Práctico 1: Repaso

El Sistema Climático 2024 - PEDECIBA Geociencias

Nota: los ejercicios marcados con (**E**) son para entregar. Fecha de entrega: **17 de Abril**.

Ejercicios con funciones de una variable

Ejercicio 1 *Graficar las siguientes funciones:*

a) $f(x) = x^3$ *b)* $f(x) = \frac{2}{x}$ *c)* $f(x) = e^x$ *d)* $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$

e) $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

Ejercicio 2 *Calcular la derivada de las siguientes funciones:*

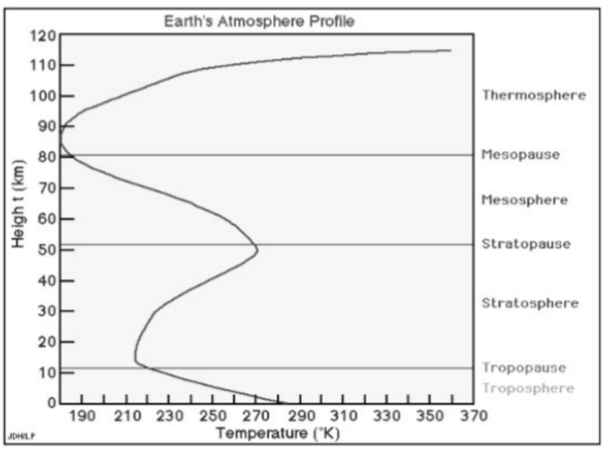
a) $f(x) = x^5$ *b)* $f(x) = \frac{2}{x}$ *c)* $f(x) = e^{x^2}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{5x^2 + x + 1}$ *e)* $f(x) = \frac{\log(x^2+2x)}{2}$ *f)* $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

g) $f(x) = \frac{\cos(x^2)}{x}$ *h)* $f(x) = \frac{1}{5x^2}$ *i)* $f(x) = \log(x)$

Ejercicio 3 *Considere las funciones* $f(x) = x^3$ *y* $g(x) = xe^{2x}$. *Obtenga las funciones compuestas* $f \circ g$ *y* $g \circ f$ *y calcule la derivada de ambas funciones.*

Ejercicio 4 *En la figura se representa el perfil vertical de temperatura típico de la atmósfera,* $T = T(z)$. *Estimar* $\Gamma = -\frac{dT}{dz}$ *en la tropósfera, estratósfera, mesósfera y termósfera.*



Ejercicio 5 (**E**) *En la siguiente figura se muestran perfiles verticales de temperatura en el océano para los casos: latitudes bajas, latitudes medias (tanto para invierno como verano), y latitudes altas. Identifique capas en las cuales la temperatura es cuasi-uniforme, y capas en las cuales varía rápidamente con la profundidad (termoclina). Estime* $\frac{dT}{dz}$ *para todos los casos y analice en qué región latitudinal existe un cambio estacional en el comportamiento de la termoclina. Explique.*

