

PRÁCTICO N°5
Resolución de la ecuación de Schrödinger para
potenciales esquemáticos unidimensionales

1.- (Ejemplo 5-9 y 5-10 ER)

La función de onda del estado base de una partícula confinada a moverse en el eje x entre $x=-a/2$ y $x=a/2$ está dada por

$$\Psi(x,t) = \begin{cases} A \cos \frac{\pi x}{a} e^{-iEt/\hbar} & -a/2 < x < +a/2 \\ 0 & x \leq -a/2 \text{ or } x \geq +a/2 \end{cases}$$

- a) Muestre que se satisface la ecuación de Schrödinger si $E = \pi^2 \hbar^2 / (2ma^2)$
- b) Determine la constante A para que la función de onda esté normalizada
- c) Calcule los valores esperados de x , x^2 , p y p^2
- d) Calcule Δx y Δp y verifique se satisface el principio de incertidumbre.

2.- Calcule la probabilidad de que la partícula del problema anterior se encuentre entre $x=-a/4$ y $x=a/4$. ¿Cómo se compara este resultado con la probabilidad que se obtendría para una partícula clásica?

3.- Considere el pozo cuadrado infinito con lados en $x=0$ y L . Muestre que para el

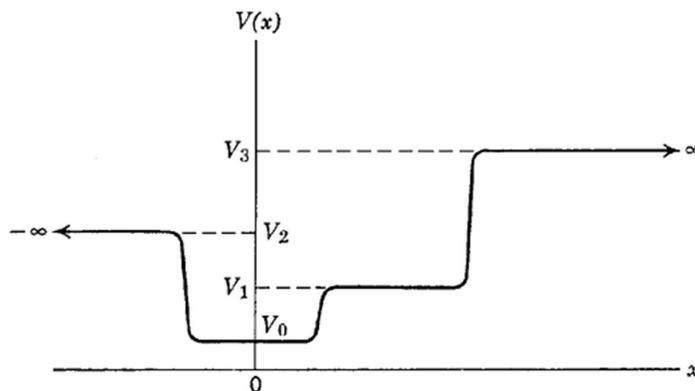
estado estacionario ψ_n se tiene que $\langle x \rangle = L/2$ y $\langle x^2 \rangle = \frac{L^2}{3} - \frac{L^2}{2(n\pi)^2}$.

Ayuda: Tenga en cuenta los valores de las siguientes integrales

$$\int_0^\pi \sin^2(n\theta) d\theta = \pi/2, \quad \int_0^\pi \sin^2(n\theta) \theta d\theta = \pi^2/4, \quad \int_0^\pi \sin^2(n\theta) \theta^2 d\theta = \pi^3/6 - \pi/(4n^2)$$

4.- (5-21 ER) Considere una partícula que se mueve en el potencial $V(x)$ representado en la figura. Para los siguientes intervalos de la energía total, establecer si existen algunos valores permitidos para E , y de haberlos, decidir si ellos están separados discretamente o distribuidos de manera continua:

- a) $E < V_0$
- b) $V_0 < E < V_1$
- c) $V_1 < E < V_2$
- d) $V_2 < E < V_3$
- e) $V_3 < E$



5.- (ER 6.1) Demostrar que la función propia del potencial escalón para $E < V_0$ se puede escribir, para $x < 0$, como la onda estacionaria

$$D \cos k_1 x - D \frac{k_2}{k_1} \sin k_1 x$$

con D una constante de normalización.

6.- Demostrar que para la barrera de potencial :

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 & -\infty < x < -a & \text{(region I)} \\ &= V_0 & -a < x < a & \text{(region II)} \\ &= 0 & a < x < \infty & \text{(region III)}. \end{aligned}$$

para $E < V_0$ y definiendo $k^2 = 2mE/\hbar^2$. $q^2 = \frac{2m}{\hbar^2} |E - V_0|$. tal que

$$\begin{aligned} u(x) &= e^{ikx} + R e^{-ikx} & \text{(region I)} \\ u(x) &= T e^{ikx}. & \text{(region III)} \end{aligned}$$

y para la region II:

$$u(x) = A \cosh qx + B \sinh qx$$

$$A) \quad R = e^{-2ika} \frac{ik (\cosh qa - (B/A) \sinh qa) - q (\sinh qa + (B/A) \cosh qa)}{q (\sinh qa + (B/A) \cosh qa) + ik (\cosh qa - (B/A) \sinh qa)}$$

B) La expresión para R obtenida en A) se puede simplificar a:

$$R = e^{-2ika} \frac{(q^2 + k^2) \sinh 2qa}{(k^2 - q^2) \sinh 2qa + 2ikq \cosh 2qa}$$

C) La expresión para T es:

$$T = e^{-2ika} \frac{2ikq}{(k^2 - q^2) \sinh 2qa + 2ikq \cosh 2qa}$$

D) Se cumple que:

$$|R|^2 + |T|^2 = 1$$

7.- (ER 6.4) Muestre que el coeficiente de reflexión en un potencial escalón se puede escribir de la forma

$$R = 1 - T = \left(\frac{1 - \sqrt{1 - V_0/E}}{1 + \sqrt{1 - V_0/E}} \right)^2$$

si $E > V_0$.

8.- (Ejemplo 6-2 ER) Dentro de un bloque de cobre se mueve un electrón de conducción con una energía total E bajo la influencia de un potencial que tiene un valor constante igual a cero dentro del bloque y cambia bruscamente a un valor $U > E$ fuera del bloque. A partir de medidas de la función de trabajo, se sabe que $U - E = 4$ eV. Determine la distancia δ que el electrón puede penetrar en la región clásicamente excluida en el exterior del bloque.

9.- (Ejemplo 7.1, 7.2 SMM) Dos alambres conductores de cobre están separados por una capa aislante de óxido de cobre. Modele la capa de óxido como una barrera cuadrada de 10 eV de altura a fin de calcular el coeficiente de transmisión para penetración de electrones de 7 eV si el grosor de la capa mide **a)** 5 nm y **b)** 1 nm.

Una corriente de 1mA en uno de los alambres incide sobre la capa de óxido de 1 nm de grosor. ¿Cuánta corriente atraviesa la capa hasta el alambre adyacente?

10.- (ER 6.9) Un protón y un deuterón (una partícula con la misma carga que un protón pero con el doble de masa) intentan penetrar una barrera de potencial de altura 10 MeV y ancho 10^{-14} m. Cada partícula tiene una energía total de 3 MeV.

- a)** Use argumentos cualitativos para predecir cuál de las partículas tiene mayor probabilidad de éxito.
- b)** Evaluar cuantitativamente la probabilidad de éxito para cada partícula.