

Práctico 3: La física elemental del interior estelar (II)

- (P3-1) Encuentre la condición que la densidad numérica de electrones n_e debe satisfacer para que un gas de electrones pueda ser considerado como un gas ideal. (*Versión del ejercicio 3.1 de Prialnik*)
- (P3-2) Considere una estrella cuya energía total U viene dada por:

$$U = \int (u_{gas} + u_{rad}) dm \quad (1)$$

y en la que el factor β mantiene un valor constante en toda la estructura. Demuestre que el teorema del virial puede ser escrito como:

$$E = \frac{\beta\Omega}{2} = -\frac{\beta}{2-\beta}U \quad (2)$$

(*Versión del ejercicio 3.2 de Prialnik*)

- (P3-3) Demuestre que la ecuación de equilibrio hidrostático puede ser escrita como:

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{g}{\kappa} \quad (3)$$

(*Versión del ejercicio 3.3 de Prialnik*)

- (P3-4) Demuestre que para una estrella en equilibrio hidrostático la energía térmica E puede ser escrita como:

$$E = 2\pi G \int_0^R m(r)\rho(r)rdr$$

- (P3-5) A partir de la ecuación de equilibrio hidrostático demuestre que en una estrella hipotética constituida por un gas incompresible y en reposo, la presión P aumenta linealmente con la profundidad respecto de la superficie.
- (P3-6) A partir de la ecuación de equilibrio hidrostático y de la ecuación del gas ideal demuestre que si el gas es isotérmico la densidad $\rho(r)$ puede ser escrita como:

$$\rho(r) = \rho_c e^{-\frac{r}{H}} \quad (4)$$

donde ρ_c es la densidad en el centro de la estrella y H es un factor de escala dado por $H = \Re T / \mu g$ con \Re la constante de los gases ideales, T la temperatura del gas, μ la masa atómica promedio y g la aceleración de la gravedad.

- (P3-7) Encuentre las funciones $m(r)$, $P(r)$, $F(r)$ y $T(r)$ en el entorno del centro de la estrella mediante una expansión en serie de Taylor. (*Versión del ejercicio 5.1 de Prialnik*)
- (P3-8) ¿Cuántos átomos de H son convertidos por segundo en He en el interior del Sol bajo la suposición de que toda la luminosidad solar es producto de la fusión mediante la cadena protón-protón? ¿Cuánto tiempo demorará el Sol en fusionar 10% de su masa?

9. Se pueden establecer límites útiles a la presión central de una estrella sin recurrir a cálculos detallados de su estructura. Considere una estrella de masa M y radio R . Sea $P(r)$ la presión a la distancia r del centro y $m(r)$ la masa encerrada por una esfera de radio r . (*Versión del ejercicio 2 del práctico 4 de Julio Fernández*)

(a) Demuestre que en equilibrio hidrostático la función $P(r) + Gm^2/8\pi r^4$ decrece con r

(b) A partir del resultado demuestre que la presión central satisface la desigualdad

$$P_c > \frac{1}{6} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} G \bar{\rho}^{4/3} M^{2/3}$$

(c) Si se asume además que la densidad $\rho(r)$ decrece con r , se puede derivar un límite inferior más estricto y, además, un límite superior significativo para la presión central. Demuestre en este caso que:

$$P_c > \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} G \bar{\rho}^{4/3} M^{2/3}$$

(d) Demuestre que:

$$P_c < \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} G \rho_c^{4/3} M^{2/3}$$