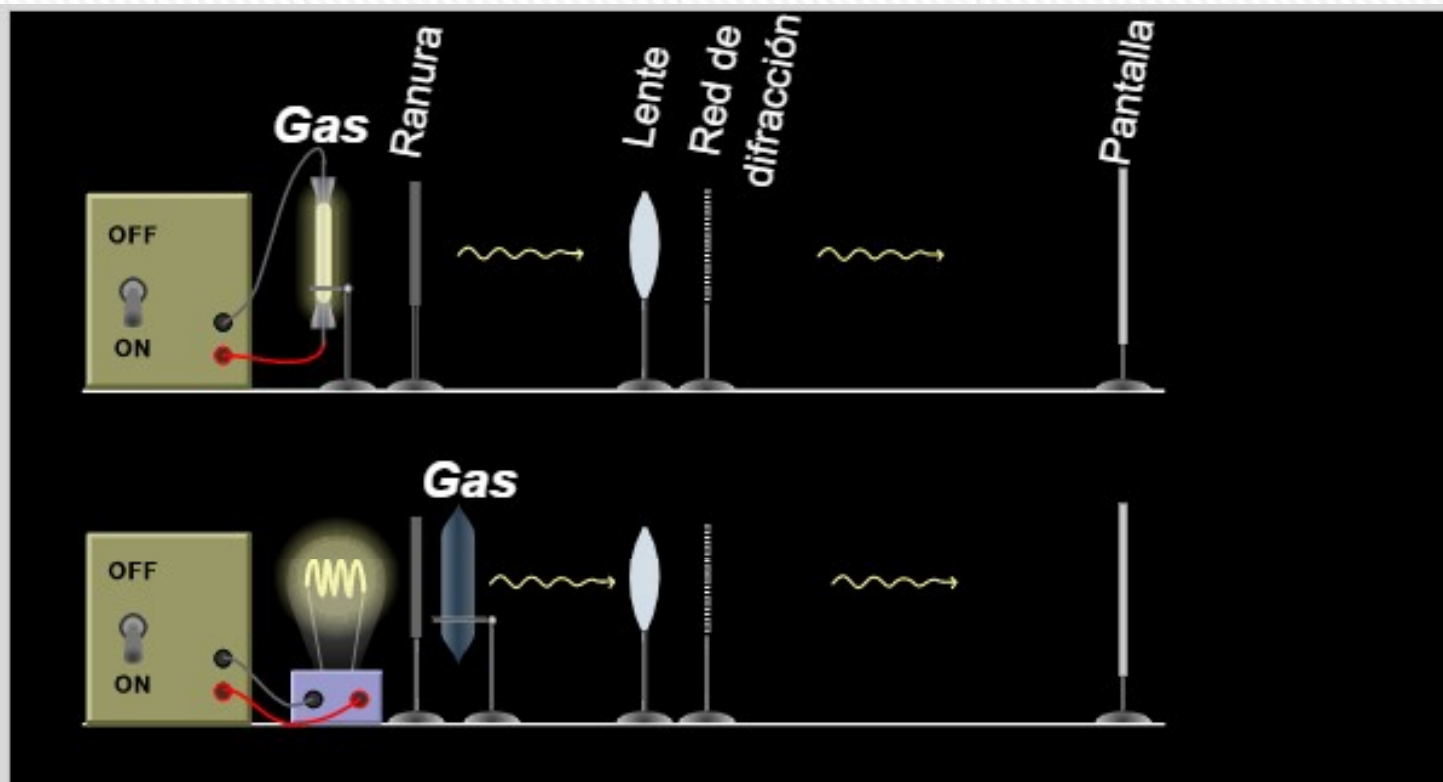
a) **Espectros de líneas de emisión** para el hidrógeno, el mercurio y el neón.

b) **Espectro de absorción** del hidrógeno.

