

Nombre:

Grupo:

Parcial 2, Matemática II, módulo 1

1. (30 puntos)

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Hallar a para que $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ sea vector propio.

b) Suponemos ahora $a = 0$.

1) Hallar matrices D diagonal, P invertible y P^{-1} tales que $A = PDP^{-1}$.

2) Calcular A^4 y A^{-3} .

2. (30 puntos)

Una población de hembras, dividida en tres franjas etarias de 5 años cada una, es tal que una hembra tiene en promedio 3 hijas mientras está en la franja 2 y 2 hijas mientras en la franja 3 (antes de cumplir 5 años las hembras no son fértiles). Además la probabilidad de que una hembra llegue a cumplir 5 años es $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que una hembra de 5 años o más llegue a cumplir 10 es $\frac{1}{3}$.

a) Hallar la matriz de Leslie L que modela el sistema.

b) Probar que L tiene un valor propio que está entre 1 y 2.

c) Decidir si a largo plazo la población tiende a crecer, extinguirse o estabilizarse.