PROCESOS DE MEDICIÓN

Medir: Obtener el valor de una magnitud física. El resultado de una medición es una aproximación o estimación del valor verdadero del objeto de medida.

OBJETIVO DE LA MEDICIÓN: determinar EL VALOR DE UNA MAGNITUD FíSICA PARTICULAR es decir, del **MENSURANDO**, siguiendo una serie de operaciones bien definidas, las cuales deben estar documentadas.

ETAPAS DEL PROCESO DE MEDIR:

- medición (adquisición de los datos),
- el procesamiento de dichos datos,
- expresión del resultado final (valor más representativo de la medida, con su incertidumbre y unidades).

FACTORES QUE AFECTAN EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN:

- El objeto de medición; por ejemplo, al medir la longitud de un trozo de madera con extremo irregular.
- El procedimiento de medición; por ejemplo, si para medir la temperatura de un fluido, se mide en varios puntos o en uno solo (podría no ser uniforme).
- Los instrumentos de medición; por ejemplo el alcance y apreciación del instrumento empleado.
- El ambiente de medición; por ejemplo la temperatura afecta la longitud de una barra metálica.
- El observador; por ejemplo un observador debe cambiar la graduación de sus lentes y aún no lo ha hecho.
- El método de cálculo; por ejemplo si se toma una única medida ó se toman varias para luego promediar.

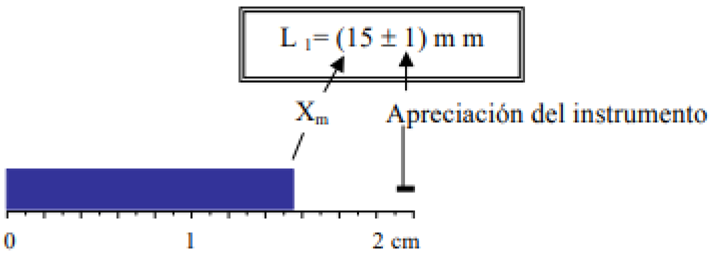
Obs.: El ambiente de medición refiere a las magnitudes que pueden afectar la medida como temperatura, presión, humedad, etc. (no en todos los experimentos es relevante).

¿Cómo expresamos el resultado de una medición?

$$Resultado = (Valor\ medido \pm incertidumbre) UNIDAD$$

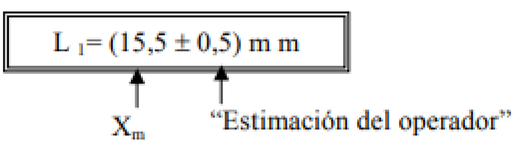
Los siguientes ejemplos corresponden a la medición de la longitud de un objeto con extremos regulares, con un instrumento analógico (la regla). Luego veremos instrumentos analógicos vs digitales.

Ejemplo 1: Expresar el resultado de una medida utilizando la apreciación del instrumento. El resultado indica que la medida está entre 14mm y 16mm.



Apreciación: mínimo registro en la escala de un instrumento.

Ejemplo 2: Expresar el resultado de una medida utilizando la estimación del instrumento. El resultado indica que la medida está entre 14mm y 16mm.



Estimación: División a "ojo" de la escala. La estimación depende de la habilidad del/de la experimentador/a.

Expresaremos la INCERTIDUMBRE de una medida con DOS CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

***EXCEPCIÓN:* Si el dispositivo con el que realizamos una medida directa NO da más de UNA cifra significativa, lo expresaremos con 1 cifra. Si medimos la longitud de un objeto regular (L) con una regla y consideramos su apreciación (1mm) como incertidumbre (ver ejemplo 1).**

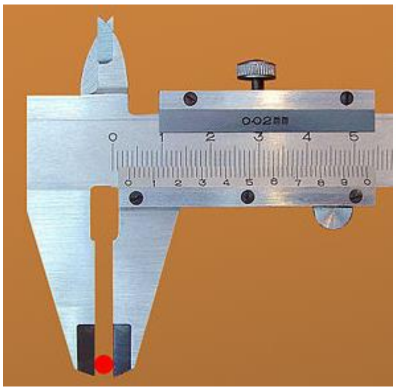
Incertidumbre del mensurando: Parámetro asociado al resultado de una medición, que caracteriza el intervalo de valores que pudieran ser razonablemente atribuidos al mensurando.