Las líneas oscuras de absorción se presentan en las mismas longitudes de onda que las líneas de emisión del hidrógeno en a)



ESPECTROS DE LÍNEAS



Espectro de
emisión

Espectro de
absorción

Cada átomo es capaz de emitir o absorber radiación electromagnética, aunque sólo en algunas frecuencias que son características propias de cada uno de los diferentes elementos químicos. Al aportarle energía se estimula un determinado elemento en su fase gaseosa, sus átomos emiten radiación en ciertas frecuencias del visible, que constituyen su **espectro de emisión**. Si el mismo elemento, también en estado de gas, recibe radiación electromagnética, absorbe en ciertas frecuencias del visible, precisamente las mismas en las que emite cuando se estimula mediante calor. Este será su **espectro de absorción**.

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

Bohr (1913) modelo semi-clásico (**modelo de Bohr**): determina *niveles de energía del hidrógeno ajustándose a los valores determinados a partir de los espectros.*

Modelo planetario de Rutherford:

¿Qué mantenía a los electrones con carga negativa a distancias relativamente grandes ($\approx 10^{-10}$ m) del núcleo tan pequeño ($\approx 10^{-14}$ m) con carga positiva, a pesar de su atracción electrostática?

Rutherford sugirió que quizá los electrones *giraban en órbitas* en torno al núcleo, justo como los planetas giran alrededor del Sol.

Según la teoría electromagnética clásica, toda carga que acelera (ya sea oscilante o giratoria) irradia ondas electromagnéticas y *la frecuencia de las ondas electromagnéticas emitidas debe ser igual a la frecuencia de revolución.* Si los electrones irradian energía, sus rapidez angular cambiarían en forma continua, y emitirían un espectro *continuo* y *no los espectros de líneas que se observan en realidad.*

Bohr hace propuesta revolucionaria: **un electrón en un átomo puede moverse en torno al núcleo en ciertas órbitas estables, circulares, sin emitir radiación, al contrario de las predicciones de la teoría electromagnética clásica**



MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

Combina: teoría cuántica original de Planck, concepto de Einstein de fotón, modelo planetario de Rutherford y la mecánica newtoniana.

4 postulados revolucionarios:

1. El electrón se mueve en órbitas circulares alrededor del protón bajo la influencia de fuerza eléctrica coulombiana de atracción.
2. Sólo ciertas órbitas del electrón son estables. Cuando está en alguno de estos **estados estacionarios**, el electrón no emite energía en forma de radiación.
3. La radiación se emite por el átomo cuando el electrón hace una transición de una órbita inicial más energética a una órbita de menor energía.

La frecuencia f del fotón emitido está dada por: $E_i - E_f = hf$ ($E_i > E_f$)

Un fotón incidente puede ser absorbido por el átomo, pero sólo si fotón tiene una energía igual exactamente a la diferencia entre energía de un estado permitido del átomo y un estado de energía superior. Una vez ocurrida la absorción, el fotón desaparece y el átomo hace una transición al estado de energía superior.



MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

4. Radio de la órbita permitida:

La circunferencia de la órbita de un electrón debe contener un número entero de longitudes de onda de De Broglie: $2\pi.r = n.\lambda$, y como la longitud de onda de De Broglie de un electrón es $\lambda = h/(m_e v)$, por lo que se cumple $m_e v.r = h/2\pi$.

