Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Cálculo diferencial e integral I
Primer semestre 2024

Práctico 3: Repaso de derivada

1. Sea $C \subset \mathbb{R}^2$ la parábola de ecuación $y = 4x - x^2$.

a) Halle la pendiente de la recta tangente a C en el punto $(1, 3)$, usando la definición de derivada como un límite.

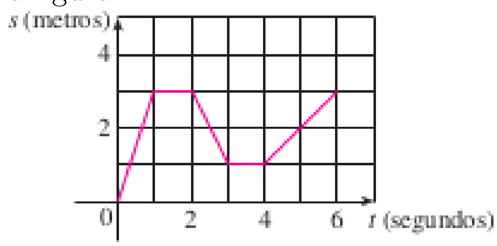
b) Encuentre la ecuación de la recta tangente del inciso a).

c) Dibuje la parábola y la recta tangente.

2. Encuentre la ecuación de la recta tangente a los gráficos de cada una de las siguientes funciones en el punto dado, usando la definición de derivada como un límite:

$$a)\ y = 4x - 3x^2,\ (2, -4);\ \ b)\ y = x^3 - 3x + 1, (2, 3);\quad c)\ y = \sqrt{x},\ (1, 1).$$

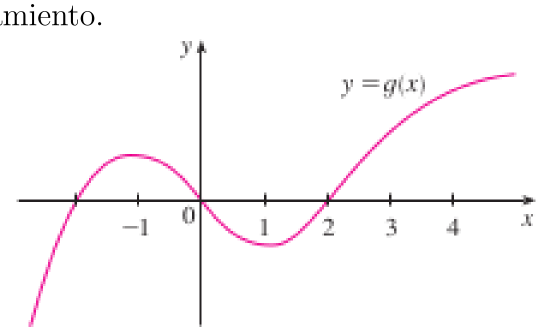
3. Una partícula empieza moviéndose a la derecha a lo largo de una recta horizontal; la gráfica de su función posición se muestra en la figura.



a) ¿Cuándo se mueve la partícula a la derecha? ¿Cuándo a la izquierda? ¿Cuándo permanece inmóvil?

b) Dibuje una gráfica de la función velocidad.

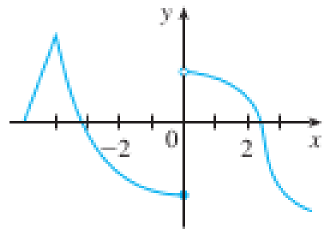
4. Para la función g cuya gráfica está dada, reordene los números $0, g'(-2), g'(0), g'(2), g'(4)$ en orden creciente y explique su razonamiento.

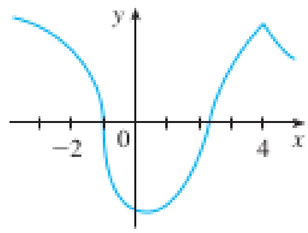


5. Determine si $f'(0)$ existe en cada una de las siguientes funciones.

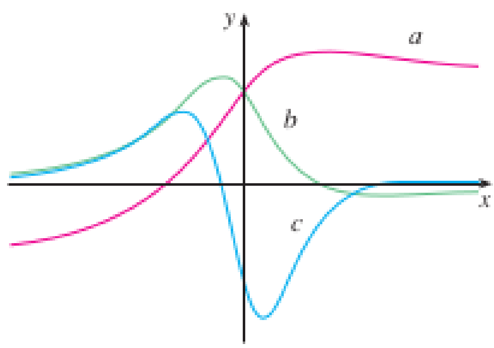
$$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases},\quad f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

6. Determine los puntos en los cuales la función f, cuya gráfica se da a continuación, no es derivable.





7. La figura muestra las graficas de f, f' y f''. Indique cada curva y explique el porqué de su elección.



8. Considerar las funciones $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, definidas por

$$f(x) = |x^2 - 1|, g(x) = |x^3 - 1|, h(x) = \sqrt{x}.$$

a) Hallar la ecuación de las rectas tangentes a los gráficos de f y g por derecha y por izquierda, en los puntos en que dichas funciones no son derivables; en cada caso, indique el valor en radianes del ángulo formado por cada recta tangente y el eje de las x.

b) Probar que h no es derivable por derecha en 0 y analizar si existe una recta tangente por izquierda al gráfico de h en dicho punto.

9. Considerar la curva C de ecuación $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$,

a) Encuentre los puntos de C cuya recta tangente es horizontal.

b) Encuentre los puntos de C cuya recta tangente es paralela a la recta de ecuación $y = -2x + 1$.

10. Si

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ mx + b & \text{si } x > 2 \end{cases},$$

hallar m y b para que f sea derivable en $\mathbb{R}$.

11. Calcular la función derivada de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2(1-2x)$;

b) $A(t) = 2t^{-3/4}$;

c) $R(a) = (3a+1)^3$;

d) $B(s) = -\frac{12}{s^5}$;

e) $G(p) = e^p(p + p\sqrt{p})$;

f) $g(x) = 2e^{3x} + \frac{4}{\sqrt[3]{x}}$;

g) $h(x) = \frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$;

h) $S(r) = 4\pi r^2$.

12. Si f es una función derivable, encuentre una expresión para la función derivada de las siguientes:

$$\frac{f(x)}{x^2},\ xf(x),\ \frac{1+xf(x)}{\sqrt{x}}.$$

13. Calcule las derivadas de f, donde $f(x)$ es una de las siguientes:

a) $x^2 \operatorname{sen} \pi x$;

b) $\log(x \log x)$;

c) $\left(\frac{x-1}{x^2+x+1}\right)^4$;

d) $e^{x \log x}$;

e) $\frac{e^{1/x}}{x^2}$;

f) $\sec(1+x^2)$;

g) $\log|x^3-1|$;

h) $\operatorname{arc}\cos x$.

i) $\operatorname{arc}\operatorname{sen} x$

14. Encuentre los valores máximo absoluto y mínimo absoluto de f sobre el intervalo dado.

a) $f(x) = 12 + 4x - x^2, [0, 5]$,

b) $f(x) = e^x(x^2+1), [-2, 2]$,

c) $2x^3 - 3x^2 - 12x + 1, [-2, 3]$,

d) $xe^{-x^2/8}, [-1, 4]$.