

Práctico 1 - Repaso Operaciones y Sistemas de Ecuaciones Lineales

1. Realizar las siguientes operaciones con fracciones. En todos los casos expresar el resultado mediante la fracción irreducible.

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7}, \quad \frac{6}{9} + \frac{10}{9}, \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{4}, \quad \frac{11}{13} + \frac{13}{11}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4},$$

$$\frac{2}{9} - \frac{1}{18}, \quad \frac{8}{15} - \frac{7}{6} + 3, \quad \frac{6}{9} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right), \quad \frac{1}{1111} - \frac{2}{1112} \times 0 + \frac{3}{1113}.$$

2. Calcular los siguientes productos y divisiones de fracciones. Dar en todos los casos la fracción irreducible.

$$\frac{5}{7} \times \frac{7}{5}, \quad \frac{15}{7} \times \frac{21}{9}, \quad \frac{(5/14)}{(9/2)}, \quad \left(\frac{7}{4}\right) \div 7, \quad \frac{9}{2} \div \frac{1}{6}.$$

3. Calcular, dando la fracción irreducible.

$$\frac{3}{5} \left(\frac{1}{2} + 2\right), \quad 3 \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{4}\right), \quad \frac{20}{21} \left(\frac{11}{20} + \frac{1}{2}\right).$$

4. Se considera la siguiente cadena de igualdades, donde $a = b = 1$:

$a = b$	multiplicamos por a
$a^2 = ab$	restamos b^2
$a^2 - b^2 = ab - b^2$	usamos un producto notable a la izq.
$(a - b)(a + b) = ab - b^2$	sacamos factor común a la der.
$(a - b)(a + b) = (a - b)b$	simplificamos $(a - b)$
$a + b = b$	y como $a = b = 1$
$2 = 1$	

¿Dónde está el fallo en el razonamiento?

5. Resolver las siguientes ecuaciones en \mathbb{R} .

$$x + 3 = 2x + 6,$$

$$\frac{x + 1}{2} = -1,$$

$$-\frac{1}{x} = x + 2,$$

$$\frac{2}{x} - \frac{x}{2} = \frac{3}{2}.$$

6. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2\sqrt{2}x - \sqrt{8}y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} \frac{2}{3}y = \frac{1}{6}(4x - 3) \\ x - y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

7. El señor Ostolozzo cría gallinas y ovejas en un corral. La cantidad de gallinas es el triple que la de ovejas. El señor Ostolozzo alcanzó a divisar un total de 30 patas en el corral. ¿Cuántas gallinas hay?
8. Raúl tiene 14 años menos que David y ambas edades suman 56 años. ¿Qué edad tiene cada uno?
9. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} -x + y - z = 1 \\ 4x + 2y - z = 5 \\ x + y + z = 5 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x - y - 2z = 3 \\ y - 5z = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ 3x + 3y + z = 2 \\ 6x + 3y - z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 3 \\ 4x + y = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 5x - y - z = 4 \\ x - y + 2z = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + 4y - 2z = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ -x + y + z = 0 \\ 2x - 5y - 2z = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} w - 2x + y + z = 0 \\ w - 2x - 2y + 2z = -2 \\ w - 2x - 2y - 2z = 0 \\ 2w + 3x + 3y - 4z = 0 \end{cases}$$

10. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones, escalerizando:

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 1 \\ x + 2z = 0 \\ -x - y = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x + 2y - z = 0 \\ x + 2z = 1 \\ -x - y = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x + 2y - z = 0 \\ x + 2z = 0 \\ -x - y = 1 \end{cases}$$

11. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones discutiendo según el valor del parámetro:

$$\begin{cases} mx + y + z = 3 \\ x + my + z = 3 \\ x + y + mz = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} ax + ay + (a - a^2)z = a \\ x + y + z = 2 \\ ay + az = 2 \end{cases}$$

12. Determine para qué valores de a los siguientes sistemas son compatibles determinados, compatibles indeterminados o incompatibles:

$$\begin{cases} x + y + az = 3 \\ ax + y + z = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x + y + az = a \\ ax + y + z = a \end{cases}$$

13. En el estanque de un establecimiento de cría ictícola hay tres tipos de peces (indicados con I, II y III, respectivamente) que son nutridos con los alimentos A , B y C . El consumo semanal promedio de cada pez (tomado en unidades básicas) está dado por la tabla:

	Alimento A	Alimento B	Alimento C
Pez Tipo I	1	1	2
Pez Tipo II	3	4	6
Pez Tipo III	2	1	5

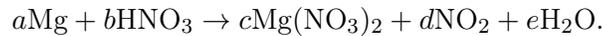
- a) Si al empezar la semana hay 2000 peces de tipo I, 3000 peces de tipo II y 4000 peces de tipo III, ¿cuántas unidades de cada alimento hay que poner en el estanque por semana para que no quede nada y los peces estén todos bien alimentados?

- b) Semanalmente se vierten en el estanque 14000 unidades del alimento A , 12000 unidades del B y 31000 unidades del C . Toda la comida es ingerida y los peces están bien alimentados. ¿Cuántos peces de cada tipo hay en el estanque?

14. Reacciones químicas

En una reacción química, un conjunto de reactivos, en las proporciones adecuadas, se transforman en otros productos diferentes.

Para la siguiente reacción química



¿Es esperable que el sistema tenga una única solución?

Observar que al igualar los números de átomos correspondientes, obtenemos un sistema de ecuaciones en a, b, c, d, e . Plantear este sistema y hallar las posibles soluciones.

Encontrar la cantidad mínima de átomos para la cual el sistema tiene solución (tener en cuenta que las cantidades de átomos son números enteros).

15. Polinomio de interpolación

Suponga que un conjunto de puntos del plano representa datos experimentales. Un polinomio de interpolación para los datos es un polinomio cuya gráfica pasa por todos los puntos. En el trabajo científico, se puede usar un polinomio así, por ejemplo, para estimar valores entre los puntos de los datos conocidos. El grado de este polinomio depende, entre otras cosas, de la cantidad de datos.

Encuentre el polinomio de interpolación $p(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2$ para los datos $(1, 12), (2, 15), (3, 16)$.