Parcial 3, 2024

(1) $n_g = 745$ cuentas
$t_g = 5$ min
$\Bigg\}$ $r_g = 149 \text{ min}^{-1}$

a) El error probable es el rango simétrico en torno al valor medio para el cual hay un 50% de probabilidad que caiga la medida. En una distribución normal esto equivale a $\pm 0{,}675\,\sigma$

$$\sigma_{gr} = \frac{\sigma_g}{t_g} = \frac{\sqrt{\mu_g}}{t_g} = \sqrt{\frac{r_g}{t_g}} \approx 5{,}46 \text{ min}^{-1}$$

$$\mu_g = r_g\, t_g$$

Por lo tanto, el error probable $E = \pm 0{,}675\,\sigma_{gr} \Rightarrow \boxed{E \approx \pm 3{,}69 \text{ min}^{-1}}$

b) 2% de la tasa de conteo $\longrightarrow 0{,}02\, r_g = 2{,}98 \text{ min}^{-1}$

En una distribución normal, el 98% equivale a $2{,}326\,\sigma_{gr}$

$$\Rightarrow 2{,}98 = 2{,}326\,\sigma_{gr} \Rightarrow \sigma_{gr} = 1{,}28 \text{ min}^{-1}$$

$$1{,}28 = \sqrt{\frac{149}{t_g}} \Rightarrow \boxed{t_g \approx 91 \text{ min}}$$

c) $r_g = 7{,}48 \text{ s}^{-1} \Rightarrow \mu_g = 74{,}8$

$$P_{75} = \frac{74{,}8^{75}}{75!} e^{-74{,}8} \simeq 4{,}6\%$$

(2) La fórmula semiempírica de la masa sin el término de "pairing":

$$B(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

Fisión en dos núcleos idénticos: $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A/2}_{Z/2}Y + {}^{A/2}_{Z/2}Y$

a) La energía liberada Q se puede obtener a partir de la diferencia de energías de ligadura entre los núcleos hijos y el núcleo padre:

$$Q = 2B(A/2, Z/2) - B(A,Z)$$

$$Q = \cancel{2a_V \frac{A}{2}} - 2a_S\left(\frac{A}{2}\right)^{2/3} - \frac{\cancel{2}a_C \frac{Z}{2}\left(\frac{Z}{2}-1\right)}{(A/2)^{1/3}} - 2a_A\frac{(A/2-Z)^2}{A/2} -$$

$$- \cancel{a_V A} + a_S A^{2/3} + a_C\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_A\frac{(A-2Z)^2}{A} =$$

$$= a_S\left(1-2^{1/3}\right)A^{2/3} + a_C\frac{Z}{A^{1/3}}\left[Z-1-2^{1/3}\left(\frac{Z}{2}-1\right)\right] +$$

$$+ \frac{a_A}{A}\left[\cancel{A^2} - \cancel{4AZ} + \cancel{4Z^2} - \cancel{2\frac{A^2}{2}} + \cancel{4AZ} - \cancel{4Z^2}\right]$$

$$\boxed{Q = -0{,}26\, a_S A^{2/3} + \frac{a_C Z}{A^{1/3}}\left(0{,}37Z + 0{,}26\right)}$$

b) $a_V = 16$ MeV, $a_S = 18$ MeV, $a_C = 0{,}72$ MeV, $a_A = 23{,}5$ MeV; $A = 238$, $Z = 92$

$$Q = -0{,}26 \cdot 18 \cdot 238^{2/3} + \frac{0{,}72 \cdot 92}{238^{1/3}}\left(0{,}37 \cdot 92 + 0{,}26\right)$$

$$\boxed{Q \simeq 187 \text{ MeV}}$$

(3) $A = 197 \Rightarrow$ impar $\Rightarrow \delta = 0 \Rightarrow$ 1 solo núcleo estable con $Z = 79$