La incertidumbre da un **intervalo de confianza** dentro del cual es razonable esperar que el **valor real** del mensurando se encuentre. Esto es porque en la incertidumbre se debe englobar la desviación que provoca todo posible error cometido durante el proceso de medición.

PARA ESTIMAR LA INCERTIDUMBRE CONSIDERAMOS:

- **Limitaciones del proceso de medición** (no es lo mismo medir el tiempo que le toma a un cuerpo trasladarse desde un punto A a un punto B mediante un cronómetro activado de forma manual, que con sensores ópticos colocados en dichos puntos)
- **Factores externos.** Ej: la temperatura del entorno al medir la longitud de un objeto metálico.
- **Limitaciones instrumentos** (alcance, apreciación, estimación).

La incertidumbre surge del propio proceso de medición, depende de las características del experimento realizado. Ej: Experimento 1 (medir el tiempo de caída de una esfera en una rampa, activando el cronómetro quien libera la esfera) vs Experimento 2 (medir el tiempo de caída de una esfera en una rampa, activando el cronómetro mirando a otro que libera la esfera). Son 2 experimentos con distinta incertidumbre.



El instrumento de medida más apropiado a utilizar depende de lo que vayamos a medir. Un calibre nos brinda información sobre las décimas de mm pero para longitudes que superan su alcance produce una incertidumbre mayor.

Medición con un calibre: https://www.youtube.com/watch?v=dHAQbMzJBnU&ab_channel=Metalmecanica-facil

ERROR ≠ INCERTIDUMBRE

ERROR: **es la diferencia entre un resultado individual (Xm) de una medición y el valor verdadero del mensurando (Xv), es decir $\varepsilon = |Xm - Xv|$.**

El valor verdadero del mensurando es aquel que resultaría de una medición "perfecta" (sin cometer error alguno). Por lo tanto, el valor verdadero es un concepto idealizado y los errores no pueden ser conocidos. Sin ir más lejos, no existe instrumento de medición cuya lectura contenga infinitas cifras significativas, por lo tanto, nunca vamos a conocer el valor verdadero de forma exacta.

¿Cómo cuantificamos la INCERTIDUMBRE de una magnitud?

Dependiendo del tipo de medición:

1) **RELACIÓN DE VARIABLES** → mínimos cuadrados

2) **UNA VARIABLE:**

Medida DIRECTA: Obtengo el resultado directamente de la lectura del instrumento.

UNA MEDIDA (INCERTIDUMBRE): Incertidumbre nominal.

$$\sigma_{Nominal} = \sqrt{\sigma^2_{instrumento+}\sigma^2_{paralaje} + \sigma^2_{def.de\ objeto+\cdots}}$$

Ej.: longitud de una barra

VARIAS MEDIDAS (Incertidumbre):

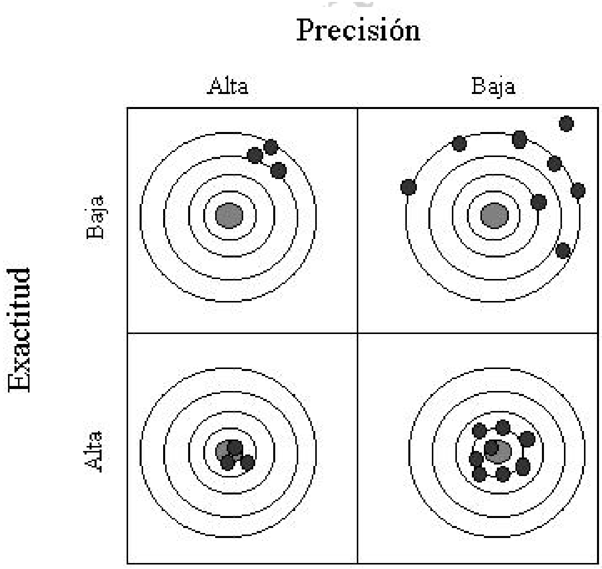
$$Incertidumbre = \sqrt{(\sigma_{nominal})^2 + (\sigma_{est})^2}$$

Medida INDIRECTA:

Obtengo el resultado a partir de operaciones matemáticas sobre medidas experimentales directas.

PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRE

En el caso de tomar varias mediciones ¿Se puede calificar la calidad del experimento con los términos de precisión y exactitud?



Precisión de un mensurando: Poca dispersión del conjunto de valores en una serie de resultados.

- Afectada por **Errores aleatorios** o errores accidentales: afectan a todas las medidas de forma aleatoria (diferente)

Exactitud: hace referencia a cuanto se acerca o se desvía el valor medio de estas mediciones del “verdadero” valor.

- Afectada por **Errores sistemáticos:** Afectan a todos los valores de igual forma (genera un corrimiento en las medidas).

Ej 1: Errores sistemáticos como el tiempo de reacción hacen que de forma muy precisa pero inexacta obtengamos el mismo tiempo de caída en la rampa.

Ej 2: Si medimos una masa con una balanza que no está ajustada en cero, cometemos un error sistemático.

Nota: el centro de las dianas corresponde al valor verdadero de la magnitud que deseamos medir. Dicho valor es desconocido y, por lo tanto, no sabemos dónde está dicho centro. Es decir, los errores sistemáticos son difíciles de determinar y todo recae sobre un correcto diseño del experimento.

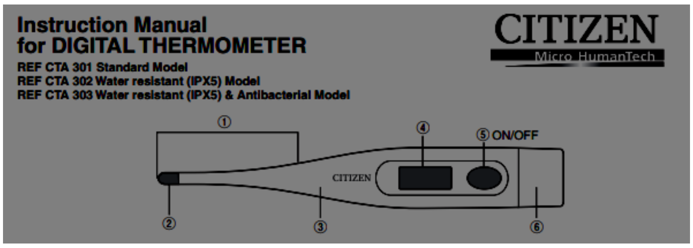
¿Por qué es importante conocer las LIMITACIONES DE NUESTROS INSTRUMENTOS? Alcance y apreciación.

Alcance: máxima medida que podemos tomar con el instrumento.

¿Cómo estimamos la contribución del INSTRUMENTO a la incertidumbre en una medida directa?

Instrumento analógico: precisión (o apreciación).

Instrumento digital: ver guía en el manual del fabricante. Suele ser la precisión más algún porcentaje del valor obtenido.



ESPECIFICACIONES

Rango de medición	32,0˚C–42,9˚C (90,0˚F–109,9˚F)
Visualización temp.baja	Visualización<32,0˚C (90,0˚F) Temp.: Lo˚C (Lo˚F)
Visualización temp.alta	Visualización>=43,0˚C (109,9˚F) Temp.: Hi˚C (Hi˚F)
Resolución de pantalla	0,1˚C (0,1˚F)
Precisión	35,5˚C–42,0˚C±0,1˚C (95,9˚F–107,6˚F±0,2˚F) otro rango: ±0,2˚C (0,3˚F)

Incertidumbre total en Medida **DIRECTA Y ÚNICA**:

$$\Delta X = \sigma_{nominal} = \sqrt{\sigma^2_{instrumento+}\sigma^2_{paralaje} + \sigma^2_{definicióndeobjeto+\cdots}}$$

Expreso el resultado: $$Resultado = (medida \pm \Delta X) UNIDAD$$

Incertidumbre total en Medida **DIRECTA Y REPETIDA**:

Cuando repito las mediciones no sólo debo contemplar $\sigma_{nominal}$ debo considerar además la componente estadística $\sigma_{estadística}$ (desviación estándar).

$$\Delta X = \sqrt{(\sigma_{nom})^2 + (\sigma_{est})^2}$$

Recordemos que $\sigma_{est} = STDEV$

$$\sigma_{est} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_N - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

¿Cómo integramos ambas incertidumbres cuando tomamos una medida directa pero de forma repetida?:

σ_{est}: Incertidumbre estadística, asociada a errores estadísticos, usaremos desviación estándar (STDEV).

σ_{nom}: Incertidumbre nominal, asociada a cada medida independiente.

$\bar{X}$: Promedio

Expresamos el resultado: $$Resultado = (\bar{X} \pm \Delta X) UNIDAD$$

CIFRAS SIGNIFICATIVAS: Las cifras significativas de una medida son las que aportan alguna información.

