Física de Radiaciones I

Parcial 3 - 2025

---

1 a) ^{57}Cu y ^{57}Ni: son núcleos espejo → estructura nuclear análoga con un solo nucleón por encima del número mágico 28. En el caso del ^{57}Cu es un protón y en el del ^{57}Ni es un neutrón. Por lo tanto, los estados bases y el primer nivel excitado son idénticos en relación con el espín y la paridad.

Estado base → último nucleón en el estado $2p_{3/2}$ de acuerdo con el diagrama → $J^{\pi} = \left(\frac{3}{2}\right)^-$

Primer estado excitado → estado $1f_{5/2}$ → $J^{\pi} = \left(\frac{5}{2}\right)^-$

b) Este apartado se puede resolver por dos vías.

b1) Considerando los núcleos como esferas de carga uniforme, la energía electrostática coulombiana es: $W = \dfrac{3q^2}{5R}$, donde $R = 1{,}2A^{1/3}$ fm

De modo que, la diferencia de masa es:

$$Q = (m_{Cu} - m_{Ni} - m_e)c^2$$

$$^{57}_{29}Cu \longrightarrow {}^{57}_{28}Ni + \beta^+ + \nu$$

En términos de masas atómicas: $\underline{\quad\quad \simeq 0}$

$$Q = [M_{Cu} - M_{Ni} - 2m_e]c^2 + E_B(Cu) - E_B(Ni)$$

$$Q = \frac{3e^2}{5R}\left[(Z+1)^2 - Z^2\right] - (m_n - m_p)c^2 - 2m_e c^2$$

$$= \frac{3c\hbar}{5R}\left(\frac{e^2}{c\hbar}\right)(2Z+1) - (m_n - m_p)c^2 - 2m_e c^2$$

$$= \frac{3}{5}\,\frac{197}{1{,}2\cdot 57^{1/3}}\,\frac{1}{137}\,(2\cdot 28+1) - 1{,}29 - 1{,}022 =$$

$$= 8{,}34 \text{ MeV}$$

b2) $$Q = [\underbrace{m_{Cu} - m_{Ni} - m_e}_{\Delta m c^2}]c^2$$

$$\cancel{\Delta m c^2 = \Delta m_n}$$

$$\Delta m c^2 = (A-Z)m_n + Z m_p - B(A,Z) - [A-(Z-1)]m_n$$
$$- (Z-1)m_p + B(A,Z-1) =$$
$$= -(m_n - m_p)c^2 - [\underbrace{B(A,Z) - B(A,Z-1)}_{\Delta B}]$$

$$B(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_a\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2 A^{-1} +$$
$$\underbrace{\cancel{+ a_p \delta A^{-1/2}}}_{0 \text{ (par-impar)}}$$

$$B(A,Z-1) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c (Z-1)^2 A^{-1/3} -$$
$$- a_a\left(\frac{A}{2} - (Z-1)\right)^2 A^{-1} + \underbrace{\cancel{a_p \delta A^{-1/2}}}_{0 \text{ (par-impar)}}$$

$$\Delta B = a_c A^{-1/3}\left[(Z-1)^2 - Z^2\right] + a_a A^{-1}\left\{\left[\frac{A}{2} - (Z-1)\right]^2 - \left(\frac{A}{2} - Z\right)^2\right\}$$

$$= a_c A^{-1/3}\left(\cancel{Z^2} - 2Z + 1 - \cancel{Z^2}\right) + a_a A^{-1}\left[\cancel{\frac{A^2}{4}} - A(Z-1) + (Z-1)^2 - \left(\cancel{\frac{A^2}{4}} - AZ + Z^2\right)\right]$$

②

$$\Delta B = a_C A^{-1/3}(1-2Z) + a_a A^{-1}\left[-\cancel{AZ} + A + \cancel{Z^2} - 2Z + 1 + \cancel{AZ} - \cancel{Z^2}\right] =$$

$$= a_C A^{-1/3}(1-2Z) + a_a A^{-1}(A-2Z+1)$$

$A = 57$, $Z = 29$

$$\Delta B = 0{,}714 \cdot 57^{-1/3}\underbrace{(1-2\cdot 29)}_{-57} + 92{,}8 \cdot 57^{-1}\underbrace{(57-2\cdot 29+1)}_{0}$$

