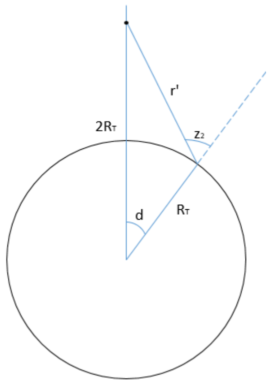
Parcial 2: Astronomía Fundamental
31 de mayo de 2024
Equivalente a 40 % de la nota total

Declaración: La entrega de esta evaluación supone: (i) una declaración jurada del estudiante en la que certifica que la evaluación fue resuelta únicamente por su persona y haciendo uso exclusivo de los materiales de apoyo permitidos y oportunamente informados por los docentes del curso y (ii) que el estudiante conoce el *Reglamento que atiende los casos relativos a acciones de plagio u otros actos fraudulentos* de la Res. No 28 de C.D.C. de 11/XII/2018 – Dist. 1128/18 – D.O. 23/I/2019 que en su artículo 3 establece que en caso de demostrarse fehacientemente la existencia de plagio o fraude, el Consejo de Facultad procederá a sancionar al estudiante mediante la suspensión de su calidad de estudiante durante un período no menor a dos meses ni mayor a doce meses y que la sanción mencionada será registrada en la ficha estudiantil correspondiente.

1. Dos observadores ubicados en las coordenadas geográficas $(\lambda_1, \phi_1) = (30°, 0°)$ y $(\lambda_2, \phi_2) = (75°, 60°)$ observan simultáneamente a un satélite que se encuentra a una distancia geocéntrica $r = 2R_T$. El primer observador reporta ver al satélite en el cenit. Asumiendo que la Tierra es esférica, de radio $R_T = 6371\ km$, y despreciando los efectos de la refracción y la aberración: ¿a qué acimut y altura observará al satélite el segundo observador? **(10 puntos)**

   Respuesta:
   La situación se resume en la siguiente figura. La altura h_2 vista por el observador 2 es $h_2 = 90 - z_2$ con z_2 la distancia cenital. Necesitaremos conocer la distancia angular d entre ambos observadores y la distancia topocéntrica r' al satélite desde el observador 2. Planteamos el triángulo esférico que conecta a los observadores 1 y 2 con el PGN y obtenemos $d = 69,295°$ aplicando la fórmula del coseno: $\cos d = \sin\phi_1 \sin\phi_2 + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos\Delta\lambda$. Para hallar r' aplicamos el teorema del coseno para triángulos planos: $r'^{\,2} = 4R_T^2 + R_T^2 - 4R_T^2 \cos d$, de donde se obtiene $r' = 1,8936R_T$. Ahora podemos calcular h_2 aplicando el teorema del seno para triángulos planos: $\frac{\sin d}{r'} = \frac{\sin(h_2+90°)}{2R_T} = \frac{\cos h_2}{2R_T} \implies h_2 = 8,8945°$. Para calcular el acimut A, debemos notar que como el objeto está en el cenit para el observador 1, su declinación δ debe ser igual a la latitud de ese observador $\phi_1 = \delta$. Con esto, podemos aplicar el teorema del coseno al triángulo de posición del observador 2: $\sin\delta = \sin\phi_2 \sin h_2 + \cos\phi_2 \cos h_2 \cos A \implies A = 105,7275°$.



2. ¿Para qué valores de coordenadas eclípticas (λ, β), el valor absoluto de la aberración anual $|\Delta\theta|$ alcanza su máximo y su mínimo. ¿Cuál es el valor de las variaciones $\Delta\lambda$ y $\Delta\beta$ debidas a la aberración anual para esas coordenadas (λ, β)? **(15 puntos)**
   Respuesta:
   $\Delta\theta = \frac{v}{c}\sin\theta$, por lo tanto $|\Delta\theta|$ se maximiza cuando el objeto se encuentra en el plano perpendicular al vector velocidad ($\theta = 90°$) y se minimiza cuando se encuentra en la dirección de la velocidad ($\theta = 0°$). Así,

si $\theta = 90° \implies |\Delta\theta| = v/c = |\Delta\theta|_{\max}$, y si $\theta = 0° \implies |\Delta\theta| = 0 = |\Delta\theta|_{\min}$. Si definimos $k = v/c$, las variaciones en λ y β vienen dadas por:

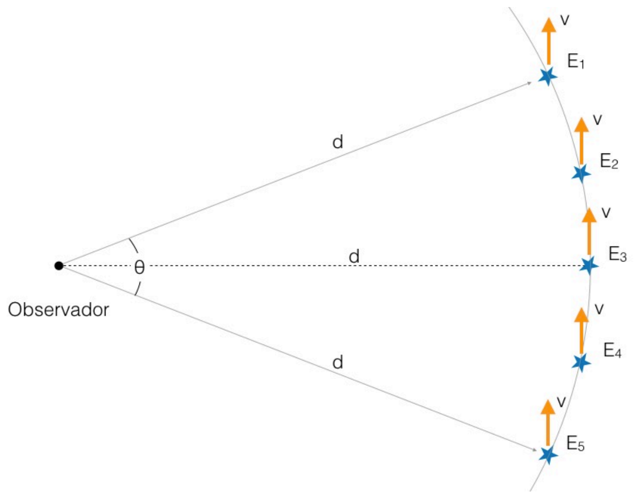
$$\Delta\lambda = -k\frac{\cos(\lambda - \lambda_\odot)}{\cos\beta} \quad \text{y} \quad \Delta\beta = -k\sin\beta\sin(\lambda - \lambda_\odot)$$

Entonces, $\theta = 90° \iff \lambda = \lambda_\odot$ o $\lambda = \lambda_\odot - 180°\ \forall\ \beta$, donde $\Delta\lambda\cos\beta = \pm v/c$ y $\Delta\beta = 0$. Análogamente, $\theta = 0° \iff \lambda = \lambda_\odot \pm 90°,\ \beta = 0$, donde $\Delta\lambda = \Delta\beta = 0$

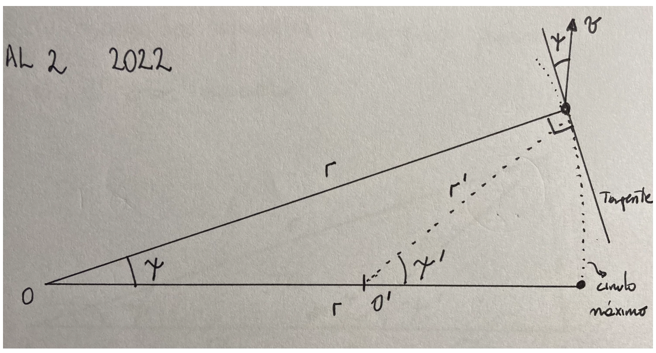
3. Considere un conjunto de 5 estrellas $E_1,\ E_2,\ ...,\ E_5$ que se desplazan en la Galaxia con una misma velocidad lineal $v = 10\ km/s$ y se encuentran a una misma distancia $d = 100\ pc$ del observador. Las 5 estrellas y sus vectores de de velocidad están comprendidos en un plano que contiene también al observador. Así, las 5 estrellas se distribuyen homogéneamente en un arco de circulo máximo de amplitud $\theta = 10°$ como se muestra esquemáticamente en la figura.

   (a) ¿Cuánto valen los movimientos propios μ y las velocidades radiales v_{rad} de cada estrella? **(10 puntos)**

   (b) ¿Cuánto valdrían los movimientos propios μ y las velocidades radiales v_{rad} de cada estrella si el observador se acercara 50 pc a la estrella E_3? **(5 puntos)**



Respuesta:



Consideramos la siguiente figura con el observador en O. Para el caso de una estrella cualquiera, la velocidad radial v_{rad} y el movimiento propio μ vienen dados por $v_{rad} = v\sin\Psi$ y $\mu = \frac{v}{r}\cos\Psi$. Si ahora el observador se desplaza a O', acercándose a la estrella, tendremos $v'_{rad} = v\sin\Psi'$ y $\mu' = \frac{v}{r'}\cos\Psi'$.

En el caso del presente problema, cuando el observador se mueve a O' (en la dirección de E_3), las distancias a cada estrella dejan de ser iguales por lo que debemos calcular r'. Aplicamos el teorema del coseno al triángulo plano de lados $r, r/2, R'$ y obtenemos $r' = r(5/4 - \cos\Psi)^{1/2}$ y aplicando el teorema del seno al mismo triángulo obtenemos Ψ': $\sin\Psi' = \frac{r}{r'}\sin\Psi$. Con estas ecuaciones podemos hacer los cálculos requeridos. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

E	r $[pc]$	Ψ $[°]$	v_{rad} $[km/s]$	$\mu \times 10^{-15}$ $[rad/s]$	r' $[pc]$	Ψ' $[°]$	v'_{rad} $[km/s]$	$\mu' \times 10^{-15}$ $[rad/s]$
1	100	5	0.87155	3.228107	50.3791	9.962175	1.72997	6.333903
2	100	2.5	0.43619	3.237355	50.0951	4.995183	0.87071	6.443738
3	100	0	0	3.240440	50	0	0	6.480880
4	100	357.5	-0.43619	3.237355	50.0951	-4.995183	-0.87071	6.443738
5	100	355	-0.87155	3.228107	50.3791	-9.962175	-1.72997	6.333903

Cuadro 1: Nótese la repetición esperada de algunos valores y el cambio de signo de otros.