Reglas básicas:

- Son significativos todos los dígitos distintos de cero.
- Los ceros a la izquierda de la primera cifra significativa no son cifras significativas.
- Los ceros situados entre dos cifras significativas son significativos

Ejemplos:

- 16,6 tiene 3 cifras significativas
- 0,12 tiene 2 c.s.
- 0,0010003 tiene 5 c.s.
- 16,60 tiene 4 cifras significativas

Los ceros a la derecha de la última cifra no nula, también son cifras significativas, pero hay que tener cuidado con su procedencia. Es decir, si mido con una regla cuya menor división es 1 mm, y la longitud de un objeto es 2,0 cm, ese 0 aporta información. Por eso, 2,0 cm tiene 2 cifras significativas

¡Cuidado con la conversión de unidades[!]: si medimos $V = (5{,}0 \pm 1{,}0)\ mL$ y lo deseamos expresar en mm^3

$V = (5000 \pm 1000)\ mm^3$ - MAL (Tiene más cifras significativas que antes)

$V = (5{,}0 \pm 1{,}0) \times 10^3 mm^3$ - BIEN

$V = (50 \pm 10) \times 10^2\ mm^3$ - BIEN

MAL: X = (6.52323 ± 0.01324) cm
BIEN: X = (6.523 ± 0.013) cm

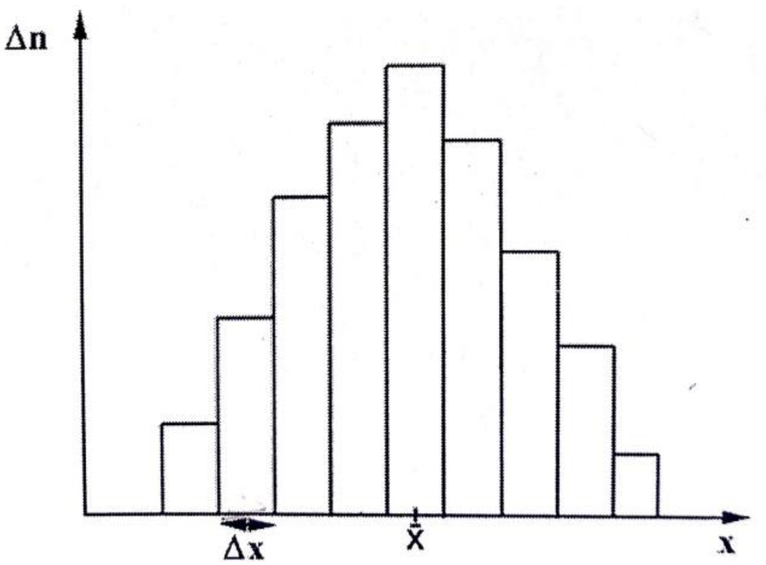
MEDIDA DIRECTA REPETIDA

¿Cuándo y por qué repetimos la medición?

- Tiempo de reacción (reflejos) del experimentador
- Irregularidades en las superficies
- Defectos del cronómetro (ej.: botones)
- Vibraciones (ej.: en mesa de trabajo), Etc.

Errores aleatorios

ERRORES ALEATORIOS: refieren a errores accidentales e inevitables, que se producen por eventos únicos imposibles de controlar durante el proceso de medición y que afectan a cada medida de forma diferente.



HISTOGRAMA

El histograma es un método gráfico, que permite ver la distribución de N resultados de medidas. Ejemplo medida del tiempo de caída en una rampa.

Si dividimos el eje x (horizontal) en intervalos pequeños de tamaño arbitrario Δx, podemos colocar en cada intervalo el número de observaciones Δn que caen en ese intervalo, $\sum \Delta n = N$. Puede observarse a simple vista que las medidas más repetidas están en el intervalo donde está $\bar{x}$ valor esperado.

