Práctico 4
Presiones debidas a los gases de iones, electrones y fotones.

1. Bajo condiciones muy generales la presión central P_c que soporta una estrella de masa M satisface la desigualdad $P_c < (\pi/6)^{1/3} G M^{2/3} \rho_c^{4/3}$ donde ρ_c es la densidad central. Se asume que parte de esta presión, denotada por $P_g = \beta Pc$, se debe a un gas ideal clásico de electrones e iones con masas promedio $\bar{m}$ y que la presión restante, denotada por $P_r = (1-\beta)Pc$ se debe a la radiación. [8]

   (a) Deduzca a partir de la desigualdad para P_c un límite superior para la cantidad $\eta = (1-\beta)/\beta^4$ como función de M y $\bar{m}$.

   (b) A partir del límite superior calculado para η, establezca cuáles son los límites para la fracción de la presión debida a la radiación P_r en el centro de estrellas de masas 1 $M_\odot$, 4 $M_\odot$ y 40 $M_\odot$, asumiendo que en todos los casos la estrella está constituida por Hidrógeno totalmente ionizado.

2. Considere una estrellas de masa $M = M_\odot$ y radio $R = R_\odot$ en la que a una distancia $r = R/2$ del centro la presión vale $P(r = R/2) = 1{,}3 \times 10^{15} dina/cm^2$ y la temperatura $T(r = R/2) = 4{,}5 \times 10^6 K$. Demuestre que bajo estas condiciones la presión de radiación es mucho menor que la presión del gas.

3. Considere una serie de estrellas de masa M_i.

   (a) Realice un gráfico de la razón entre la energía potencial eléctrica U_E y la energía cinética K de una de sus partículas como función de M_i para dos casos hipotéticos de estrellas constituidas exclusivamente de H y exclusivamente de He.

   (b) En base a los gráficos de la pregunta anterior: ¿Qué puede decir sobre la ecuación de estado del gas para estrellas con masas M en los intervalos $M > M_\odot$, $1 < M/M_\odot < 0{,}072$ y $0{,}072 < M/M_\odot < 0{,}01$?

4. Encuentre la condición que la densidad numérica de electrones n_e debe satisfacer para que un gas de electrones pueda ser considerado como un gas ideal. [9]

5. Considere una estrella cuya energía interna U viene dada por:

$$U = \int (u_{gas} + u_{rad}) dm$$

   y en la que el factor β mantiene un valor constante en toda la estructura. Demuestre que el teorema del virial puede ser escrito como[10]:

$$E = \frac{\beta \Omega}{2} = -\frac{\beta}{2-\beta} U$$

6. Encuentre las funciones $m(r)$, $P(r)$, $F(r)$ y $T(r)$ en el entorno del centro de la estrella mediante una expansión en serie de Taylor. [11]

---

[8] Versión del ejercicio 1 del práctico 5 de Julio Fernández.
[9] Versión del ejercicio 3.1 de Prialnik
[10] Versión del ejercicio 3.2 de Prialnik
[11] Versión del ejercicio 5.1 de Prialnik