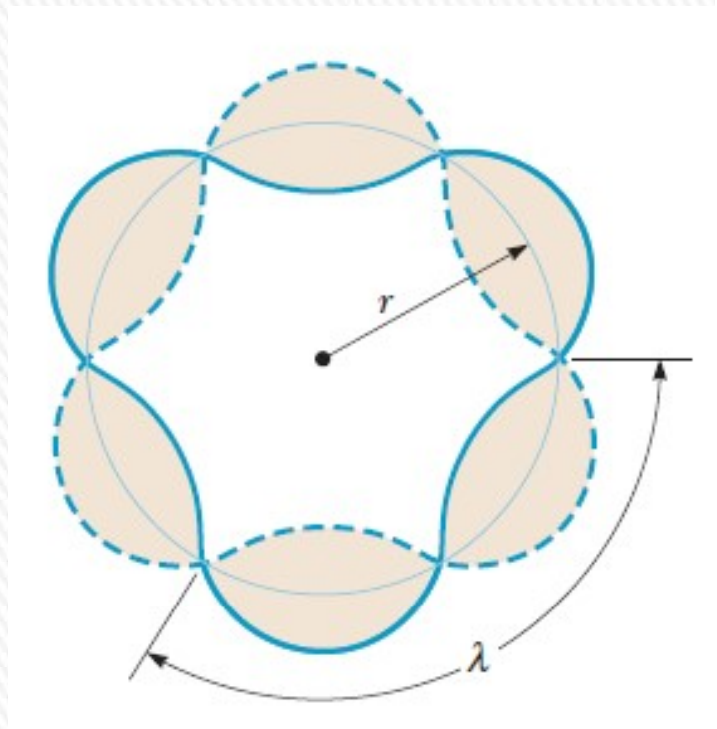
Esta ecuación se puede expresar a través del **momento angular orbital del electrón L que es igual a un múltiplo entero de $\hbar = h/2\pi$**

$$L_n = m_e v_n r_n = n\hbar = n \frac{h}{2\pi}$$

$n = 1, 2, 3, \dots$; m_e masa del electrón, v_n la rapidez del electrón en su órbita y r_n radio orbital.

Cada valor de n corresponde a un valor permitido del radio de la órbita, r_n , y una rapidez v_n correspondiente.

El valor de n para cada órbita se llama **número cuántico principal de la órbita**.



MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

2da. Ley de Newton al movimiento del electrón

De la condición de cuantización de Bohr:

$$L_n = m_e v_n r_n = n\hbar = n \frac{h}{2\pi}$$

$$v_n = \frac{nh}{2\pi m_e r_n}$$

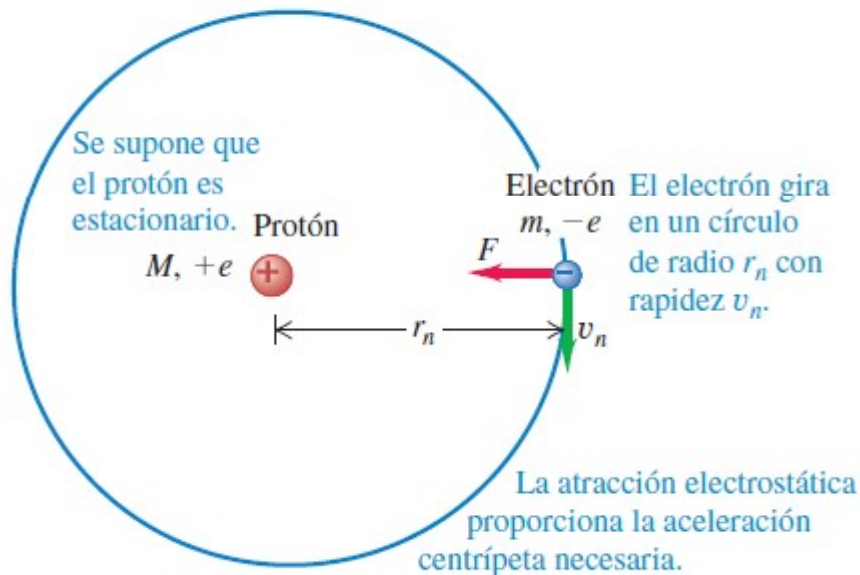
$$m_e \frac{v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$$

Radio de las órbitas:

$$r_n = \epsilon_0 \frac{h^2}{\pi m_e e^2} n^2$$

Rapidez orbital:

$$v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 hn}$$



El radio más pequeño corresponde a $n=1$. Se representa con a_0 a este radio mínimo, que se conoce como **radio de Bohr**