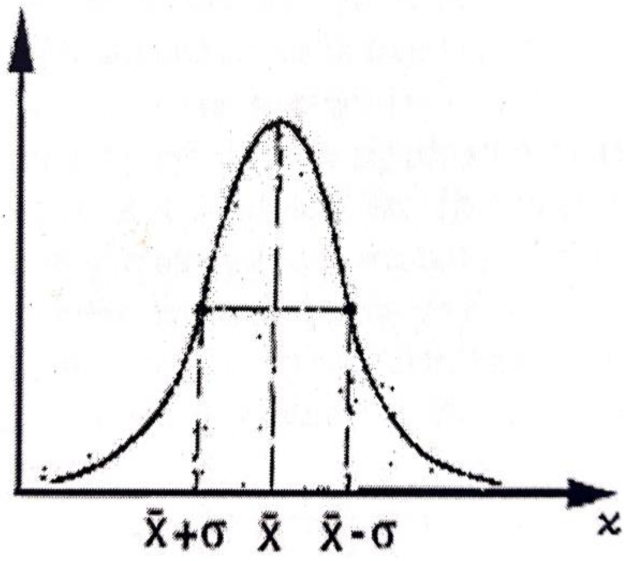
Un valor representativo de una serie de medidas $\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$, es el promedio

Promedio:

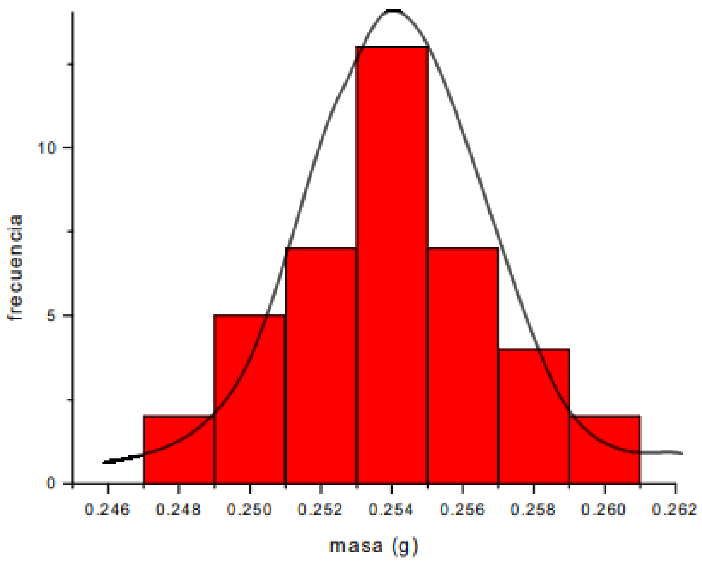
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N}$$

Nota: No siempre el promedio es el mejor estimador del valor esperado (puede serlo la mediana, la moda, etc.).

El histograma asociado a la muestra permite observar que existen valores cerca del valor promedio y otros (menores en número) alejados. Si se propone realizar una nueva medición, no se puede saber de antemano el resultado que se va a obtener, pero sí se puede predecir que existe mayor probabilidad que el valor a obtener sea próximo al valor medio y menor probabilidad que dicho valor se encuentre lejos del valor medio.



Superposición del histograma construido con datos experimentales y la curva de Gauss



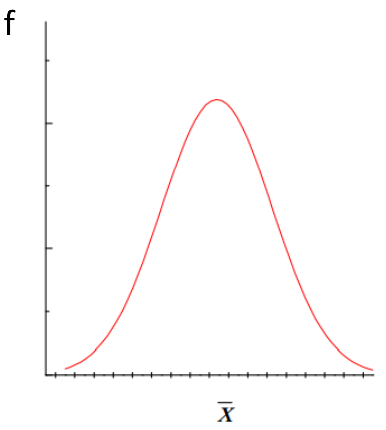
La distribución de Gauss o curva gaussiana, es un modelo teórico que representa adecuadamente a una población de mediciones realizadas al azar y asocia una función de densidad cuya gráfica es influenciada por los valores de $\bar{x}$ y σ. Este modelo supone que al medir experimentalmente una variable existen desviaciones respecto a un valor central.

Nota: la frecuencia debe ser normalizada para poder hacer el ajuste por una campana de Gauss, es decir, debe tener área total 1 para poder comparar con dicha campana. Esto se logra dividiendo cada frecuencia por el factor N.Δx, donde N es el número total de datos y Δx es el ancho de cada intervalo de datos en el histograma.

¿Cómo cuantificar la calidad de una serie de medidas?

