

### Práctico 1: Introducción a las funciones de dos variables

Se recomienda siempre tener a mano GeoGebra como herramienta de apoyo y de visualización.

1. Representar en el plano los siguientes conjuntos

- a) Los puntos  $(0, 0)$ ;  $(1, 0)$ ;  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{4})$ ;  $(0, -1)$ .
- b) El triángulo de vértices  $(1, 1)$ ;  $(2, 4)$ ;  $(3, 3)$ .
- c) El círculo de radio 2 y centro  $(1, 1)$ .

2. Queremos graficar las figuras representadas en el plano por cada una de las siguientes ecuaciones:

- $x^2 + y^2 = 4$ .
- $2x^2 + y^2 = 4$ .
- $x^2 - y^2 = 1$ .

Para esto, en cada caso, se pide

- a) Hallar los puntos de corte con los ejes coordenados.
- b) Hallar los puntos de corte con la recta  $y = x$ .
- c) Esbozar la figura a mano.
- d) Graficar con GeoGebra 2D.

3. Para cada función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , y cada punto  $P \in \mathbb{R}^2$ , calcular  $f(P)$ .

- $f(x, y) = xy$ ,  $f(x, y) = x + y$ ,  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 5$ ,  $f(x, y) = \max\{x, y\}$ .
- $P = (0, 0)$ ,  $P = (1, 2)$ ,  $P = (\frac{2}{3}, \frac{3}{5})$ ,  $P = (e^2, e^5)$ ,  $P = (\sqrt{2}, \sqrt{3})$

4. Hallar los dominios de las funciones de dos variables dadas por cada una de las siguientes fórmulas :

- a)  $f(x, y) = \frac{x}{y}$ ,                      b)  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y}$ ,                      c)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 5}$ ,
- d)  $f(x, y) = \frac{x}{y - x^2}$ ,                      e)  $f(x, y) = \frac{\sqrt{x}}{y - x^2}$ ,                      f)  $f(x, y) = \log(9 - x^2 - 9y^2)$ .

5. Bosquejar la curva de nivel  $k$  de cada una de las siguientes funciones, discutiendo según  $k$ .

- a)  $f(x, y) = x + 2y$ ,      b)  $f(x, y) = |x| + |y|$ ,      c)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,      d)  $f(x, y) = 4x^2 + y^2$ ,
- e)  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ,      f)  $f(x, y) = \frac{x}{y}$ ,      g)  $f(x, y) = xy$ ,      h)  $f(x, y) = ye^x$ .

6. Bosquejar la intersección del gráfico de la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x, y) = x^2 + xy + y$  con el plano  $xOy$ .

7. Determine y grafique el dominio de la función dada por  $f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$ .