Física de Radiaciones I
Hoja 8 - 2024 – Instituto de Física

1. Una muestra de N = 10 átomos de potasio 42K (vida media = 12,4 h) se prepara en 10 cajas individuales y se observa durante un período de t = 3 h.

   a. Calcule la probabilidad de que los átomos número 1, 3 y 8 decaigan en el período.

   b. Calcule la probabilidad de que los átomos número 1, 3 y 8 decaigan en el período y que ninguno de los demás decaiga.

   c. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 átomos (cualesquiera) decaigan en las 3 h?

   d. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 6 átomos (cualesquiera) decaigan en las 3 h?

   e. ¿Cuál es la probabilidad de que ningún átomo decaiga en las 3 h?

   f. Calcule y grafique la fórmula para el decaimiento de exactamente n átomos.

   g. Si ε = 100% la tasa de conteo y la actividad coinciden. Calcule entonces el valor de expectación y la desviación estándar de la tasa de desintegración.

2. Se toma un conjunto de medidas en intervalos de 1 min a partir de una fuente radiactiva de larga vida media. El valor promedio observado es de 813 cuentas con una desviación estándar de 28,5 cuentas.

   a. ¿Cuál es la probabilidad de observar 800 cuentas o menos en uno de los intervalos de un minuto?

   b. ¿Cuál es la probabilidad de observar 850 cuentas o más en 1 min?

   c. ¿Cuál es la probabilidad de observar entre 800 y 850 cuentas en 1 min?

   d. ¿Cuál es el rango simétrico de valores en torno al número de cuentas promedio en el que se espera el 90% de los valores observados?

3. La actividad de una muestra de larga vida se mide con una eficiencia del 35% en un contador, siendo el fondo de radiación insignificante. La muestra tiene una actividad reportada de 42,0 dpm (desintegraciones por minuto = min^{-1}). Para comprobar este valor, el técnico A toma una lectura de un minuto y registra 19 cuentas. Su tasa observada, de 19,0 cpm (cuentas por minuto = min^{-1}), difiere de la de la actividad reportada, es decir, 0,35 × 42,0 = 14,7 cpm, en 4,3 cpm. Otro técnico B toma una lectura de 60 minutos y registra 1148 conteos. Su tasa de recuento observado, 19,13 cpm, difiere de la actividad reportada por 4,4 cpm, aproximadamente lo mismo que A.

   a. ¿La medida de A es compatible con la actividad reportada? Calcule en cuántas desviaciones estándar difiere de esta y la probabilidad de que esto ocurra.

   b. Ídem para B.

   c. ¿Cuál medida es más confiable?

4. La tasa de cuentas neta obtenida a partir de la medida con un detector no debe incluir el fondo y se obtiene de restarle esta a la tasa de cuentas bruta realizada: $r_n = r_g - r_b$,

siendo en cada caso $r = n/t$, cociente del número de cuentas medidas en el tiempo t.

a. Use la fórmula de propagación de errores para estimar el error en r_n en términos de los errores (desviaciones) en r_g y r_b. Exprese este error en función de los r y t para g y b.

b. Asuma distribuciones de Poisson y que el número de cuentas n es una estimación de la media, y entonces exprese el error de la tasa neta de conteo en función de los r y t.

c. Considere una muestra de un radioisótopo de larga vida media, que es medido 10 min en un detector obteniéndose 1426 cuentas. Sin la muestra, se miden 2561 cuentas en 90 min.

c1. Calcule la tasa de conteo neta de la muestra y su desviación estándar.

c2. Si la eficiencia es 28%, calcule la actividad y su desviación en Bq.

c3. Sin repetir la medida del fondo de radiación, calcule el tiempo mínimo necesario para medir la tasa de conteo neta a ± 5% de su valor con 95% de confianza.

c4. Indique si este tiempo también permite medir la actividad en las mismas condiciones.

d. Use la expresión obtenida en b para minimizar el error de la tasa neta de conteo cuando el tiempo total de medida $T = t_g + t_b$ es fijo. La ecuación obtenida da la relación t_b/t_g entre ambos tiempos que minimiza este error, en función de r_b y r_g.

5. Debido a las fluctuaciones del fondo y de la muestra se define error tipo-I a un falso negativo en asignar actividad nula a una muestra con actividad, mientras que error tipo-II es un falso positivo, correspondiente a asignarle actividad a una muestra que en realidad no la tiene. Asuma una distribución normal para el fondo y la muestra, y que el radionúclido tiene gran vida media.

   a. En una muestra se obtiene un conteo bruto de $n_g = 530$ midiendo 10 min, y $n_b = 1500$ midiendo 30 min. Calcule r_n y σ_r. Si se asume que la actividad de la muestra es nula, calcule la probabilidad de obtener una tasa mayor o igual que r_n. Si este valor es bajo, la hipótesis es confirmada.

   b. Con los mismos tiempos, calcule el número mínimo de cuentas brutas que se necesitan para que el riesgo de cometer un error tipo-I no sea mayor que 0,050. Este valor de n_b se llama umbral de actividad significativa. Una muestra de un radionucleído de larga vida media da 939 cuentas en 3 min.

6. Una muestra de un radio-nucleído de larga vida media da 939 cuentas en 3 min.

   a. Calcule el error probable en la tasa de conteo.

   b. Calcule el tiempo que debe medirse la muestra para determinar la tasa de conteo a menos de ± 3% con 95% de confianza.

   c. Si la tasa de conteo es 5,22 cps:

   c1. Calcule la probabilidad de que exactamente 26 cuentas sean observadas en 5 s.

   c2. Indique si el uso de la distribución de Poisson está garantizada en este caso.