ASTROFISICA ESTELAR

PRÁCTICO IV

1. En una estrella de masa M la densidad decrece desde el centro a la superficie como una función de la distancia radial r de acuerdo a
$$\rho = \rho_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right],$$
donde ρ_c es una constante y R es el radio de la estrella. (a) Hallar $m(r)$. (b) Derivar la relación entre M y R. (c) Mostrar que la densidad promedio de la estrella (la masa total dividida por el volumen total) es $0.4\rho_c$.

2. Se pueden establecer límites útiles a la presión central de una estrella sin recurrir a cálculos detallados de estructura estelar: Considere una estrella de masa M y radio R. Sea $P(r)$ la presión a la distancia r del centro y $m(r)$ la masa encerrada por una esfera de radio r. Demuestre que en equilibrio hidrostático la función
$$P(r) + Gm(r)^2/8\pi r^4$$
decrece con r. A partir de este resultado demuestre que la presión central satisface la desigualdad
$$P_c > \frac{1}{6} \left[\frac{4\pi}{3} \right]^{1/3} G < \rho >^{4/3} M^{2/3}$$
donde $< \rho >$ es la densidad promedio.
Si se asume además que la densidad $\rho(r)$ decrece con r, se puede derivar un límite inferior más estricto y, además, un límite superior significativo para la presión central. Demuestre en este caso que
$$P_c > \frac{1}{2} \left[\frac{4\pi}{3} \right]^{1/3} G < \rho >^{4/3} M^{2/3}$$
y además
$$P_c < \frac{1}{2} \left[\frac{4\pi}{3} \right]^{1/3} G \rho_c^{4/3} M^{2/3}$$
donde ρ_c es la densidad central.