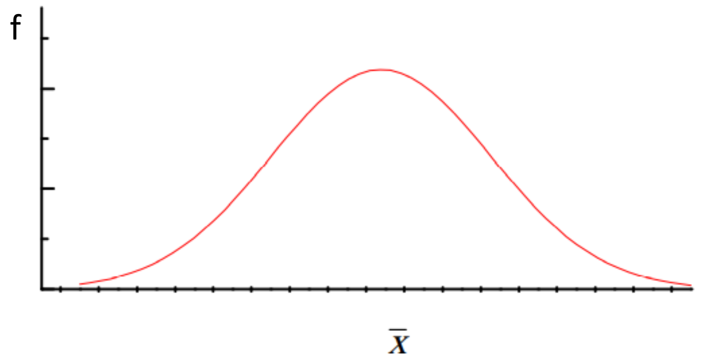
La DESVIACIÓN ESTÁNDAR: Da una idea de la dispersión de los valores respecto a la media.

Por ejemplo:



Distribución de datos con σ (desviación estándar) pequeña.

Mediciones precisas.



Distribución de datos con σ (desviación estándar) grande.

Mediciones poco precisas.

CUIDADO: No confundir la desviación estándar con la desviación estándar poblacional

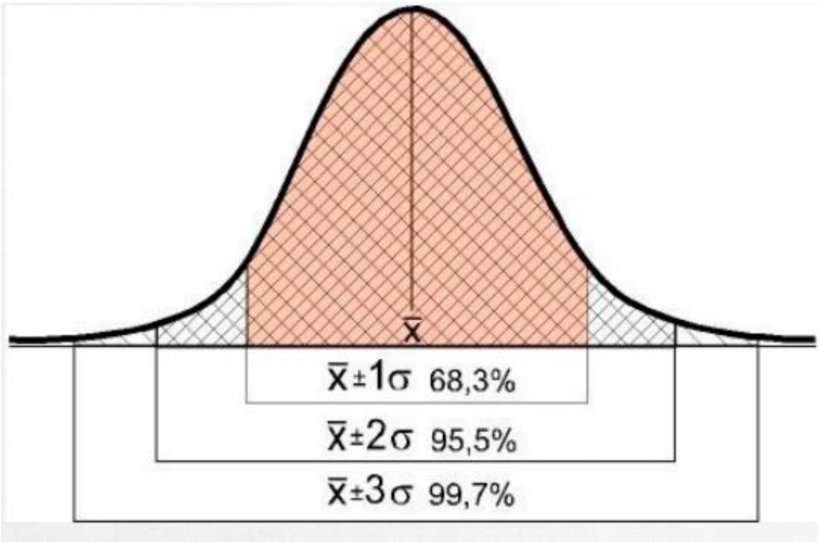
1) Desviación estándar poblacional (STDVP)

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_N - \bar{x})^2}{N}}$$

2) Desviación estándar (STDEV) es la incertidumbre estadística (σ_{est}).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_N - \bar{x})^2}{N-1}}$$

¿En qué consiste el criterio 3σ para descartar una medida?



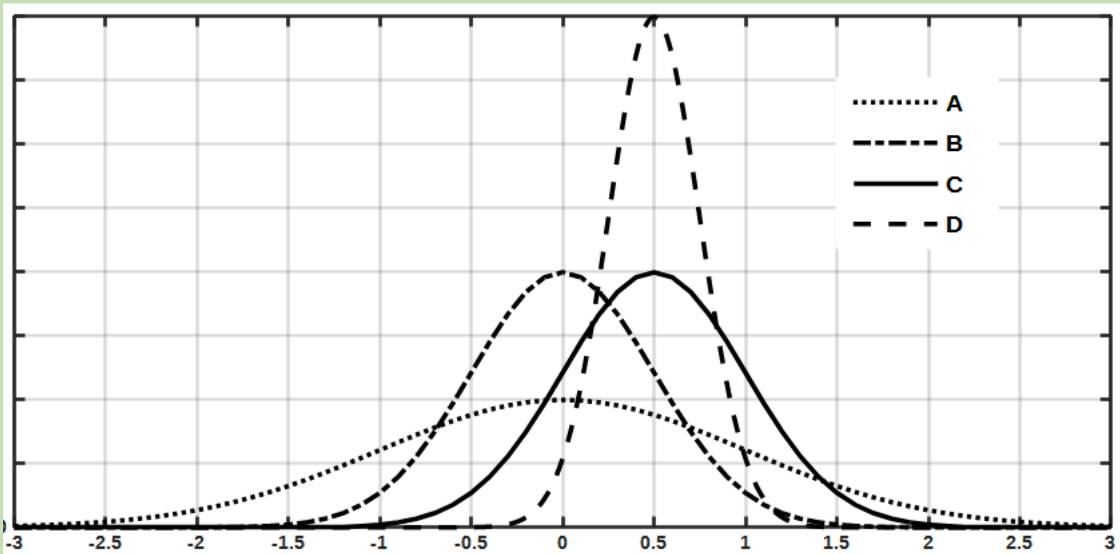
Al conocer el promedio y la desviación estándar de una serie de medidas, sabemos que al realizar una nueva medida hay un 68% de probabilidad que la medida esté en el entorno del $\bar{x} \pm \sigma$.

