

Examen. Febrero 2024.

1. Se considera la transformación $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada en la base usual es

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & -7 & 6 \end{bmatrix}.$$

- Calcular los valores propios de T .
 - Calcular una base de cada subespacio propio de T .
 - Calcular una base de Jordan de T y la matriz asociada en dicha base.
 - ¿Cuál es el polinomio minimal de T ?
2. Se considera el producto interno usual en \mathbb{R}^2 y la transformación $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ cuya matriz asociada en la base usual es

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular el polinomio minimal de T justificando su respuesta.
 - Demostrar que T no es diagonalizable.
 - Calcular los valores singulares de T .
 - Calcular una base singular de T .
3. Se dice que una matriz A es anti-simétrica si $A^t = -A$.
- Dar un ejemplo de una matriz real anti-simétrica e invertible.
 - Demostrar que si A es una matriz real anti-simétrica e invertible de tamaño $d \times d$ entonces d es par.