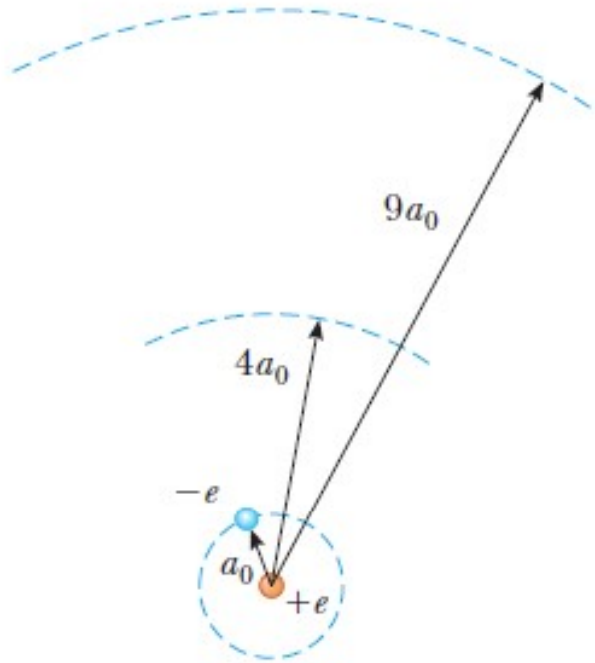
$$a_0 = \epsilon_0 \frac{h^2}{\pi m_e e^2} = 0,0529 \text{ (nm)}$$

Modelo de Bohr átomo de hidrógeno. Electrón girando sólo puede estar en órbitas específicas de radios discretos.



MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

$$r_n = a_0 n^2$$



Primeras tres órbitas del átomo de hidrógeno circulares que predice el modelo de Bohr.

$$K_n = \frac{1}{2} m_e v_n^2 = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8 n^2 h^2}$$

Energía potencial eléctrica del átomo de hidrógeno:

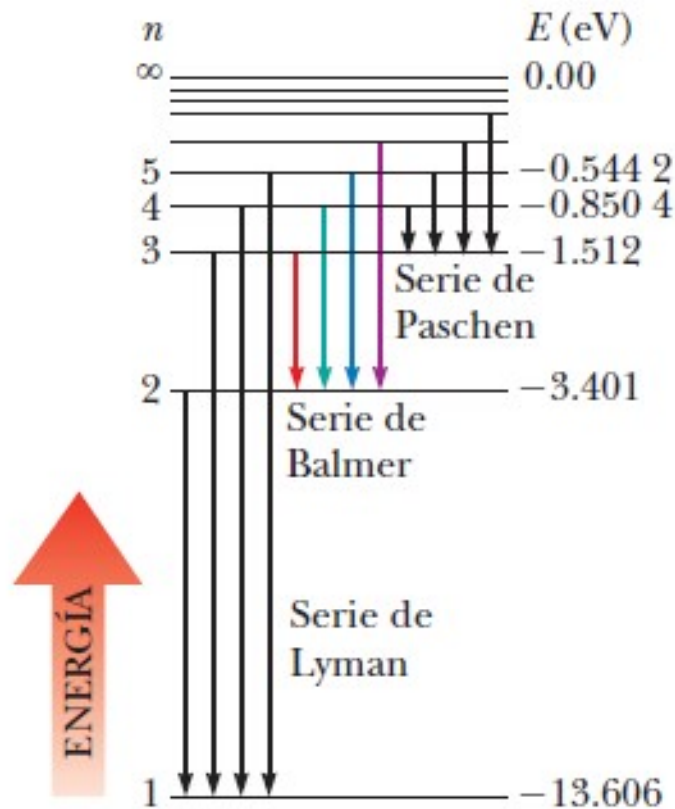
$$U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{(-e)e}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$U_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{4 n^2 h^2}$$

$$E_n = K_n + U_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8 n^2 h^2}$$

$$E_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8 n^2 h^2} = -\frac{13,606 \text{ eV}}{n^2}$$

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO



$$E_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8n^2 h^2} = -\frac{13,606 \text{ eV}}{n^2}$$

Sólo las energías que satisfagan esta ecuación están permitidas.

