Física de Radiaciones I
Hoja 2 - 2024 - Instituto de Física

1. La notación compleja permite calcular promedios temporales en un período de forma mucho más sencilla. Considere $f(\vec{r},t) = A \cdot \cos\left(\vec{k}.\vec{r} - \omega t + \delta_a\right)$ y $g(\vec{r},t) = B \cdot \cos\left(\vec{k}.\vec{r} - \omega t + \delta_b\right)$ y las mismas funciones en notación compleja *F* y *G* (por ejemplo, $F(\vec{r},t) = A \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$, siendo $\mathrm{A} = \mathrm{A} \cdot e^{i\delta_a}$). Muestre que:

$$< fg > = \frac{1}{2} Re\{FG^*\}$$

   Escriba entonces $< u >$ y $< \vec{S} >$ en función de los CEM en notación compleja.

2. Considere un trozo de alambre de longitud L en que se establece una diferencia de potencial V, por el que circula una corriente I. Por efecto Joule en el mismo se disipa una potencia VI. Obtenga este resultado de la siguiente forma:

   a. Calcule el vector de Poynting en la superficie del alambre.
   b. Integre el mismo en la superficie.

3. Reproduzca la deducción del vector de Poynting, pero para materia, sustituyendo $\vec{J}$ por $\vec{J}_f$ y muestre que:

   a. $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{B}$
   b. $\frac{\partial u_{em}}{\partial t} = \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$
   c. En el caso de medios lineales que $u_{em} = \frac{1}{2}\left(\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}\right)$
   d. De igual forma, usando ahora además ρ_f en vez de ρ, muestre que la expresión para la densidad de momento es $\vec{p}_{em} = \vec{D} \times \vec{B}$ (no construya el tensor de Maxwell en este caso).

4. Suponga que $\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\theta(vt - r)\frac{\vec{r}}{r}$ y $\vec{B}(\vec{r},t) = 0$, donde θ es la función de Heaviside y v una velocidad.

   a. Muestre que estos campos satisfacen las ecuaciones de Maxwell y determine las densidades de carga ρ y de corriente $\vec{J}$. Tenga en cuenta que $\vec{\nabla} \cdot \frac{\hat{r}}{r^2} = 4\pi\delta^3(\vec{r})$
   b. Describa la situación física a la que corresponde.

5. La intensidad de la luz solar en la Tierra es aproximadamente 1300 W/m^2.

   a. Calcula la presión que ejerce sobre un absorbente perfecto y sobre un reflector perfecto. Compara este valor con la presión atmosférica.
   b. Se ha especulado acerca de la posibilidad de construir naves espaciales usando la presión de radiación como medio de propulsión. Calcula la aceleración que esta presión

le imprime a una vela de densidad 1 g/m^2 y compara esta presión con la ejercida por el viento solar (5 protones por cm^3 con velocidad 400 km/s).

6. Considere un grano de polvo interestelar, esférico y de densidad ρ_0, que flota a gran distancia del Sol (d $\gg$ $R_\odot$). Esta partícula está sometida a la atracción gravitatoria del Sol y a la repulsión debida a la presión de la radiación solar, ambas proporcionales al inverso del cuadrado de la distancia d. Asuma que el Sol emite una potencia total W y que los granos absorben toda la radiación solar.

    a. Indique los valores del radio y masa de estos granos de polvo de modo que estén en equilibrio en el espacio (expresa la respuesta en función de G, ρ_0, c, W, $M_\odot$).
    b. Calcule el radio límite. La constante de gravitación universal es $6{,}67{\cdot}10^{-11}$ $m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$, la luminosidad del Sol es $4{\cdot}10^{33}$ $erg\ \ s^{-1}$ y la masa del Sol es $M_\odot = 2{\cdot}10^{33}\ g$.

7. Considere que un electrón es una cáscara esférica de carga uniforme que rota con velocidad angular ω.

    a. Calcule la energía total y el momento angular almacenados en los CEM.
    b. De acuerdo con la fórmula de Einstein, esta energía debe contribuir a la masa $E = mc^2$ del electrón. Lorentz y otros han especulado que toda la masa del electrón tiene este origen y por tanto $U_{em} = m_e c^2$. Suponga, además, que todo el momento angular de espín del electrón tiene origen en los CEM: $L_{em} = \hbar/2$. Usando estas dos suposiciones, determine el radio y velocidad angular del electrón. Calcule el producto ωR. ¿Tiene sentido este modelo clásico?

8. Considere una onda esférica:

$$\vec{E}(r,\theta,\phi,t) = A\frac{\sin(\theta)}{r}\left[\cos(kr - wt) - \frac{1}{kr}\sin(kr - wt)\right]\vec{\phi};$$

donde $\frac{w}{k} = c$ y $\vec{\phi}$ es el versor correspondiente a la coordenada acimutal.

    a. Verifique que este CE cumple las ecuaciones de Maxwell en el vacío. Calcule el CM.
    b. Calcule el vector de Poynting. Calcule el promedio temporal y obtenga el vector intensidad $\vec{I}$. Discute si este último tiene la dirección que se esperaría y si decae como $1/r^2$.
    c. Integre el vector intensidad en una superficie esférica para determinar la potencia total radiada.

9. Considere los siguientes potenciales:

$$\phi(\vec{r},t) = 0;$$

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \begin{cases} \frac{\mu_0 k}{4c}(ct - |x|)^2\hat{z};\, |x| < ct \\ 0;\ |x| > ct \end{cases}$$

a. Calcule y grafique los campos eléctrico y magnético.
b. Determine la distribución de cargas y corrientes que dan lugar a estos potenciales y campos. Tenga en cuenta que las discontinuidades de los campos se deben, por ejemplo, a corrientes de superficie.

10. Verifique que se satisfacen las ecuaciones de Maxwell y encuentre los campos, corrientes y carga correspondientes a

a. $\phi(\vec{r},t) = 0; \vec{A}(\vec{r},t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$. Luego use la función de gauge $\lambda = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r}$ para transformar los potenciales y comente el resultado.
b. $\phi(\vec{r},t) = 0; \vec{A}(\vec{r},t) = A_0 \sin(kx - wt)\hat{y}$. Indique qué relación deben cumplir *k* y *w*.

11. Considere campos electromagnéticos descritos por un potencial escalar ϕ y un potencial vector $\vec{A}$.

a. Discuta si siempre es posible encontrar una función de gauge tal que el potencial escalar sea nulo. En caso afirmativo, indique la función de gauge que lo hace posible.
b. Ídem para el caso de potencial vector nulo.