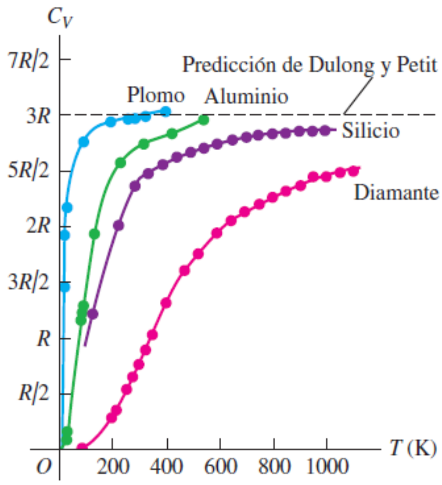
PRÁCTICO Nº 1
Teoría cinética de gases. Distribución de Boltzmann. Equipartición de la energía.

1.- Sea f(v) la distribución de probabilidad para la rapidez de una molécula de un gas ideal a temperatura T (distribución de Maxwell)
a) Muestre que el máximo de f(v) está dado por $mv^2/2 = k\,T$
b) Muestre que la energía cinética promedio es igual a 3/2 k T. ¿Cómo se relaciona este resultado con el teorema de equipartición de la energía?
c) Estime los valores de velocidades típicas para moléculas de aire a temperatura ambiente. ¿Depende del tipo de molécula? Compare con la velocidad del sonido.

2.- Considere un gas ideal a temperatura T en presencia de un campo gravitacional constante *g.*
a) Escriba la probabilidad de que una molécula tenga una velocidad y altura dada
b) Escriba la probabilidad de que una molécula tenga una altura entre z y z+dz
c) A partir del resultado en b), obtenga una expresión para la densidad del gas en función de la altura

3.-
a) En 1819, Dulong y Petit encontraron que los calores específicos molares de sólidos elementales tienen valores cercanos a 25 J/mol K. Inteprete este resultado a partir del teorema de equipartición de energía.
b) La observación de Dulong y Petit es sólo cierta a temperaturas "altas": A temperaturas "bajas" los calores específicos de los sólidos tienden a cero (ver ejemplos en la figura). ¿A qué se podría deber este efecto?



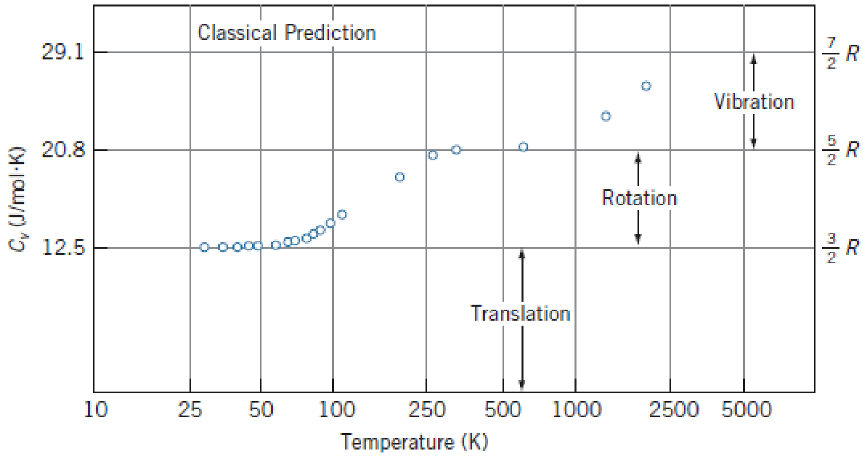
(Figura tomada del libro Sears-Zemansky)

4.- De acuerdo a la teoría de la relatividad especial, una partícula sin masa tiene una rapidez fija c (igual a la velocidad de la luz) y una energía y momento lineal relacionados por E = p c.
a) Partiendo del peso de Boltzmann, muestre que la distribución de probabilidad f(p) para el momento p de una partícula sin masa a temperatura T está dada por:

$$f(p) = \frac{1}{2}\left(\frac{c}{kT}\right)^3 p^2 e^{-\frac{cp}{kT}}$$

b) Muestre que el valor promedio de la energía está dado por 3 k T.
***c)** Verifique que este resultado es compatible con la versión generalizada de equipartición de la energía que asigna kT al valor medio de (p_i d E/dp_i), i=1,2,3.

5.-
a) Use el principio de equipartición de la energía para estimar el momento angular típico de una molécula de Hidrógeno (H_2) a temperatura ambiente. Trate a la molécula como dos puntos masivos (que representan los átomos de Hidrógeno) separados a una distancia de 0,71 Å.
b) Compare el valor obtenido con el valor de la constante de Planck h=6,62×10^{-34} J.s ¿A qué temperatura el momento angular típico es igual a h/(2 π)?
c) La interacción entre los átomos de hidrogeno en la molécula H_2 se puede modelar como un sistema masa-resorte con frecuencia de oscilación f=1,3 x 10^{14} Hz. De acuerdo a la física cuántica, los grados de libertad asociados a esta oscilación son relevantes a partir de temperaturas T dadas por la relación kT= hf/2. Calcule esta temperatura.
d) Use los resultados de los puntos b) y c) para interpretar el gráfico (tomado del libro de Krane) del calor específico molar de gas H_2 en función de la temperatura.



6.-(Krane 1.10) A bajas temperaturas, el calor específico molar del dióxido de carbono (CO_2) es aproximadamente 5R/2 y sube a ~7R/2 a temperatura ambiente. Sin embargo, a diferencia de los gases diatómicos, su calor específico continúa aumentando con la temperatura hasta alcanzar 11R/2 a 1000K. ¿A qué se puede deber este comportamiento?

7.- Halle la densidad de modos de vibración para ondas estacionarias en una, dos y tres dimensiones. Obtenga la densidad espectral de la radiación de un "cuerpo negro" unidimensional y bidimensional.