

Examen práctico de Astrofísica estelar  
13 de diciembre de 2021

1. Calcule la masa mínima que debe tener una estrella para alcanzar la secuencia principal. Asuma que el transporte de energía en esa estrella ocurre exclusivamente por convección y que la fusión de  $H$  mediante la cadena  $p - p$  necesita una temperatura central mínima de  $3 \times 10^6 K$ . **(25 puntos)**
2. Considere los tiempos característicos de la evolución estelar:
  - (a) Encuentre expresiones para los tiempos dinámico, térmico y nuclear. **(15 puntos)**
  - (b) Encuentre una expresión que permita estimar el tiempo de vida en la secuencia principal como función de la masa estelar y la temperatura del núcleo estelar. Justifique sus suposiciones. **(10 puntos)**
3. La presión  $P_s$  en la superficie de un núcleo isotérmico rodeado por una envoltura, ambos constituidos por un gas ideal, viene dada por:

$$P_s = \frac{3\Re}{\mu_c} \frac{1}{4\pi} \frac{T_c M_c}{R_c^3} - \frac{\alpha G}{4\pi} \frac{M_c^2}{R_c^4}$$

donde  $\Re$  y  $G$  son las constantes de los gases ideales y gravitación universal,  $T_c$ ,  $M_c$  y  $R_c$  son, respectivamente, la temperatura, masa y radio del núcleo isotérmico,  $\mu_c$  es el peso molecular medio del gas de iones del núcleo y  $\alpha$  es la constante que indica la distribución de masa en la ecuación para la energía potencial gravitatoria.

- (a) Demuestre que para una dada masa del núcleo  $M_c$  la presión en su superficie  $P_s$  tiene un máximo para un radio del núcleo  $R_c$  dado por **(5 puntos)**:

$$R_c = \frac{4}{9} \frac{\mu_c \alpha G}{\pi \Re} \frac{M_c}{T_c}$$

- (b) A partir de la cota de presión producida por la envoltura  $P_{env} > GM^2/8\pi R^4$  y las expresiones de homología conocidas para la secuencia principal, calcule el límite de Chandrasekhar-Schönberg, es decir, la masa máxima  $M_{max}$  que un núcleo isotérmico rodeado por una envoltura puede alcanzar sin colapsar y que viene dado por:

$$M_{max} \leq C M \left( \frac{\mu_{env}}{\mu} \right)^2$$

donde  $M$  es la masa de la estrella,  $C$  es una constante y  $\mu_{env}$  y  $\mu$  son, respectivamente, los pesos moleculares medios de la envoltura y del núcleo. **(20 puntos)**

4. Considere la cáscara más externa de una enana blanca de masa  $M$  y radio  $R$  en donde la presión  $P$  depende de la temperatura  $T$  como:

$$P(T) = \left( \frac{64\pi a c \Re G}{51\kappa_0 \mu} \right)^{1/2} \left( \frac{M}{L} \right)^{1/2} T^{17/4}$$

donde  $\kappa_0$  es la opacidad,  $c$  la velocidad de la luz,  $a$  la constante de radiación y  $L$  la luminosidad.

- (a) Asumiendo que la cáscara se encuentra en equilibrio hidrostático y que está constituida por un gas ideal, demuestre que el perfil de temperatura  $T(r)$  a través de la cáscara viene dado por **(20 puntos)**:

$$T(r) = \frac{4}{17} \frac{\mu}{\Re} GM \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

- (b) Muestre que el espesor de la cáscara es mucho menor que  $R$  **(10 puntos)**