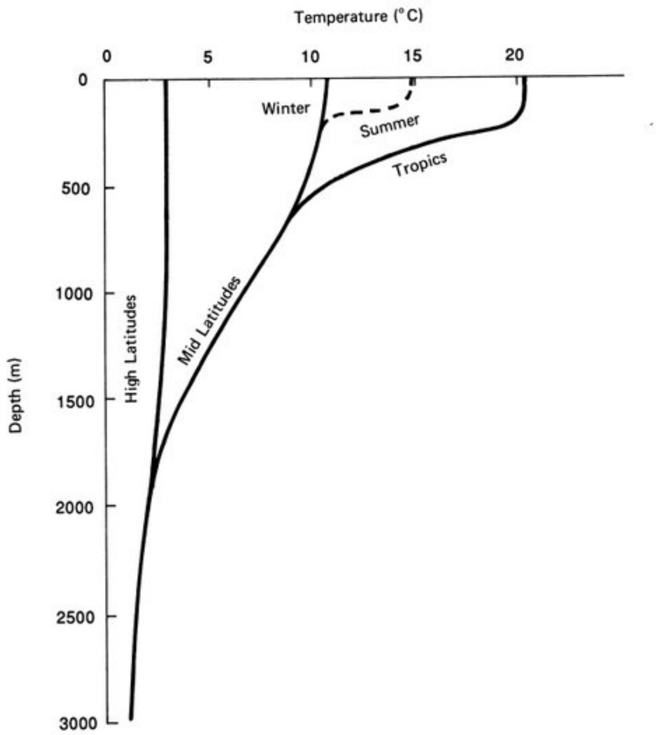


Figure1.1 Typical temperature profiles in the open ocean. Below a relatively shallow surface layer, the ocean is uniformly cold.

Ejercicio 6 *Considere la función* $T(z) = -8z + T_0$*, donde* T *representa la temperatura de una parcela de aire (medida en* $°C$*),* z *la altura en* km*, y* $T_0 = 25°C$*.*

a) Obtenga la derivada de la función $T(z)$*, y explique qué representa dicha derivada.*

b) Calcule la temperatura de la parcela en superficie, a $1km$ *y a* $4km$ *de altura. Discuta brevemente.*

**Parcela de aire: volumen imaginario de aire usado para definir propiedades dinámicas y termodinámicas del aire.*

Ejercicio 7 *Considere las funciones* $f(x) = 4x^3 + \frac{1}{x}$ *y* $g(x) = e^{x^2}$*.*

a) *Obtenga las funciones compuestas $f \circ g$ y $g \circ f$.*

b) *Calcule sus correspondientes derivadas.*

Ejercicio 8 (**E**) *Considere las funciones $f(x) = 12x^2 + 3x$ y $g(x) = e^x$. Obtener las derivadas de las funciones compuestas $f \circ g$ y $g \circ f$ de las siguientes maneras: i. derivando las funciones compuestas obtenidas, ii. haciendo uso de la regla de la cadena. Verifique que en ambos casos el resultado es el mismo.*

Ejercicio 9 ***(E)*** *Considere un fluido de densidad uniforme ρ contenido en un cilindro de área A y altura h.*

a) *Escriba una ecuación para calcular la masa total contenida en el cilindro.*

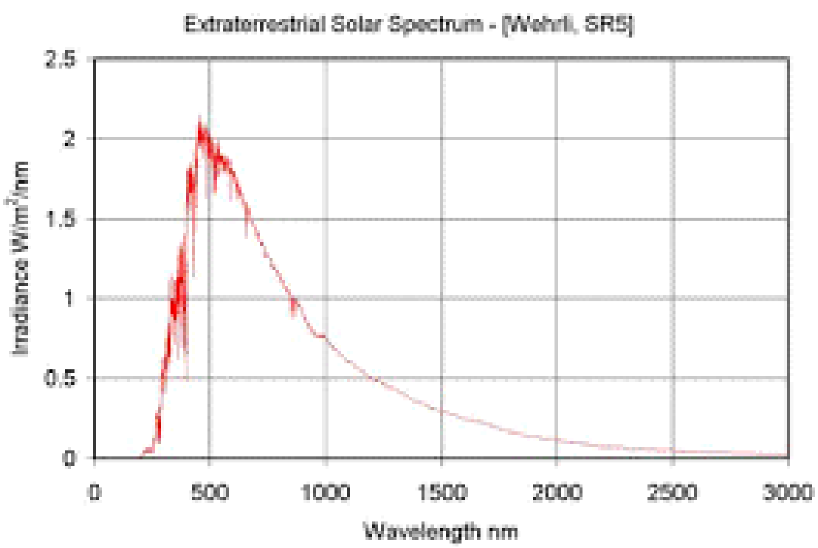
b) *Suponga ahora que la densidad varía con z (altura medida desde el fondo del cilindro). Interprete la cantidad $\int_0^h \rho A dz$.*

c) *Verifique que la parte b) se reduce a la parte a) cuando la densidad es uniforme.*

