

# Teoría Electromagnética

## Curso 2024

### Práctico 0

#### Repaso de Electromagnetismo

1. Considere una distribución de carga esférica con densidad uniforme  $\rho_0$  y radio  $a$  rodeada por un dieléctrico de permitividad  $\epsilon$  que ocupa el espacio hasta un radio  $b$ .
  - a) A partir de la ley de Gauss, calcule los vectores  $\vec{D}$ ,  $\vec{E}$  y  $\vec{P}$  y las densidades de carga de polarización en todo el espacio.
  - b) Calcule la energía electrostática del sistema.
2. Un dipolo puntual  $\vec{p}$  se encuentra en el centro de una esfera dieléctrica de radio  $R$  y permitividad  $\epsilon_1$ . La esfera se encuentra inmersa en otro medio dieléctrico infinito, de permitividad  $\epsilon_2$ . Calcule el campo eléctrico dentro y fuera de la esfera.
3. Determine el potencial y el campo eléctrico generado por una esfera conductora aislada, sometida a un campo eléctrico externo uniforme  $\vec{E}_0$ .
  - a) Partiendo de una solución genérica de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas.
  - b) Por el método de las imágenes. (Sugerencia: Considere que el campo uniforme  $\vec{E}_0$  es generado por un par de cargas  $Q$  y  $-Q$  ubicadas en posiciones opuestas, a distancia  $d$  del centro de la esfera, y haciendo tender  $Q$  y  $d$  a infinito de forma adecuada.)
4. Considere una esfera conductora aislada de radio  $R$  y una carga  $q$  situada a una distancia  $d > R$ .
  - a) Calcule la fuerza entre la esfera y la carga.
  - b) Calcule la densidad inducida para  $d = 2R$  y  $d = 4R$ .
  - c) Suponiendo ahora que la esfera tiene una carga  $Q$ , calcule la fuerza para  $Q = q$ ,  $Q = 2q$  y  $Q = 4q$ .
5. Una línea de carga infinita con densidad lineal  $\lambda$  se ubica paralela al eje  $z$ , en la posición  $x = d$ . En el origen existe un cilindro conductor de radio  $R$ , a potencial fijo,  $\phi_0$  (su eje de simetría coincide con el eje  $z$ ). Considerando que el potencial se anula en el infinito, calcule:
  - a) Magnitud y posición de la carga imagen.
  - b) Potencial en un punto arbitrario del espacio.
  - c) La densidad de carga inducida.
  - d) La fuerza por unidad de longitud en la línea de carga.
6. Un anillo cargado con carga  $Q$  (uniformemente distribuida) y radio  $a$  se ubica dentro de una esfera de radio  $b > a$  concéntrica al anillo y conectada a tierra. Ver la figura 1. Usando el método de las imágenes determine el potencial en el eje de anillo.

*Ayuda: considere como carga imagen un anillo cargado fuera de la esfera.*
7. Usando el método de las imágenes obtenga el potencial electrostático en todo el espacio en las siguientes situaciones:
  - a) Una carga puntual  $q$  situada a distancia  $d$  de un plano conductor conectado a tierra.
  - b) Una carga puntual  $q$  ubicada de manera equidistante entre dos planos conductores infinitos conectados a tierra y separados una distancia  $2d$ .

Ayuda: el segundo caso puede resolverse como una serie (convergente) de imágenes que resuelven el primer caso.

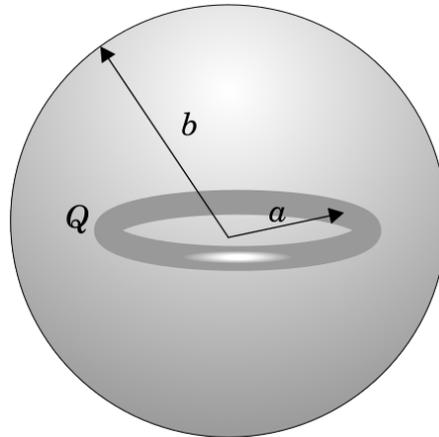


Figura 1: Esfera a tierra con anillo cargado. *Imagen de Vanderlinde. Classical Electromagnetic Theory.*

**8.** Considere dos planos conductores paralelos a una distancia  $a$  y mantenidos a una diferencia de potencial  $V_0$ . El espacio entre los planos está lleno hasta una distancia  $b < a$  con un medio de conductividad  $g_1$  y permitividad  $\epsilon_1$  y el resto con un medio de conductividad  $g_2$  y permitividad  $\epsilon_2$ . Determine la corriente, densidad de carga y campo eléctrico en todo el espacio.

**9.** Considere un cilindro infinito de radio  $a$  y conductividad  $g$  por el que circula una corriente de densidad uniforme  $J_0$  según su eje.

- Calcule la corriente total y los campos  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  y  $\vec{H}$  en todo el espacio.
- Calcule la densidad de energía magnética.
- Calcule la energía disipada por efecto Joule por unidad de longitud.
- Calcule el vector de Poynting y su flujo en el conductor por unidad de longitud. Compare con (c).

**10.** Considere una bobina toroidal de sección cuadrada con radio interior  $b$ , radio exterior  $a + b$  y densamente enrollada con  $N$  vueltas de un conductor.

- Calcule la autoinductancia de la bobina.
- Suponga que la bobina se conecta en serie con una resistencia  $R$  y una fuente de f.e.m.  $V(t) = V_0 \text{sen}(\omega t)$ . Determine la corriente en función del tiempo y la energía disipada por ciclo.

**11.** Una corriente alterna  $I = I_0 \cos(\omega t)$  fluye a través de un alambre recto largo y retorna a lo largo de un tubo conductor coaxial de radio  $a$ .

- Calcule el campo eléctrico asumiendo que va a cero cuando la distancia desde el alambre va a infinito.
- Calcule la densidad de corriente de desplazamiento  $J_d$  y la corriente de desplazamiento  $I_d$  a través de una superficie ortogonal a la densidad de corriente.
- Compare  $I$  e  $I_d$  y calcule la frecuencia requerida para que  $I_d/I = 1$  si  $a = 1 \text{ mm}$ .