

Práctico 1: Introducción a las funciones de dos variables

Se recomienda siempre tener a mano GeoGebra como herramienta de apoyo y de visualización.

1. Representar en el plano los siguientes conjuntos

- a) Los puntos $(0, 0); (1, 0); (\frac{2}{3}, \frac{1}{4}); (0, -1)$.
- b) El triángulo de vértices $(1, 1); (2, 4); (3, 3)$.
- c) El círculo de radio 2 y centro $(1, 1)$.

2. Queremos graficar las figuras representadas en el plano por cada una de las siguientes ecuaciones:

- $x^2 + y^2 = 4$.
- $2x^2 + y^2 = 4$.
- $x^2 - y^2 = 1$.

Para esto, en cada caso, se pide

- a) Hallar los puntos de corte con los ejes coordenados.
- b) Hallar los puntos de corte con la recta $y = x$.
- c) Esbozar la figura a mano.
- d) Graficar con GeoGebra 2D.

3. Para cada función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, y cada punto $P \in \mathbb{R}^2$, calcular $f(P)$.

- $f(x, y) = xy, \quad f(x, y) = x + y, \quad f(x, y) = x^2 + y^2 + 5, \quad f(x, y) = \max\{x, y\}$.
- $P = (0, 0), \quad P = (1, 2), \quad P = (\frac{2}{3}, \frac{3}{5}), \quad P = (e^2, e^5), \quad P = (\sqrt{2}, \sqrt{3})$

4. Hallar los dominios de las funciones de dos variables dadas por cada una de las siguientes fórmulas :

a) $f(x, y) = \frac{x}{y},$	b) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y},$	c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 5},$
d) $f(x, y) = \frac{x}{y - x^2},$	e) $f(x, y) = \frac{\sqrt{x}}{y - x^2},$	f) $f(x, y) = \log(9 - x^2 - 9y^2).$

5. Bosquejar la curva de nivel k de cada una de las siguientes funciones, discutiendo según k .

a) $f(x, y) = x + 2y,$	b) $f(x, y) = x + y ,$	c) $f(x, y) = x^2 + y^2,$	d) $f(x, y) = 4x^2 + y^2,$
e) $f(x, y) = x^2 - y^2,$	f) $f(x, y) = \frac{x}{y},$	g) $f(x, y) = xy,$	h) $f(x, y) = ye^x.$

6. Bosquejar la intersección del gráfico de la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = x^2 + xy + y$ con el plano xOy .

7. Determine y grafique el dominio de la función dada por $f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$.