

Práctico 5: Movimiento Central

- Una partícula de masa m está obligada a moverse bajo la acción de la gravedad sin rozamiento sobre el interior de un paraboloide de revolución cuyo eje es vertical. Halle el problema unidimensional equivalente a este movimiento.
 - ¿Qué condición debe cumplir la velocidad inicial de la partícula para producir movimiento circular?
 - Halle el período de las pequeñas oscilaciones respecto a este movimiento circular.
- Una partícula de masa m se mueve en un campo de fuerzas centrales definidos por el potencial

$$V = -k \frac{e^{-ar}}{r}$$

donde k y a son constantes positivas.

- Utilizando el método del potencial unidimensional equivalente estudie la naturaleza del movimiento, estableciendo las gamas de E y l apropiadas para cada uno de los movimientos. ¿Cuándo son posibles órbitas circulares?
 - Halle el período de las pequeñas oscilaciones respecto a este movimiento circular.
- Demuestre que si una partícula describe una órbita circular bajo la influencia de una fuerza central atractiva dirigida a un punto del círculo, la fuerza es inversamente proporcional a la quinta potencia de la distancia.
 - Demuestre que para la órbita descrita la energía total de la partícula es nula.
 - Halle el período del movimiento.
 - Halle \dot{x} , \dot{y} y v en función del ángulo en torno al círculo y demuestre que las tres cantidades son infinitas cuando la partícula pasa por el centro de fuerzas.
 - Una partícula se mueve en un círculo de radio R bajo la influencia de una fuerza central atractiva

$$F = -\frac{K}{r^2} e^{-r/a}$$

- Determine la condición que debe cumplir la constante a para que el movimiento circular sea estable.
 - Calcule la frecuencia de las pequeñas oscilaciones alrededor de este movimiento circular.
- Considere la expresión para $t(r)$ en el problema de Kepler. Fijando $t = 0$ cuando el planeta pasa por el perihelio y definiendo la *anomía excéntrica* ψ mediante la relación

$$r = a[1 - e \cos(\psi)]$$

donde a es el semieje mayor y e la excentricidad:

- Pruebe la *ecuación de Kepler*

$$\omega t = \psi - e \sin(\psi),$$

siendo ω una constante a determinar.

- El término a la izquierda de la ecuación anterior se denomina *anomía media*. Investigue lo que representan ambas anomalías.