Ejercicio 10 *En la siguiente figura se muestra la irradiancia espectral solar en la cima de la atmósfera, $E = E(\lambda)$, como función de la longitud de onda λ. Interpretar geométrica y físicamente:*

a) $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda) d\lambda$

b) $\int_0^{\infty} E(\lambda) d\lambda$



Ejercicio 11 (**E**) *Se sabe que* $y' = \frac{dy}{dx} = Kx^2 + Ax + 1$, *donde* K *y* A *son constantes. Obtenga la función* $y(x)$ *y los valores de* K *y* A *sabiendo que* $y'(1) = 6, y(0) = 0$ *e* $y(1) = 6$.

Ejercicio 12 *Se sabe que* $T'(z) = \frac{dT}{dz} = Kz^3 - \frac{z}{A}$, *donde* K *y* A *son constantes. Obtenga la función* $T(z)$ *y los valores de* K *y* A *sabiendo que* $T'(1) = 1, T(0) = 1$ *y* $T(1) = 3$.

I. EJERCICIOS CON FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

Ejercicio 13 *Graficar las curvas de nivel de las siguientes funciones de dos variables:*

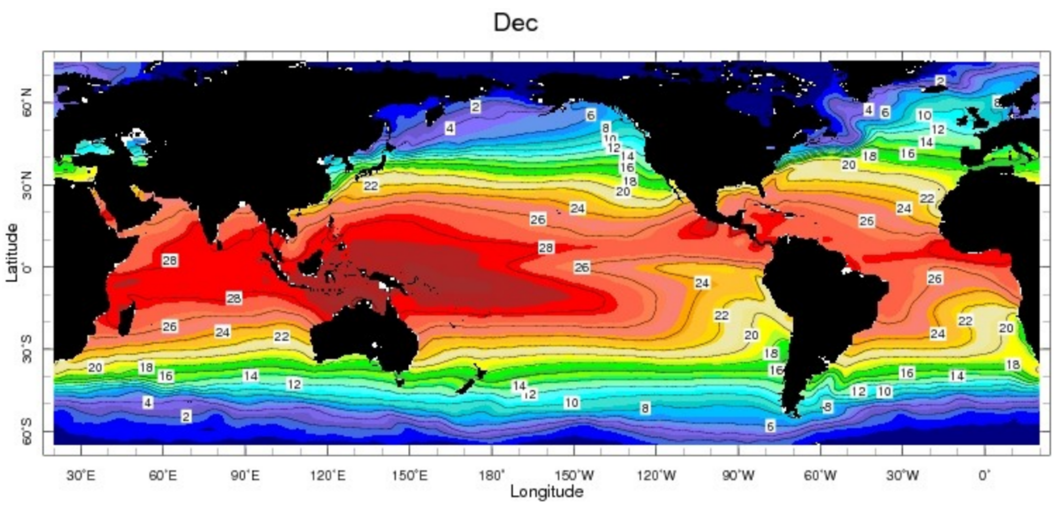
a) $f(x,y) = x^2 + y^2$ *b)* $f(x,y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}$ *c)* $f(x,y) = x$

Ejercicio 14 *Calcular las derivadas parciales respecto a* x *y a* y *de las siguientes funciones:*

