Teoría Electromagnética - posgrado – Práctico 6 - 2024

46.
a. Un haz de luz subtiende un ángulo sólido dΩ en un referencial. Calcule el cambio de dΩ en otro referencial: dΩ'.
b. Asuma que las estrellas cercanas se distribuyen uniformemente. Escriba dN/dΩ.
c. Escriba dN/dΩ' para un observador que se mueve a una velocidad **v**.

47.
a. Demuestre que el tiempo retardado es único.
b. Obtenga la fórmula de Lienard integrando dP'/dΩ en todas direcciones.
c. Calcule el ángulo en el que ocurre el máximo de dP'/dΩ en el caso lineal. Obtenga la expresión aproximada en el caso ultra-relativista.
d. Calcule la dispersión en ángulo en el caso lineal ultra-relativista.
e. Repita c. y d. en el caso de estado de movimiento circular (**v** y **a** perpendiculares).
f. Obtenga P en el caso lineal integrando directamente de la distribución angular dP/dΩ.
g. Calcule los valores anteriores para electrones de 200 MeV y 92 GeV.

48.
Considere un electrón que desacelera con aceleración -a (a>0) desde su velocidad inicial v_0 hasta el reposo.
a. Suponiendo la velocidad inicial mucho menor que c, calcule la fracción de energía cinética inicial que es radiada.
b. Calcule esta fracción para el caso de electrones térmicos en un conductor y asuma que la distancia recorrida es 30 Å.
c. En el átomo de Bohr para hidrógeno un electrón en el estado base tiene una trayectoria de radio 5×10^{-11} m. La electrodinámica clásica predice que el electrón radía y por tanto caería en espiral hacia el protón del núcleo. Muestre que siendo v<<c para la mayoría de la trayectoria se puede estimar el tiempo de caída usando la fórmula de Larmor, suponiendo que en cada revolución la trayectoria es circular.

49.
Radiación de Thomson.
Considere un electrón libre sobre el que incide una onda electromagnética de frecuencia ω y amplitud E_0 y polarización lineal.
a. Calcule la potencia media radiada por el electrón, acelerado por la onda, en el caso no relativista. b. Calcule la sección eficaz diferencial y la total. Exprese los resultados en función del “radio clásico” del electrón: $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \simeq 2.82\,\mathrm{Fm}$.

50.
Muestre que las siguientes expresiones, manifiestamente covariantes, reproducen los resultados obtenidos en clase:

$$A^\alpha(x) = \left[\frac{q\,U^\alpha(\tau)}{U\cdot(x-r(\tau))}\right] \quad \text{y} \quad F^{\alpha\beta}(x) = \frac{q}{U\cdot(x-r(\tau))}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{(x-r)^\alpha U^\beta - (x-r)_\beta U^\alpha}{U\cdot(x-r)}\right)$$

donde en estas expresiones $[\ ]$ significa que el tiempo propio es evaluado en el tiempo retardado $\tau=\tau_0$, siendo $(x-r(\tau_0))^2=0$ y $x^0>r^0(\tau_0)$.

U es la 4-velocidad, $x=(x^0,\vec{r})$ y $r=(c\,t,\vec{r}(t))$ el 4-vector de la trayectoria de la partícula.

51.

Considere una partícula de carga **q** que se mueve en un círculo de radio **R** con velocidad **v** constante. Asuma que el círculo se haya en el plan xy, centrado en el origen y en t=0 la carga está en (R,0) en el eje positivo de las x. Halla los potenciales de Lienard-Wiechert para puntos del eje z.

52.

a. Obtenga la relación entre la potencia radiada en un acelerador lineal (movimiento unidimensional) y la potencia suministrada al acelerador dE/dt. Considere el caso relativista ($\beta \rightarrow 1$). Estime cuantitativamente esta fracción si la energía radiada en un acelerador lineal es significativa (típicamente la ganancia en energía de un acelerador es menor a 50 MeV/m).

b. Repita el para el caso de un acelerador circular como un sincrotrón o un betatrón.

53.

Calcule la energía radiada por

a. electrones en un acelerador lineal de 50 GeV de 3 km de largo (asuma aceleración constante).

b. protones de 13 TeV en una revolución en una circunferencia de 8,6 km de radio.

c. electrones de 6 MeV en un acelerador lineal de 150 cm (típicamente usados en radioterapia). Calcule, además, la energía radiada cuando estos electrones inciden sobre el blanco de tungsteno y se detienen (aproximadamente unos 0,3 cm de tramo).

54.

Muestre que la energía radiada en un período, en un movimiento circular por un electrón relativista, en una órbita de radio R puede escribirse como

a. $\delta E(erg) = \frac{4\pi}{3}\frac{e^2}{R}\gamma^4$

b. Muestre que esta expresión se puede escribir como $\delta E(erg) = 8.85\times 10^{-2}\frac{E(GeV)^4}{R(m)^3}$