Al considerar 3σ, la probabilidad aumenta de forma considerable a 99,7%, tal que podríamos descartar cualquier medida fuera de dicho intervalo justificando con éste criterio.

Luego del filtrado de datos, por supuesto que debemos recalcular el promedio y la desviación estándar (puede suceder que algún dato deba volver a ser filtrado y se deba repetir así este procedimiento).

Ejercicio de repaso (precisión-exactitud):

Cuatro estudiantes (A, B, C y D) determinan el valor más representativo de un mensurando adimensionado que varía en el intervalo [-3,3]. Para ello realizan 200 mediciones directas con el mismo instrumento. La distribución de cada serie de medidas se representa en la siguiente figura.



A) ¿Qué puede afirmar al comparar las siguientes distribuciones?

i) A y B
ii) B y C
iii) C y D

B) Supongamos que, hipotéticamente y por alguna razón desconocida, nos llega la información de que el valor verdadero del mensurando es 0.75.

¿Puede decir algo más cuando realiza las comparaciones anteriores?

i) A y B
ii) B y C
iii) C y D

¿Cómo determinamos la incertidumbre MEDIDA INDIRECTA?

Cuando realizamos medidas indirectas, significa que para informar el resultado de una medida debo realizar una operación matemática. Para obtener la incertidumbre de la magnitud calculada (medida indirecta) debo aplicar la ley de propagación de incertidumbres que depende de la relación funcional entre las cantidades medidas DIRECTAMENTE y las DETERMINADAS.

Ejemplo: Realizamos 2 medidas $\{X \pm \Delta X, Y \pm \Delta Y\}$

<table>
<tr><th>OPERACIÓN</th><th>FUNCIÓN</th><th>INCERTIDUMBRE (ΔQ)</th></tr>
<tr><td>Suma</td><td>$Q = X + Y$</td><td rowspan="2">$\Delta Q = \Delta X + \Delta Y$
Es la suma de las incertidumbres de cada medida directa.</td></tr>
<tr><td>Resta</td><td>$Q = X - Y$</td></tr>
<tr><td>Producto</td><td>$Q = X.Y$</td><td rowspan="2">$\Delta Q = Q\left(\frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y}\right)$
La incertidumbre relativa de la medida indirecta, es la suma de las incertidumbres relativas de las medidas directas</td></tr>
<tr><td>División</td><td>$Q = \frac{X}{Y}$</td></tr>
</table>

Ejemplo: Realizamos n medidas

N cantidades medidas $\{X_1 \pm \Delta X_1, X_2 \pm \Delta X_2, \ldots, X_N \pm \Delta X_N\}$

Q es función de las N cantidades medidas:

$$Q = f(X_1, X_2, \ldots, X_N)$$

La incertidumbre de Q se obtiene de la ecuación general:

$$\Delta Q = \left|\frac{\partial f}{\partial X_1}\right| \Delta X_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_2}\right| \Delta X_2 + \cdots + \left|\frac{\partial f}{\partial X_N}\right| \Delta X_N$$