$\Delta B = -10{,}58$ MeV

$\Delta m c^2 = -1{,}29 + 10{,}58 = 9{,}29$ MeV

$\Rightarrow Q = 8{,}27$ MeV

---

② a) Nº de núcleos iniciales por unidad de área:

$$N_1(0) = \frac{0{,}02 \cdot 19{,}3}{197} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 1{,}18 \cdot 10^{21}\ \mathrm{cm}^{-2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = -\sigma I N_1 \\[2ex] \dfrac{dN_2}{dt} = \sigma I N_1 - \lambda N_2 \end{cases}$$

; donde σ es la sección eficaz de la reacción n-γ e I es el flujo de neutrones incidentes

$$\Rightarrow \begin{cases} N_1 = N_1(0)\, e^{-\sigma I t} \\[2ex] N_2 = \dfrac{\sigma I}{\lambda - \sigma I} N_1(0)\left[e^{-\sigma I t} - e^{-\lambda t}\right] \end{cases}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{2{,}7 \cdot 24 \cdot 3600} = 2{,}97 \cdot 10^{-6}\ s^{-1}$$

$$\sigma I = 9{,}78 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{12} = 9{,}78 \cdot 10^{-11}\ s^{-1} \ll \lambda$$

$$t = 5\ min = 300\ s \qquad \underline{(1 - e^{-\lambda t}) \approx}$$

$$A_2(300s) = \lambda N_2(300s) = \frac{\lambda \sigma I N_1(0)}{\lambda - \sigma I}\left(e^{-\sigma I t} - e^{-\lambda t}\right) =$$

$$= \frac{\cancel{2{,}97 \cdot 10^{-6}} \cdot 9{,}78 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}18 \cdot 10^{21}}{\cancel{2{,}97 \cdot 10^{-6}} - \underbrace{\cancel{9{,}78 \cdot 10^{-11}}}_{\simeq 0}}\ 8{,}9 \cdot 10^{-4} =$$

$$= \underline{1{,}03 \cdot 10^{8}\ s^{-1}}$$

b) $A_2(t) = \sigma I N_1(0)\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$

$$t' / A_2(t') = \frac{2}{3} A_{max} = \sigma I N_1(0)\left(1 - e^{-\lambda t'}\right)$$

A_{max} cuando $\frac{dN_2}{dt} = 0 \Rightarrow \lambda N_2 = \sigma I N_1 \simeq \sigma I N_1(0)$

$$t' = -\frac{1}{\lambda} \ln\left[1 - \frac{2}{3}\frac{\cancel{A_{max}}}{\cancel{\sigma I N_1(0)}}\right] = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(1 - \frac{2}{3}\right)$$

