Examen de Física Diciembre 2024

Ejercicio 1 (50 puntos)

- A) Inicialmente de Broglie asoció una onda plana a una partícula material. Explique qué problema conceptual presenta representar partículas por ondas planas. (7 puntos)
- B) ¿Cómo hizo de Broglie para solucionar el problema anterior? (7 puntos)
- C) Si aceptamos la aproximación de asociar una onda plana de de Broglie a un electrón, ¿cuál es la longitud de onda λ_e y la frecuencia ν asociada a un electrón que tiene una energía cinética K ? Expresar a ambas como función de K . (9 puntos)
- D) Considere el caso unidimensional de una partícula sujeta a un potencial arbitrario $V(x)$. Deduzca una expresión para la derivada del valor esperado del operador de posición $\hat{x}$ respecto al tiempo en términos del valor esperado de otro operador, sin importar la forma particular de la función de onda $\psi(x,t)$. ¿Cómo interpreta el resultado obtenido? (9 puntos)
- E) Similar a D), deduzca una expresión para la derivada del valor esperado del operador de cantidad de movimiento $\hat{p}$ respecto al tiempo en términos de un valor esperado que involucra a $V(x)$. (9 puntos)
- F) Calcular cuánto vale $d\langle\hat{p}\rangle/dt$ para un potencial anarmónico de la forma $V(x) = 1/2ax^2 + 1/2abx^4$, siendo a y b parámetros constantes. (9 puntos)

Ejercicio 2 (50 puntos)

- A) Defina a los números cuánticos n , l y m_l que caracterizan a la función de onda $\Psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$, del átomo de hidrógeno. (7 puntos)
- B) Escriba la ecuación de Schrödinger para la componente radial $R(r)$ del átomo de hidrógeno (ecuación de Schrödinger en coordenadas esféricas con potencial Coulombiano). (7 puntos)
- C) Escriba la forma genérica de la componente radial $R(r)$ de la función de onda para el estado n . (7 puntos)
- D) Para el estado $n = 2, l = 0$ calcule la probabilidad de que el electrón se encuentre dentro del radio de Bohr a_0 , $P(r \leq a_0)$ y **expresar como un porcentaje**, utilizando a la $R(r)$ de la tabla de abajo y la fórmula
$$\int x^n e^{-cx} dx = -\frac{e^{-cx}}{c} \left(x^n + \frac{nx^{n-1}}{c} + \frac{n(n-1)x^{n-2}}{c^2} + \dots + \frac{n!}{c^n} \right)$$
. (12 puntos)
- E) Calcular la distancia más probable a la que se encuentra un electrón del origen en el estado $n = 2, l = 1$. Expresar como múltiplo de a_0 . (7 puntos)
- F) Para el estado $n = 2, l = 1$, utilizando a las funciones angulares de la tabla de abajo, calcular las direcciones espaciales en la que la densidad de probabilidad angular, $P(\theta, \phi)$, es máxima para $m_l = 0$. (10 puntos)

n	l	m_l	$R(r)$	$\Theta(\theta)$	$\Phi(\phi)$
2	0	0	$\frac{1}{(2a_0)^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0} \right) e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
2	1	0	$\frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
2	1	± 1	$\frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$	$\mp \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$

Datos para útiles para resolver los problemas:

constante de Planck $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.s

carga del electrón $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

masa del electrón $m = 9.11 \times 10^{-31}$ Kg

energía en reposo del electrón $mc^2 = 0.511$ MeV $hc = 12.4 \times 10^3$ eV.Å