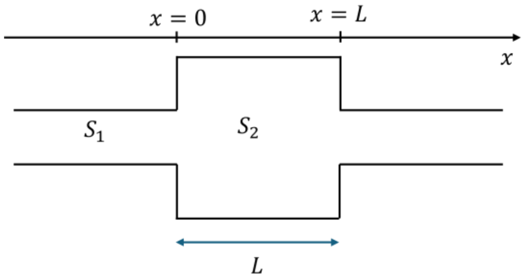
EXAMEN ONDAS

PERÍODO REGULAR

10/03/2025



Ejercicio 1. Considere una onda que se propaga desde la izquierda en un tubo de bordes rígidos de sección transversal S_1. El tubo tiene un ensanchamiento de sección $S_2 = 5S_1$ y largo L como se muestra en la figura. En el límite de bajas frecuencias ($\lambda \gg S_1^{1/2}$; $S_2^{1/2}$), el coeficiente de reflexión está dado por:

$$R = \frac{i(S_1/S_2 - S_2/S_1)\sin(kL)}{2\cos(kL) + i(S_1/S_2 + S_2/S_1)\sin(kL)}$$

(a) Hallar el coeficiente de transmisión en intensidad $T^{(I)}$. (b) Hallar las frecuencias para las cuales $T^{(I)} = 1$. (c) Mostrar que las frecuencias halladas en la parte anterior son independientes de la relación S_2/S_1.

Ejercicio 2. La superficie de un pistón plano de radio a vibra con frecuencia angular ω operando en un fluido de densidad ρ_0 y velocidad del sonido c. (a) Si la intensidad media sobre el eje del pistón a una distancia r_0 en campo lejano tiene un valor I_1, hallar la velocidad cuadrática media U_{rms} de la vibración del pistón. (b) Si la frecuencia de vibración se duplica, manteniendo el valor de U_{rms} hallado en la parte anterior, hallar el cambio en intensidad en r_0, expresado en dB relativo a la intensidad I_1. (c) Si $a = 1{,}0$ m, $\omega = 4000\pi$ rad/s y $c = 1500$ m/s, hallar la posición angular del primer nodo de radiación.

Ejercicio 3. Suponga que una cuerda se sujeta en uno de sus extremos (por ejemplo $x = 0$) a un oscilador armónico simple, el cual modela una situación de sujeción más realista que el borde libre o fijo. En este tipo de casos la condición de borde requiere que la impedancia mecánica del oscilador sea igual a la impedancia de onda de la cuerda en dicho punto. (a) Deducir, para $x = 0$, una expresión para la velocidad del movimiento transversal de la cuerda ($u = \partial y/\partial t$) en función de la impedancia mecánica del oscilador (Z_m). (b) A partir de la expresión anterior explicar los casos hipotéticos de la condición de borde rígido y la condición de borde libre. (c) Suponga ahora que la constante elástica del oscilador armónico es muy pequeña, por lo cual la impedancia mecánica en $x = 0$ queda determinada únicamente por la presencia de la masa del oscilador. En $x = L$ la cuerda está fija. Escriba las condiciones de borde para este caso. (d) Probar que los modos normales quedan determinados por la relación

$$\tan(kL) = \frac{|\vec{T}|k}{m\omega^2}$$

siendo $|\vec{T}|$ la tensión de la cuerda, k el número de onda, ω la frecuencia de oscilación de la cuerda y m la masa del oscilador.

Fórmulas útiles

La expresión para el campo de presión acústica de un pistón circular plano de radio a, en la aproximación de campo lejano está dada por:

$$P' = \frac{i\omega\rho_0 Q_s}{4\pi r} e^{i(\omega t - kr)} \left[\frac{2J_1(ka\sin(\theta))}{ka\sin(\theta)}\right]$$

donde $Q_s = U_0 \pi a^2$ es el poder de la fuente.

$$j_{11} \cong 3{,}831$$

$$e^{i\alpha} - e^{-i\alpha} = 2i\sin(\alpha)$$

$$e^{i\alpha} + e^{-i\alpha} = 2\cos(\alpha)$$

La impedancia mecánica de un oscilador armónico simple está dada por:

$$Z_m = i\left(\omega m - \frac{s}{\omega}\right)$$

donde m es la masa del oscilador y s es su constante elástica.