

## Segunda prueba individual de Álgebra Lineal 2 para matemática 2023

October 29, 2023

1. **(1 punto)** Enunciar la versión matricial del teorema de valores singulares (también llamada descomposición de valores singulares).
2. **(1 punto)** Enunciar la versión matricial del teorema espectral sobre los reales.
3. **(2 puntos)** Mostrar que si  $A$  es una matriz real  $m \times n$  entonces  $A^t A$  y  $AA^t$  tienen los mismos valores propios no nulos.
4. **(2 puntos)** Calcular los valores singulares no nulos de

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. **(4 puntos)** Calcular la matriz de rango 2 que mejor aproxima a  $A$  en norma de Frobenius (i.e. mínimos cuadrados).