$Z_1 = Z - 1 = 78 \Rightarrow$ puede decaer por β^-

$Z_2 = Z + 1 = 80 \Rightarrow$ " " " β^+ y CE

En general, $m(A,Z) = Z m_p + (A-Z) m_n - B(A,Z)$

a) Para decaimiento β^-: ${}^{197}_{78}Pt \longrightarrow {}^{197}_{79}Au + \beta^- + \bar{\nu}$

$$m(A,Z-1) = (Z-1) m_p + (A-(Z-1)) m_n - B(A,Z-1)$$

$$m(A,Z) = Z m_p + (A-Z) m_n - B(A,Z)$$

$$\Delta m_-(A,Z) = m(A,Z-1) - m(A,Z) = -m_p + m_n - B(A,Z-1) + B(A,Z)$$

$$= -(m_p - m_n) - \Delta B_-$$

$$B(A,Z-1) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{(Z-1)(Z-2)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(A-2(Z-1))^2}{A}$$

$$B(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

$$\Delta B_- = \frac{a_C}{A^{1/3}} \underbrace{\left[-\cancel{Z^2} + 2Z + \cancel{Z} - 2 + \cancel{Z^2} - \cancel{Z}\right]}_{2(Z-1)} + \frac{a_A}{A} \underbrace{\left[(A-2Z)^2 - (A-2(Z-1))^2\right]}$$

$$\cancel{A^2} - 4AZ + 4Z^2 - \cancel{A^2} + 4A(Z-1) - 4(Z-1)^2 =$$

$$= -\cancel{4AZ} + \cancel{4Z^2} + \cancel{4AZ} - 4A - \cancel{4Z^2} + 8Z - 4 =$$

$$= -4(A - 2Z + 1)$$

$$\Delta m_- = \underbrace{-(m_p - m_n)}_{(1)} + \underbrace{\frac{2a_C}{A^{1/3}}(1-Z)}_{(2)} + \underbrace{\frac{4a_A}{A}(A-2Z+1)}_{(3)}$$

(1) 1,293 MeV

(2) −19,303 MeV

(3) 19,086 MeV

$\Delta m_- = 1,076$ MeV

$Q = \Delta m_- - m_e = 0,565$ MeV $> 0 \Rightarrow$ es posible la reacción

b) Para decaimiento β^+: ${}^{197}_{80}Hg \longrightarrow {}^{197}_{79}Au + \beta^+ + \nu$

$$m(A,Z+1) = (Z+1) m_p + (A-(Z+1)) m_n - B(A,Z+1)$$

$$\Delta m_+ = m(A,Z+1) - m(A,Z) =$$

$$= (\cancel{Z}+1) m_p + (\cancel{A} - (\cancel{Z}+1)) m_n + \frac{a_C}{A^{1/3}}(\cancel{Z^2}+Z) + \frac{a_A}{A}(A-2(Z+1))^2 -$$

$$- \cancel{Z} m_p - (\cancel{A} - \cancel{Z}) m_n - \frac{a_C}{A^{1/3}}(\cancel{Z^2} - Z) - \frac{a_A}{A}(A-2Z)^2 =$$

$$= m_p - m_n + \frac{2a_C}{A^{1/3}} Z + \frac{a_A}{A}\left[\cancel{A^2} - \cancel{4AZ} - 4A - \cancel{A^2} + \cancel{4AZ} - \cancel{4Z^2} + \cancel{4Z^2} + 8Z + 4\right]$$

$$= \underbrace{m_p - m_n}_{(1)} + \underbrace{\frac{2a_C}{A^{1/3}} Z}_{(2)} + \underbrace{\frac{4a_A}{A}(-A + 2Z + 1)}_{(3)}$$

(1) $-1{,}293$ MeV
(2) $19{,}551$ MeV
(3) $-18{,}132$ MeV

$\Delta m_t = 0{,}126$ MeV

$Q = \Delta m_t - m_e = -0{,}385 < 0 \Rightarrow$ no es posible la reacción

Para CE: ${}^{192}_{80}Hg + e^- \longrightarrow {}^{192}_{79}Au + \nu$

$Q = \Delta m_t + m_e = 0{,}637 \text{ MeV} > 0 \Rightarrow$ es posible