Nivel energía más bajo: **estado fundamental o base**, tiene $n=1$ y $E_1 = -13,606 \text{ eV}$.

El siguiente nivel de energía, el **primer estado excitado**, tiene $n=2$ y una energía $E_2 = E_1/2^2 = -3,401 \text{ eV}$.

La figura muestra un diagrama de niveles de energía que muestra las energías de dichos estados estacionarios y los correspondientes números cuánticos.

El nivel superior, que corresponde a $E = 0$ y $n \rightarrow \infty$, representa el estado para el cual el electrón se libera por completo del átomo. En este estado las energías cinética y potencial del electrón son ambas cero, lo cual significa que el electrón está en reposo infinitamente lejos del protón.

La energía mínima requerida para ionizar el átomo (esto es, para removerlo por completo del electrón) se llama **energía de ionización**.

La energía de ionización para el hidrógeno es 13,6 eV (otro logro del modelo).

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

Como la frecuencia f de la radiación emitida en el salto del electrón está dado por: $E_i - E_f = hf$; y la energía de los distintos estados cuánticos está dada por:

$$E_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8n^2 h^2}$$

y de acuerdo al tercer postulado de Bohr, si el electrón salta de una órbita con número cuántico n_i a una segunda órbita con número cuántico n_f , es decir de una órbita exterior a una interior, emite un fotón de frecuencia f dada por

$$f = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (n_f < n_i)$$

Para convertir esta ecuación en una análoga a la ecuación de Rydberg, sustituimos $f = c/\lambda$ y dividimos ambos lados por c , y obtenemos

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8ch^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad R_H = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8ch^2}$$

Al sustituir los valores de las constantes se comprueba que este valor teórico para la constante de Rydberg está en excelente concordancia con el valor derivado experimentalmente.

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

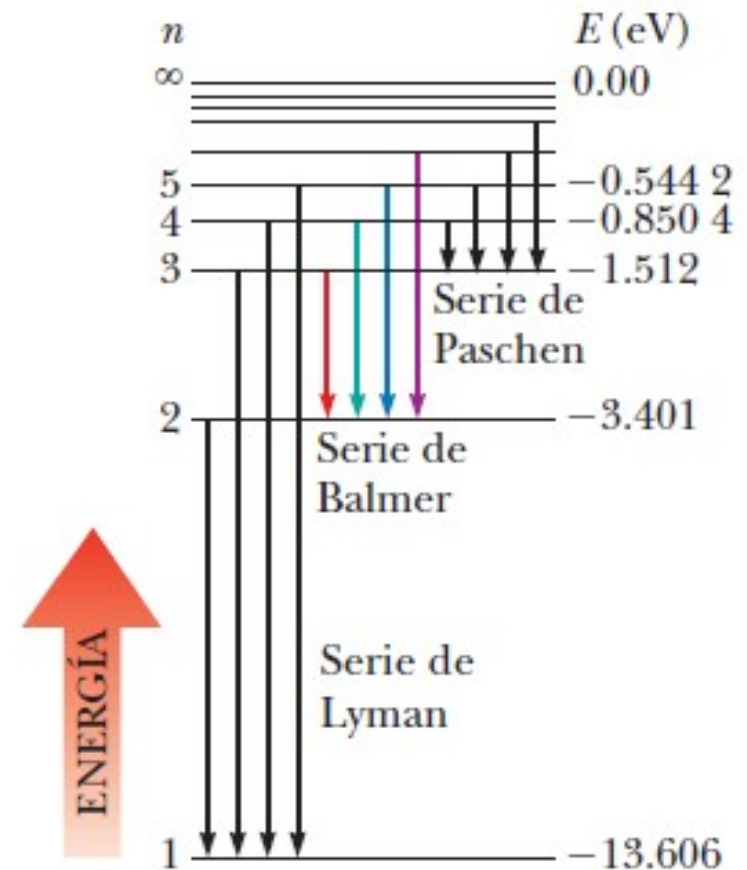
Cuando Bohr demostró esta concordancia, se reconoció como un gran logro de su teoría.

