

Práctico 10

El equilibrio de las estructuras estelares: Inestabilidades dinámicas

1. A partir de las siguientes expresiones para la energía interna por unidad de masa u en función de la presión P , la densidad ρ y la constante de proporcionalidad ϕ :

$$du + Pd\left(\frac{1}{\rho}\right) = 0$$

$$u = \phi \frac{P}{\rho}$$

derive una expresión para el exponente adiabático γ_a como función del parámetro β para las condiciones para el caso de un gas ideal y la radiación. Calcule los valores de γ_a para $\beta = 0, \frac{1}{2}, 1$. (*Versión del ejercicio 6.2 de Prialnik*)

2. Demuestre que en una estrella en equilibrio hidrostático que sufre una pequeña expansión adiabática y en la que el número de partículas permanece constante, la estabilidad dinámica requiere que $\gamma_a > 4/3$.
3. Demuestre que una estrella cuya presión es dominada por la presión del gas ideal es dinámicamente estable frente a pequeñas compresiones o expansiones adiabáticas en las que el número de partículas permanece constante.
4. Calcule la masa máxima para la cual una estrella puede ser estable, es decir, la masa para la cual la luminosidad alcanza el límite de Eddington. Suponga que entre la masa y la luminosidad de las estrellas masivas existe la relación $L \propto M^\alpha$, con $\alpha = 3,5$.
5. La ecuación de estado para cuerpos sólidos autogravitantes, como los planetas, debe permitir una densidad finita en la superficie, donde la presión se anula. Despreciando los efectos de la temperatura, que generalmente son pequeños, tales ecuaciones de estado generalmente se expresan en la forma:

$$P(\rho) = K \left[\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^{\gamma_1} - \left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^{\gamma_2} \right]$$

donde K es una constante, ρ_s es la densidad en la superficie y $\gamma_1 > \gamma_2$.

Convierta la ecuación empleando las variables adimensionales $y = P/P_c$ y $x = \rho/\rho_c$, donde P_c y ρ_c son, respectivamente, la presión y densidad centrales y muestre que (Ejercicio 6.1 de Prialnik Segunda Edición):

- (a) La estabilidad dinámica requiere que $\gamma_1, \gamma_2 > 4/3$ o que $\gamma_1, \gamma_2 < 4/3$
- (b) El segundo caso impone un límite a la razón entre la densidad central y la densidad en la superficie ρ_c/ρ_s .