$$\underline{t' = 3{,}7 \cdot 10^{5}\ s = 4{,}28\ d}$$

3

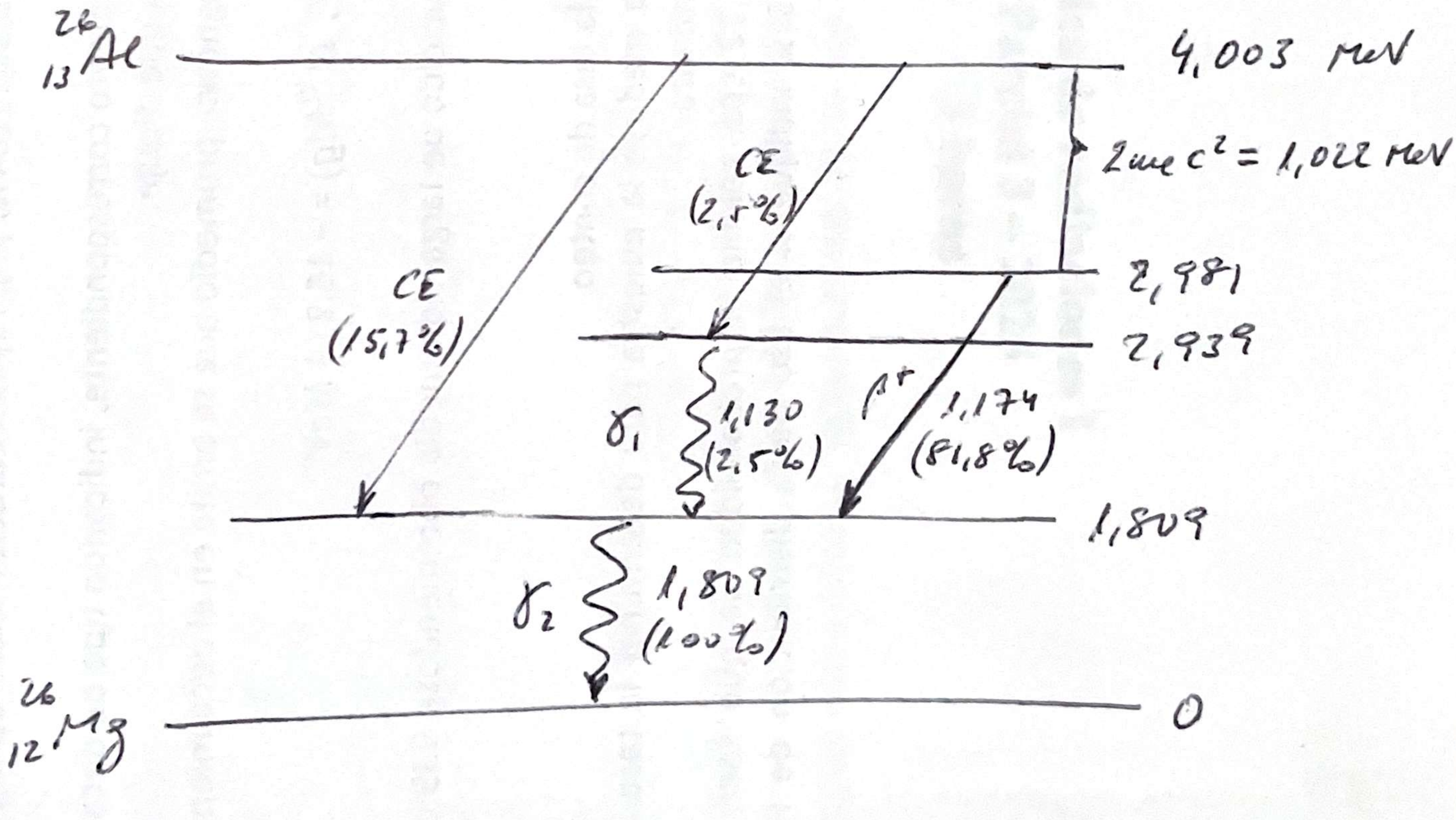
(3) $^{26}Al \longrightarrow {}^{26}Mg + \beta^+ + \nu$ (81,8%)

$^{26}Al + e^- \longrightarrow {}^{26}Mg + \nu$ (18,2%)

a) Dado que hay un fotón de 1,809 MeV con un 100% de frecuencia, tanto la CE como el β^+ decaen pasando por un estado excitado del núcleo hijo con esa energía.

$$Q_{CE} = \Delta_{Al} - \Delta_{Mg} = -12,211 + 16,214 = 4,003 \text{ MeV}$$

$$Q_{\beta^+} = Q_{CE} - 1,022 = 2,981 \text{ MeV}$$



b) Energía Em debida a γ_1 y γ_2:

$$\overline{E} = 1 \cdot 1,809 + 0,025 \cdot 1,130 = 1,837 \text{ MeV}$$

(4) $n_g = 939$
$t_g = 3$ min $\Rightarrow r_g = 313$ cpm

a) Para una distribución normal, el error probable es $\pm 0{,}675\,\sigma$ (prob. de 50%)

$$\sigma_{gr} = \frac{\sigma_g}{t_g} = \frac{\sqrt{\mu_g}}{t_g} = \sqrt{\frac{r_g}{t_g}} = 10{,}21$$

$$\mu_g = r_g t_g$$

$$\sigma_p = \pm 0{,}675\,\sigma_{gr} = \pm 6{,}89$$

b) $0{,}03\, r_g = 9{,}39$

$95\% \Rightarrow 1{,}96\,\sigma_{gr} \Rightarrow 9{,}39 = 1{,}96\,\sigma_{gr} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma_{gr} = 4{,}79$ cpm

$$4{,}79 = \sqrt{\frac{313}{t_g}} \Rightarrow t_g = 13{,}6 \text{ min}$$

c) $r_g = 5{,}22$ cps

26 cuentas en 5 s $\Rightarrow \mu = \frac{26}{5} = 5{,}2$ cps

$$z = \frac{5{,}22 - 5{,}2}{6{,}89/60} = 0{,}18$$

$$P(-0{,}18 \leq z \leq 0{,}18) = 2 \cdot \frac{1}{2}\,\mathrm{erf}\left(\frac{z_0}{\sqrt{2}}\right) = \mathrm{erf}\left(\frac{0{,}18}{\sqrt{2}}\right) =$$
$$= 0{,}078$$

Como $N \gg n$ y $p \ll 1 \Rightarrow$ Poisson está garantizada