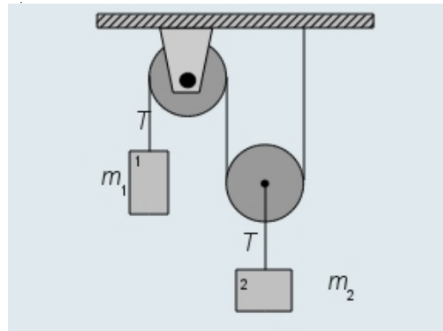


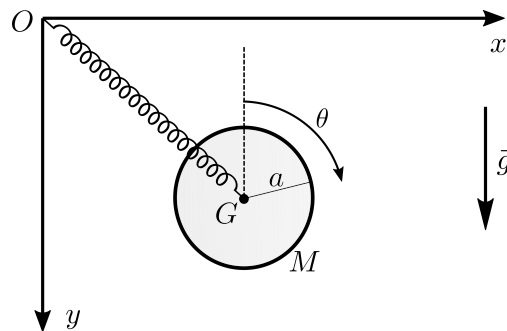
**Primer parcial**  
**14/5/2021**

**1.** Considere el sistema de la figura, donde las masas  $m_1$  y  $m_2$  se hallan unidas a un sistema de poleas de masa despreciable, por medio de cables flexibles, inextensibles y sin masa. Desprecie el rozamiento.



Utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange, calcule el valor de las tensiones  $T_1$  y  $T_2$ .

**2.** El disco de la figura, de masa  $M$  y radio  $a$ , se mueve en un plano vertical que lo contiene. Un resorte de constante  $k$  y longitud natural nula está unido al centro  $G$  del disco y al origen  $O$  del sistema cartesiano mostrado. El ángulo  $\theta$  mide el giro propio del disco a partir de un eje vertical.



**a.** Escriba el lagrangeano de este sistema en las variables  $(x, y, \theta)$ , siendo  $(x, y)$  la posición del centro del disco.

**b.** Suponga ahora que se vincula al disco a rodar sin deslizar sobre el eje  $Oy$ . Escriba expresiones para los vínculos impuestos.

**c.** Halle las reacciones de vínculo en función de la coordenada  $y$ .

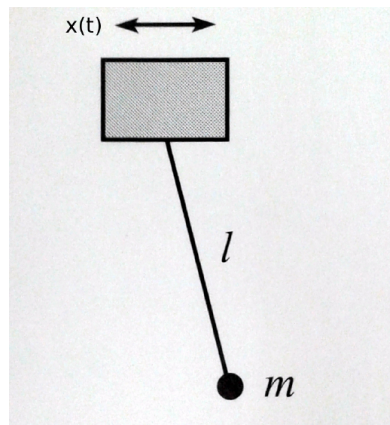
3. Una partícula se mueve en el potencial  $V(r) = -V_0 e^{\lambda^2 r^2}$ .

a. Dado el módulo del momento angular  $l$ , encuentre en forma implícita el radio de la órbita circular estable.

b. Se puede ver que para  $l$  muy grande, no existen órbitas circulares. ¿Cuál es el valor máximo de  $l$  para el cual existe un órbita circular? Sea  $r_0$  el radio de la órbita circular en dicho caso, ¿cuál es el valor del potencial efectivo en  $r_0$ ?

4. Considere un péndulo simple formado por una masa  $m$  y una varilla de masa despreciable y largo  $l$  cuyo punto de suspensión oscila horizontalmente siguiendo una ley:

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$



a. Escriba la ecuación de movimiento para el ángulo que forma el péndulo con la vertical.

b. Muestre que para el caso de pequeñas oscilaciones la ecuación anterior se reduce a un oscilador forzado e interprétela.

c. Halle la solución de la ecuación anterior. ¿Qué pasa si la frecuencia  $\omega$  es igual a la frecuencia natural del péndulo?