Es posible usar la ecuación anterior para evaluar las longitudes de onda para las diversas series en el espectro del hidrógeno.

Por ejemplo, en la serie de Balmer, $n_f = 2$ y $n_i = 3, 4, 5, \dots$

El diagrama de niveles de energía para el hidrógeno que se muestra indica el origen de las líneas espectrales.

Siempre que una transición ocurre entre un estado n_i a otro n_f ($n_i > n_f$), se emite un fotón con una frecuencia $(E_i - E_f)/h$.

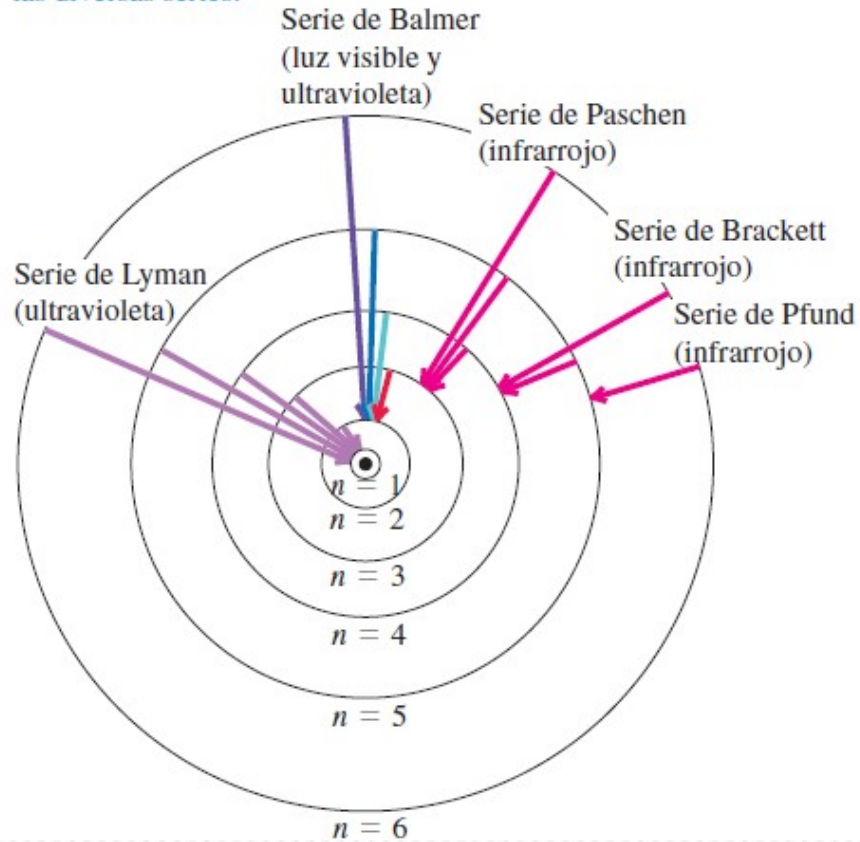


Este proceso se puede interpretar del modo siguiente: las líneas en la parte visible del espectro de hidrógeno (de Balmer) surgen cuando el electrón salta de la órbita tercera, cuarta o incluso superior, a la segunda órbita.