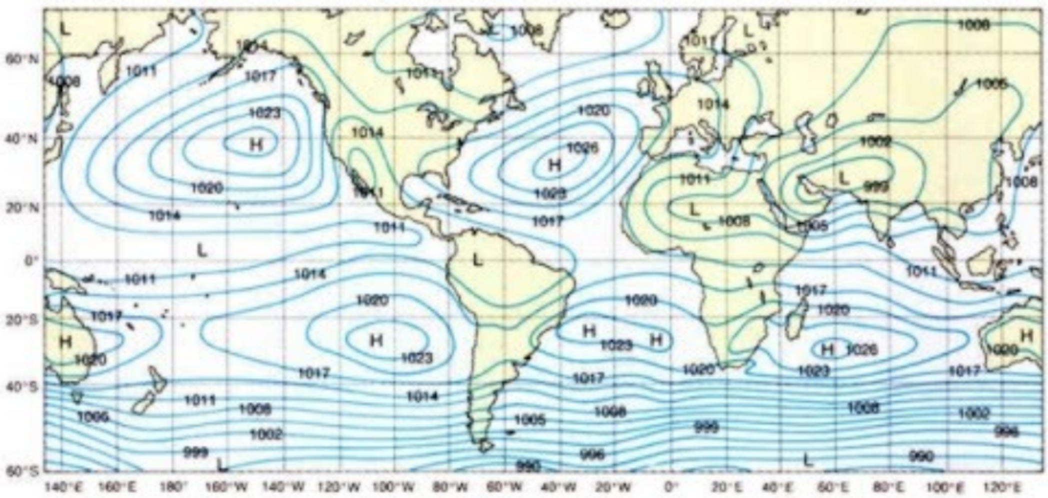
a) $f(x,y) = x^2 + y^2$ *b)* $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$ *c)* $f(x,y) = y^2e^x + ln(x)$

Ejercicio 15 *Se considera un fluido cuya densidad* ρ *depende de la presión* P, *y de la temperatura* T. *A su vez,* P *y* T *depnden del tiempo, de modo que* $\rho = \rho(P(t), T(t))$. *Calcule la derivada de la densidad con respecto al tiempo.*

Ejercicio 16 *En la siguiente figura se considera el campo global de temperatura media de la superficie del mar* (TSM) *para el mes de Diciembre. Analizar los gradientes de temperatura de las distintas cuencas.*

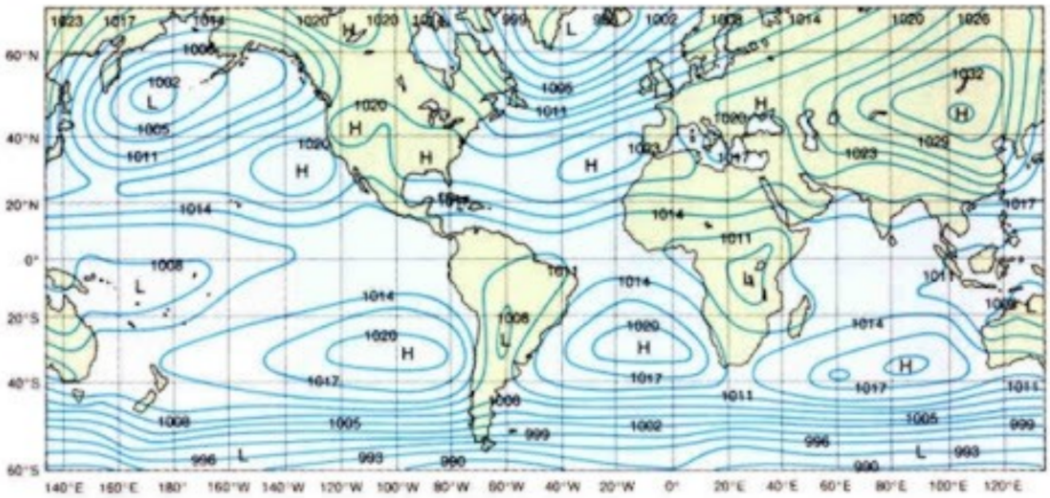


Ejercicio 17 (**E**) *En la siguiente figura se representa el campo medio de presión en superficie (medida en hPa) para los meses de Julio y Diciembre. Analizar los gradientes de presión.*



July

(a)



January