Incertidumbre de las operaciones más frecuentes

OPERACIÓN	**INCERTIDUMBRE**
$\boldsymbol{Q = X_1 \pm X_2 \pm \cdots \pm X_N}$	$\Delta Q = \Delta X_1 + \Delta X_2 + \cdots + \Delta X_N$
$\boldsymbol{Q = X_1 * X_2 * \ldots * X_N}$	$\Delta Q = \lvert Q \rvert * \left(\frac{\Delta X_1}{\lvert X_1 \rvert} + \frac{\Delta X_2}{\lvert X_2 \rvert} + \cdots + \frac{\Delta X_N}{\lvert X_N \rvert}\right)$
$\boldsymbol{Q = \propto * f(X_1, X_2, \ldots, X_N)}$ **, con α constante y sin incertidumbre**	$\Delta Q = \lvert \propto \rvert * \Delta f(X_1, X_2, \ldots, X_N)$
$\boldsymbol{Q = X_1^k}$**, con k entero positivo**	$\Delta Q = k * \lvert X_1 \rvert^{k-1} * \Delta X_1$

Fórmula genérica una función de 2 variables X,Y (2 medidas):

Relación dada por la función: $Q = f(X, Y)$

$$\Delta Q = \underbrace{\left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|}_{\text{Derivada parcial de f respecto a X.}} \Delta X + \underbrace{\left|\frac{\partial f}{\partial Y}\right|}_{\text{Derivada parcial de f respecto a Y.}} \Delta Y$$

En la tabla se recuerdan las derivadas parciales de algunas funciones a tener en cuenta.

Tabla de derivadas parciales

Función	Derivada respecto a X	Derivada respecto a Y
$f(X,Y) = k$, (constante)	$f_X(X,Y) = 0$	$f_Y(X,Y) = 0$
$f(X,Y) = X + Y$	$f_X(X,Y) = 1$	$f_Y(X,Y) = 1$
$f(X,Y) = A.X + B.Y$	$f_X(X,Y) = A$	$f_Y(X,Y) = B$
$f(x) = X^m + Y^n$	$f_X(X,Y) = m.X^{m-1}$	$f_Y(X,Y) = n.Y^{n-1}$

Ejemplo aplicado: Queremos determinar el volumen de un cilindro $\boldsymbol{V = \pi r^2 h}$**,**

siendo r-radio, h-altura.

Primero realizamos las derivadas parciales respecto a las dos variables h y r:

- $\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial(\pi r^2 h)}{\partial r} = \pi h \frac{\partial(r^2)}{\partial r} = \pi h 2\mathrm{r}$
- $\frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\partial(\pi r^2 h)}{\partial h} = \pi r^2 \frac{\partial(h)}{\partial h} = \pi r^2 1$

APLICAMOS la definición: $\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial r}\right| \Delta r + \left|\frac{\partial V}{\partial h}\right| \Delta h \quad ec(1)$

Sustituimos en la definición y obtenemos: $\Delta V = \pi h 2\mathrm{r}\, \Delta r + \pi r^2\, \Delta h \quad ec(2)$

TOMAMOS LAS SIGUIENTES MEDIDAS:

$r = (11{,}4 \pm 0{,}1)cm \quad y \quad h = (35{,}7 \pm 0{,}2)cm$

Determinamos el volumen: $V = \pi r^2 h = 14.575{,}6453110009041949\ cm^3$

Sustituimos en la ecuación ec(2); (los paréntesis son innecesarios, marcan la sustitución):

$\Delta V = \pi(35{,}7) * 2(11{,}4) * (0{,}1) + \pi(11.4)^2 * (0{,}2) = 337{,}369351883700716292026 3\ cm^3$

$\mathrm{V} = (14.575{,}6453110009041949 \pm 337{,}3693518837007162920263)\ cm^3$

Resultando la medida: $V = (145{,}8 \pm 3{,}4) \times 10^2\ cm^3$

Cómo citar este documento:
V. Fossati, A. Altamirano, A. Cal, B. Pombo, A. Rey, Y. Abraham, D. Luzardo, F. Rinderknecht y D. Freire Caporale (2022). Procesos de medición. Curso de Laboratorio de Física 1 para la Licenciatura en Bioquímica, Instituto de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de la República, Uruguay. Url: ***https://eva.fcien.udelar.edu.uy/mod/resource/view.php?id=68443 (Última fecha de acceso: 11 de abril de 2022).***