

Teoría Electromagnética
Curso 2024

Práctico 3
Desarrollo Multipolar. Magnetostática.

1. a) Calcule los momentos dipolares y cuadrupolares cartesianos para las distribuciones de cargas que se muestran en la figura (1a).

- b) Calcule los momentos multipolares en coordenadas esféricas q_{lm} para las mismas distribuciones.

- c) Para la distribución de la figura (1b) escriba la expresión multipolar del potencial. Manteniendo sólo los primeros órdenes, grafique el potencial en el plano xy como función de la distancia.

- d) Determine el potencial exacto en el plano xy mediante la ley de Coulomb y compare con el resultado de (c).

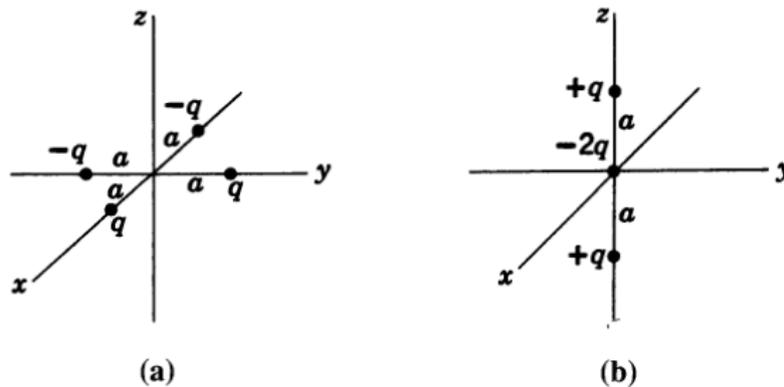


Figura 1: Ejercicio ??.

2. Una distribución de carga localizada tiene una densidad:

$$\rho(\vec{r}) = \frac{1}{64\pi} r^2 e^{-r} \sin^2 \theta$$

- a) Escriba el desarrollo multipolar del potencial a causa de dicha densidad de carga y determine todos los momentos multipolares no nulos. Escriba el potencial a grandes distancias como una expansión finita de Polinomios de Legendre.

b) Determine el potencial explícitamente en cualquier punto del espacio y demuestre que cerca del origen se aproxima a

$$\Phi(\vec{r}) \simeq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{4} - \frac{r^2}{120} P_2(\cos\theta) \right]$$

c) Si en el origen existe un núcleo de momento cuadrupolar $Q = 10^{-28} m^2$, determine la magnitud de la energía de interacción, asumiendo que la unidad de carga en $\rho(\vec{r})$ es la carga del electrón e , y la unidad de longitud es el radio de Bohr $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/me^2 = 0,529 \times 10^{-10} m$. Expresé su respuesta como una frecuencia.

Nota: $\int_{r=0}^{r=\infty} r^{4+l} e^{-r} dr = \Gamma(l+5)$

3. Una carga puntual q es colocada en el vacío a una distancia d del centro de una esfera dieléctrica de permitividad ϵ y radio a ($a < d$).
 - a) Determine el potencial en todo el espacio como una expansión en armónicos esféricos.
 - b) Determine el campo E_0 cerca del centro de la esfera.
 - c) Verifique que en el límite $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \rightarrow \infty$ se obtiene el mismo resultado que para una esfera conductora.
4. Expresé el desarrollo en armónicos esféricos del potencial vector y de la inducción magnética producida por una espira circular delgada que conduce una corriente I .

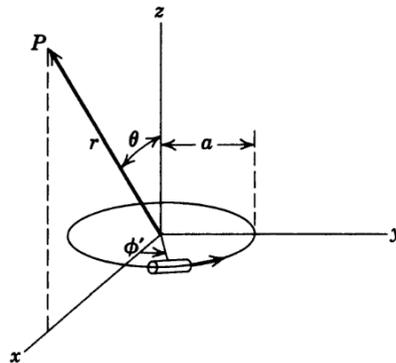


Figura 2

5. Considere un material magnético en forma de esfera de radio a , con una imanación permanente \vec{M} , de módulo M_0 y paralela al eje z , que está situada en un medio no permeable.
 - a) Calcule \vec{B} y \vec{H} en todo punto del espacio.

- b) Esboce las líneas de B y H en todo el espacio.
6. Considere un cáscara esférica de radio interior a y radio exterior b , constituida por un material de permeabilidad μ y situada en una inducción inicialmente uniforme B_0 .
- a) Calcule \vec{B} y \vec{H} en todo punto del espacio.
- b) Analice en particular el comportamiento de los campos en la región interior de la esfera ($r < a$) en el caso en que $\mu/\mu_0 \gg 1$.
7. Una esfera de radio a con densidad superficial de carga σ (fija en su superficie) está rotando a velocidad angular constante ω . Determine la potencial vector y la inducción magnética en todo el espacio.