

1. En un supermercado rifan 10 autos, uno cada día. Un cliente asiduo tiene 10 boletos para participar en los sorteos. Que le conviene:

- (a) Jugar un ticket cada día
- (b) Jugar los 10 tickets el mismo día.

Fundamentar.

2. Sean A_1, \dots, A_n eventos independientes tales que $P(A_k) = p_k$.

1. Encontrar la probabilidad p de que ninguno de ellos ocurra.

2. Mostrar que

$$p < e^{-\sum p_k}.$$

3. (a) Usando la fórmula de Stirling, probar:

$$C_n^{2n} \sim \frac{2^{2n}}{(\pi n)^{1/2}}.$$

(b) Un grupo de $2N$ niñas y $2N$ varones se divide en dos subgrupos del mismo tamaño. Hallar la probabilidad de que cada subgrupo contenga N niñas y N varones. Hallar una aproximación a esta probabilidad.

4. *El problema del pooleo de los tests.* Una tropa de N animales es sometido a una análisis para detectar una enfermedad. Cada animal está enfermo con una probabilidad p . El examen es realizado por medio de una análisis de sangre. Dicho análisis puede ser realizado de dos formas:

(I) Hacer N análisis, uno por cada animal.

(II) Realizar el análisis por grupos, mezclando la sangre de n individuos. Si da negativo, se admite que los n individuos de ese grupo están sanos. Si da positivo, se realiza un análisis para cada uno de ellos.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que el test para un grupo de n animales de positivo?

- (b) ¿Cuál es el valor esperado¹ de la variable ζ , cantidad de tests necesarios bajo el plan (II)?
- (c) ¿Cómo se debería elegir n para minimizar el valor esperado de ζ en el caso en el que $N = 1000$ y $p = 0,01$?

5. *Estimación en la distribución geométrica* En un experimento con distribución geométrica se observa que el primer éxito se produce en tiempo n . Estimar, por máxima verosimilitud, el valor de p .

6. Supongamos que entre 400 niños que nacen, 210 son varones. Suponer $\alpha = 0,05$.

- (a) Realizar un test de hipótesis bilateral para investigar si la proporción al nacimiento de niñas y varones es igual.
- (b) Bajo la **sospecha** de que la proporción de varones al nacimiento es mayor que la de niñas, realizar un test de hipótesis unilateral.
- (c) Calcular la potencia del test anterior, en el supuesto de testear $p = 0,5$ contra $p > 0,52$.

7. Test de hipótesis de proporciones tomado de internet. Se trata de estudiar y reproducir en R el siguiente test de <https://towardsdatascience.com/one-proportion-and-goodness-of-fit-test-in-r-and-by-hand-8c7997013c84> que en particular explica cómo se utiliza el R para test de proporciones. Es interesante que se puede utilizar la aproximación normal, como vimos en clase, y también la distribución binomial exacta, sin la aproximación

¹Si no vieron todavía valor esperado se puede (a) buscarlo en internet y calcularlo (b) esperar a darlo.