

Examen de Física Moderna Agosto 2024

Ejercicio 1 Electrón atrapado en pozo unidimensional modelando a un átomo

Un electrón está atrapado en un pozo unidimensional infinito de ancho $1\text{\AA}$ (un diámetro atómico típico).

- A) Encuentre las energías del estado fundamental y de los dos primeros estados excitados y expresaselas en eV.
B) ¿Se parecen los valores de las energías obtenidas a los de un átomo de hidrógeno?
C) ¿Cuál es la longitud de onda del fotón emitido en la transición desde el segundo estado excitado el electrón al primer estado excitado?
D) En el estado fundamental, ¿cuál es la probabilidad de encontrar el electrón en la pequeña región que va de $x = 0,09\text{\AA}$ a $x = 0,11\text{\AA}$? Expresé al resultado como un porcentaje. [Ayuda: al ser pequeña la región puede aproximar a esta probabilidad sin integrar a la densidad de probabilidad entre los valores extremos de x].
E) En el primer estado excitado, ¿cuál es la probabilidad de encontrar el electrón entre $x = 0$ y $x = 0,25\text{\AA}$?

Integrales trigonométricas útiles:

$$\begin{aligned}\int \sin ax \, dx &= -\frac{1}{a} \cos ax + C & \int \cos ax \, dx &= \frac{1}{a} \sin ax + C \\ \int \sin^2 ax \, dx &= \frac{x}{2} - \frac{1}{4a} \sin 2ax + C = \frac{x}{2} - \frac{1}{2a} \sin ax \cos ax + C & \int \cos^2 ax \, dx &= \frac{x}{2} + \frac{1}{4a} \sin 2ax + C = \frac{x}{2} + \frac{1}{2a} \sin ax \cos ax + C \\ \int \sin^3 ax \, dx &= \frac{\cos 3ax}{12a} - \frac{3 \cos ax}{4a} + C & \int \cos^n ax \, dx &= \frac{\cos^{n-1} ax \sin ax}{na} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} ax \, dx \quad (\text{for } n > 0)\end{aligned}$$

Ejercicio 2 Espectro de la molécula de HCl.

Teniendo en cuenta los niveles energéticos de roto-traslación de una molécula y las reglas de selección $|\Delta N| = 1$ y $|\Delta L| = 1$ se pueden obtener las energías teóricas idealizadas de los fotones absorbidos por ella en términos

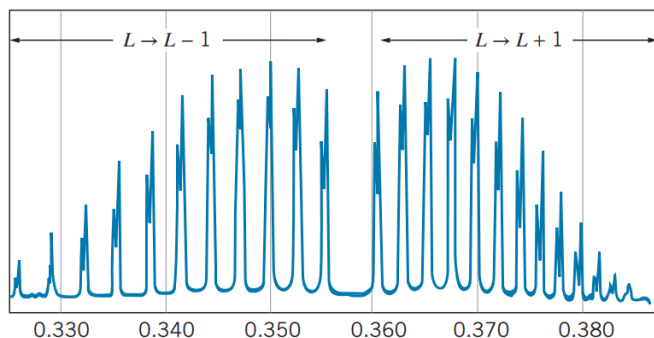
de la frecuencia de vibración, f , del número cuántico de rotación, L , y del parámetro de rotación $B = \frac{\hbar^2}{2mR_{\text{eq}}^2}$.

A) Escriba las energías de los cuatro primeros fotones correspondientes a transiciones con $\Delta L = +1$ y la de los cuatro primeros fotones correspondientes a las transiciones con $\Delta L = -1$.

B) Dibuje las líneas de absorción de la molécula ubicándolas en un eje según la energía del fotón absorbido, con el origen en hf , de manera que las transiciones con $\Delta L = +1$ aparezcan a la derecha de ese origen y las transiciones con $\Delta L = -1$ aparezcan a la izquierda.

C) Si la masa del H es $1,01\text{ u}$ y la del Cl es $35,45\text{ u}$, calcule a la masa reducida μ de la molécula de HCl. ¿Es razonable el valor que obtuvo?

Para las partes D) a F) compare el dibujo de B) con espectro real de la molécula de HCl que se muestra en la figura de abajo para la cual las energías del eje horizontal están dadas en eV y recuerde que $1\text{ u} = 931,5\text{ MeV}$.



D) Obtenga a f en Hz para la molécula de HCl.

E) Calcule a la constante k del oscilador en $\text{u}\cdot\text{Hz}^2$ o en eV/m^2 para la molécula de HCl.

F) Calcule al parámetro de rotación B (en u) y compare con el valor que puede estimar de la figura.

