

Nombre:

Grupo:

**Parcial 2, Matemática II, módulo 1**

**1. (30 puntos)**

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Hallar  $a$  para que  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  sea vector propio.

b) Suponemos ahora  $a = 0$ .

- 1) Hallar matrices  $D$  diagonal,  $P$  invertible y  $P^{-1}$  tales que  $A = PDP^{-1}$ .
- 2) Calcular  $A^4$  y  $A^{-3}$ .

**2. (30 puntos)**

Una población de hembras, dividida en tres franjas etarias de 5 años cada una, es tal que una hembra tiene en promedio 3 hijas mientras está en la franja 2 y 2 hijas mientras en la franja 3 (antes de cumplir 5 años las hembras no son fértiles). Además la probabilidad de que una hembra llegue a cumplir 5 años es  $\frac{1}{2}$  y la probabilidad de que una hembra de 5 años o más llegue a cumplir 10 es  $1/3$ .

- a) Hallar la matriz de Leslie  $L$  que modela el sistema.
- b) Probar que  $L$  tiene un valor propio que está entre 1 y 2.
- c) Decidir si a largo plazo la población tiende a crecer, extinguirse o estabilizarse.