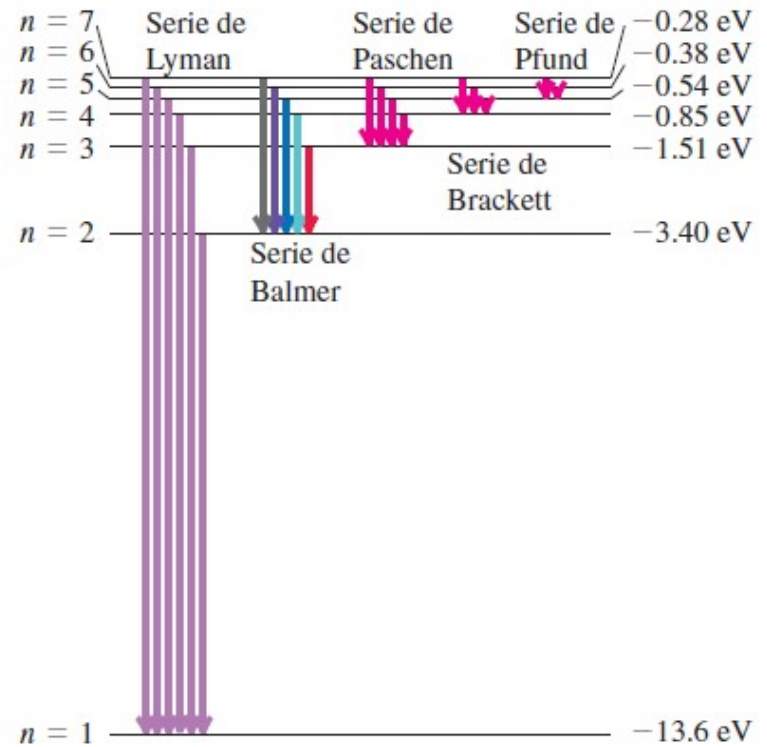
La teoría de Bohr predice exitosamente las longitudes de onda de todas las líneas espectrales observadas del hidrógeno

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

a) Órbitas “permitidas” de un electrón para el modelo de un átomo de hidrógeno, según Bohr (no está a escala). Las flechas indican las transiciones causantes de algunas de las líneas de las diversas series.

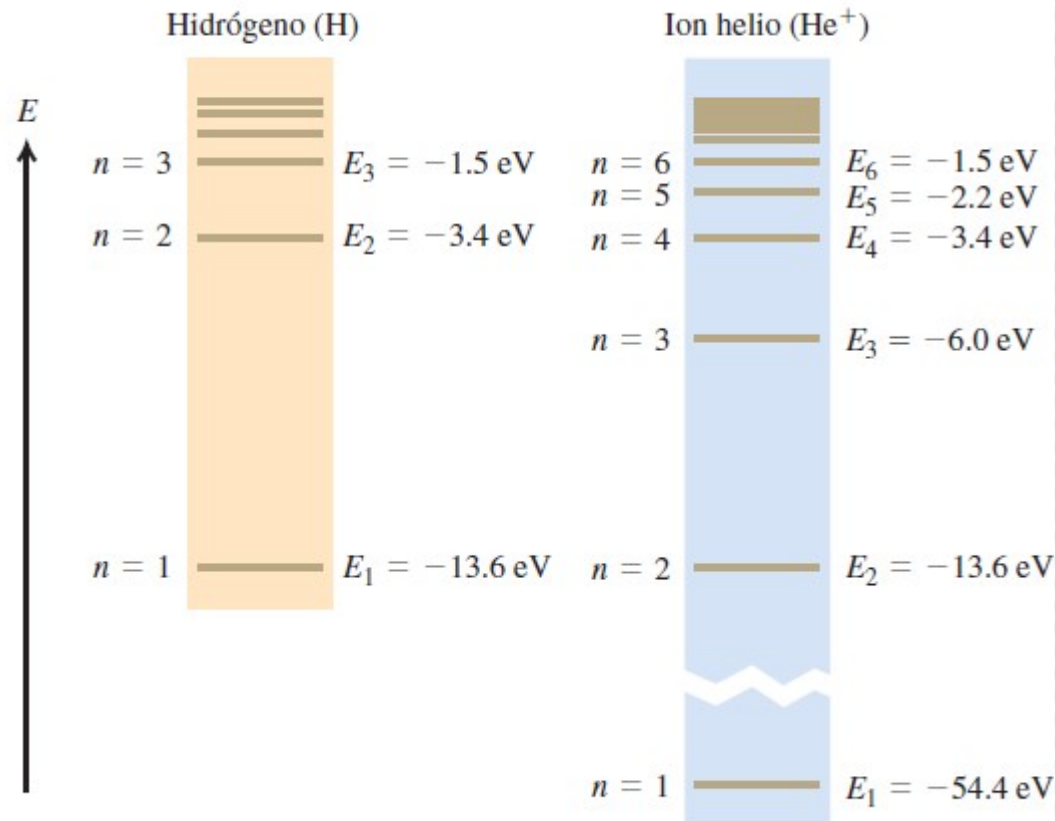


b) Diagrama de niveles de energía para el hidrógeno; muestra algunas transiciones correspondientes a las diversas series.



