Parcial 1

Nombre: ....

1. Recuerda la definición formal de una función periódica. Proporciona un ejemplo de función periódica. Proporciona un ejemplo de función no periódica. En cada caso, brinda una explicación y una ilustración.

2. Sea la función definida con la expresión:

$$f_1(x) = \operatorname{sen}(4\pi x).$$

a) ¿Cuál es su dominio de definición $\mathcal{D}_{f_1}$?

b) ¿Es f_1 periódica o no ? Justifica tu respuesta.

c) ¿ Es f_1 par, impar o ninguno de los dos ? Explica tu respuesta.

d) Resolver las partes a,b,c anteriores pero ahora para

$$f_2(x) = \operatorname{sen}(4\pi x^2).$$

3. Sea la función definida con la expresión:

$$f_3(x) = \sqrt{|x|}.$$

a) ¿Cual es su dominio de definición ?

b) ¿Es continua ?

c) Representa esta función.

⋆

Solución

1. **10pts**

4pts Una función f es periódica si existe $T > 0$ tal que, por todo $x \in D_f$, $x + T \in D_f$ y
$$f(x+T) = f(x).$$

El símbolo T representa el periodo de la función.

3pts Un ejemplo de función periódica: $f(x) = \cos(x)$.
3pts Un ejemplo de función no periódica: $f(x) = x^2$.

2. **10pts**
Sea la función definida con la expresión:

$$f_1(x) = \operatorname{sen}(4\pi x).$$

a) **1pt** ¿Cuál es su dominio de definición $\mathcal{D}_{f_1}$?

Tenemos $\mathcal{D}_{f_1} = \mathbb{R}$.

b) **3pts** ¿Es f_1 periódica o no ? Justifica tu respuesta.

Sabemos que sen es periódica de periodo 2π. Entonces

$$f_1(x) = \operatorname{sen}(4\pi x) = \operatorname{sen}(4\pi x + 2\pi) = \operatorname{sen}(4\pi(x + 1/2)) = f_1(x + 1/2).$$

Entonces f_1 es periódica de periodo $1/2$.

c) **2pts** ¿ Es f_1 par, impar o ninguno de los dos ? Explica tu respuesta.

La función f_1 es impar, como sen.

d) **4pts** Misma pregunta con

$$f_2(x) = \operatorname{sen}(4\pi x^2).$$

La función f_2 es definida en $\mathbb{R}$.

La función f_2 no es periódica.

La función f_2 es par, porque:

$$f_2(-x) = \operatorname{sen}(4\pi(-x)^2) = \operatorname{sen}(4\pi x^2) = f_2(x).$$

3. **10pts**

Sea la función definida con la expresión:

$$f_3(x) = \sqrt{|x|}.$$

a) **3pts** ¿Cual es su dominio de definición ?

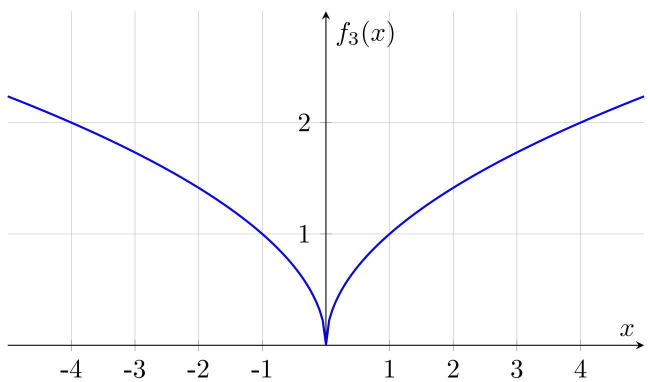
Tenemos $\mathcal{D}_{f_3} = \mathbb{R}$.

b) **3pts** ¿Es continua ?

Tenemos continuidad en $\mathcal{D}_{f_3} = \mathbb{R}$, por composición de dos funciones continuas en sus respetos dominios de definición.

c) **4pts** Representa esta función.

Abajo tiene representación grafica de f_3.



Hay simetrìa porque f_3 es par:

$$f_3(-x) = \sqrt{|-x|} = \sqrt{|x|} = f_3(x).$$