Átomos hidrogenoides

Modelo de Bohr se puede extender a otros átomos de un electrón: helio simplemente ionizado (He^+), el litio doblemente ionizado (Li^{+2}), etc.: **átomos hidrogenoides**.



La carga nuclear es Ze , con Z número atómico (cantidad de protones del núcleo). El efecto de Z en el análisis anterior es reemplazar Ze^2 donde quiera que aparezca e^2 . Los radios de las órbitas r_n se vuelven menores por un factor de Z , y los niveles de energía E_n se multiplican por Z^2 .

$$r_n = \frac{1}{n^2} \frac{a_0}{Z}$$

$$E_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8n^2 h^2}$$

Niveles de energía del H y del He^+ . La ecuación de la energía se multiplica por $Z^2 = 4$ para el He^+ , por lo que la energía de un ion He^+ con determinada n casi es exactamente igual a cuatro veces la de un átomo de H con la misma n . (Hay pequeñas diferencias, del orden del 0,05%, porque las masas reducidas son ligeramente diferentes.)

Limitaciones del modelo

Modelo de Bohr predice correctamente energía de ionización para el hidrógeno y las características generales del espectro del hidrógeno.

- 1) No es adecuado para espectros de átomos más complejos y no explica detalles sutiles del espectro del hidrógeno (líneas que no únicas sino que c/u es un grupo de líneas muy cercanas entre sí).
- 2) El electrón en un átomo de hidrógeno no se mueve en un círculo plano alrededor del núcleo, sino que describe una esfera.
- 3) La cantidad de momento angular del átomo en el estado fundamental es cero y no \hbar .
- 4) Un electrón que se mueve en una de las órbitas circulares de Bohr forma un circuito de corriente, y debería producir un momento magnético. Sin embargo, un átomo de hidrógeno en su nivel fundamental *no tiene momento magnético* debido a su movimiento orbital.

No tuvieron éxito los intentos de modelar átomos con dos o más electrones.

Este modelo fue sustituido por otro más complejo...un **“modelo cuántico”**

EJEMPLO: Ejercicio 6.2.5

La energía de un átomo de hidrógeno es $E_n = -13,6/n^2$ eV, donde n es un número entero que identifica el nivel de energía.

- ¿Qué energía del fotón se necesita para excitar el electrón del hidrógeno desde el estado base ($n=1$) hasta el nivel $n=2$?
- ¿Cuál es la mayor frecuencia de fotón que puede emitir el átomo de hidrógeno?
- ¿Qué podemos decir de la menor frecuencia de fotón que puede emitir el átomo de hidrógeno?

$$a) \Delta E = E_2 - E_1 = -\frac{13,606}{2^2} - \left(-\frac{13,606}{1^2}\right) = 13,606 - \frac{13,606}{4} = 10,2045 \text{ eV}$$

$$\Delta E = 10,2 \text{ eV}$$

b) Mayor frecuencia del fotón emitido corresponde a una transición de $n = \infty$ a $n = 1$, y cuya energía corresponde a la de ionización: $13,606 \text{ eV} = 13,606 \times 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$.

$$f = \frac{E}{h} = \frac{13,606 \times 1,602 \times 10^{-19}}{6,62607 \times 10^{-34}} = 3,2896 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$f = 3,29 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

c) La menor frecuencia es cero, ya que para n suficientemente grande podemos hacer la diferencia entre las energías de dos estados cuánticos tan pequeña como se quiera.

